教育管理干部丛书

教育统计方法

北京师范大学教育管理学院

程书肖　李仲来　编著

辽宁大学出版社

教育统计方法

程书肖　李仲来　编著

辽宁大学出版社
一九八八年·沈阳

责任编辑　李富明
封面设计　邹本忠
责任校对　于弘平

教育统计方法
程书肖　李仲来　编著
*
辽宁大学出版社出版（沈阳市崇山西路3段4号）
辽宁省新华书店发行　朝阳新华印刷厂印刷
*
开本：850×1168 1/32　印张：13.375　字数：300千
1988年12月第1版　1988年12月第1次印刷
印数：1—5,000
*
ISBN 7-5610-0527-X
F·77　定价：4.40元

前　言

教育统计学是应用数理统计方法对教育规律进行数量化研究的一门科学。就其内容来说可以分为描述统计和推断统计两大部分。描述统计主要是研究简缩数据和描述这些数据。如制成表格，画出图形（直方图），使之变成易于理解的形式，或者计算一些常用的统计参数，用以揭示某些方面的特征。例如平均状况或离散程度，变量之间是否线性相关等等。推断统计则是通过样本所提供的信息，对总体的某些特征进行推断、估计和预测，以揭示事物的内在规律。

本世纪初，统计方法开始在教育领域得到应用。经过近八十年的发展，内容已很充实、丰富，应用范围也更加广泛。尤其是电子计算机进入教育领域，使得处理数据更为方便，给研究复杂多变的教育问题开辟了广阔的天地，使教育技术更加日新月异。近年来，已有不少教育科学工作者开始运用模糊数学和多元统计分析方法来研究教育问题，并取得了可喜的成果，教育科学的发展又进入了新的更高级的阶段。

应该看到，尽管教育统计方法的推广和运用，随着教育科学的发展在我国越来越受到教育界人士的关注，但是目前的状况仍然是比较落后的。不少人虽然有多年的丰富的教育工作经验，但是对于教育规律的数量化研究却很少了解，对于教育统计方法的重要性还缺乏足够的认识。面对复杂的教育问题束手无策，缺乏解决实际问题的勇气和必备的研究手段。因此，教育统计方法的普及和广泛应用是教育战线需要大力解决的问题。

学习教育统计方法对于教育领导干部和教育工作者来说是

必不可少的。因为对教育状况的科学调查和研究，对教育规律、教育规划的探索和制定，对教育质量、教学效果的评价和检查等等，都离不开教育统计方法。它能够帮助教育行政部门了解情况、加强领导、制定政策，使教育行政工作科学化；它能够帮助教育科学工作者正确处理教育实验中取得的数据，提高科研质量；它能够帮助教师正确地比较学生学习成绩的优劣，进行教学质量分析和教育改革，从而提高教学水平；它能够帮助我们了解国内外教育发展动态，阅读和研究国内外文献，进行经验交流，不断提高教育科学理论水平和教育管理的科学化水平。

近年来，我们曾经对教育问题进行过一些初步探讨，曾经给教育系本科生、北京师大教育管理学院的教育管理班、督导班、北京师大师资培训中心的教学管理干部培训班以及北京市中专教育统计学习班系统地讲授过教育统计方法，给研究生班讲授过多元统计分析及模糊统计初步，不少同志希望有一本系统介绍常用的教育统计方法的教材，就我们的水平和能力而言是力不从心的。但是，我们愿意把讲稿整理出来和同志们共同讨论，欢迎大家批评指正。

本书前九章由程书肖同志编写，后四章由李仲来同志编写。在此，我们向本书所引用参考文献的作者深表谢意。

编著者

1988年9月于北京师范大学

目　　录

第一章　常用的统计参数

在教育管理的实际工作中，经常会遇到大量的数据。这些数据是我们从事调查研究或进行教育改革试验结果的数量表达形式。从表面上来看，这些数据是杂乱无章的，有大有小，参差不齐，看不出什么带有规律性的东西。但是，如果我们运用统计学的一些简单方法，对数据进行初步的加工整理，再计算一些常用的统计参数（能表示一组数据某个方面的特征的数字指标称作统计参数），就能够得到有益的启示，使得我们对于所研究的结果有一个大致的了解，对事物内在的规律性有一个比较直观地粗略描述。

§1. 平均数和标准差

为了一定的目的进行调查研究或者观测试验，其结果是一个变量，用 x 表示。表示观测结果的一组数据可以看作是变量 x 的取值，用 x_1，$x_2,\cdots,x_n$ 来表示。平均数和标准差是描述变量 x 取值的平均状态和分散程度的两个统计参数，现分述如下：

一、平均数

常见的平均数有算术平均数、加权平均数、几何平均数、调和平均数等。

1．算术平均数

算术平均数是最简单的但也是最常用的一种平均数，它等于所有数据之和除以数据的总个数。设数据为$x_1,x_2,\cdots$，x_n，

如果用$\overline{x}$表示这组数据的算术平均数，则

$$\overline{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$$

或者简记作 $\overline{x}=\frac{\Sigma x}{n}$

例 1　在同一次考试中，甲、乙两个学生各科成绩如下：

	数学	物理	化学	语文	英语
甲	96	85	86	92	91
乙	85	90	95	88	92

显然，他们的平均成绩是：

$$\overline{x}_甲=\frac{1}{5}(96+85+86+92+91)=90$$

$$\overline{x}_乙=\frac{1}{5}(85+90+95+88+92)=90$$

2. 加权平均数

算术平均数的计算公式可以改写为

$$\overline{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)=\frac{1}{n}x_1+\frac{1}{n}x_2+\cdots+\frac{1}{n}x_n$$

可以作如下的解释：把 x_1，x_2，…，x_n 的重要程度等同看待，各取出$\frac{1}{n}$，然后再相加就得到算术平均数。由此看出，使用算术平均数的前提条件是把所考察对象的重要性等量齐观。正如例 1 中我们在计算学生平均成绩时，是把数学、物理、化学、语文、英语五门课看得同等重要一样。在实际问题中，有很多情况，这种把各个量平等看待的做法并不是完全合理的。例如，许多学校各门课都进行期末考试和期中测验。有的学校规定学生的期中成绩占40%，期末成绩占60%；有的学校规定学生的期中成绩占30%，期末成绩占70%；有的学校则让教师自行规定期中、期末成绩所占的比例。总之，并不是把期末成绩

和期中成绩等同看待。在计算某门课的成绩时，并不是将期末成绩和期中成绩简单地相加然后除以2求其算术平均数了事。而是根据表示期中和期末成绩重要程度的系数（比如40%和60%），将期中成绩和期末成绩分别乘以它们的系数然后再相加，从而得到这一门课的成绩。例如，某考生期中测验得88分，期末考试得93分，则这个学生的平均成绩是

$$88\times 40\%+93\times 60\%=88\times 0.4+93\times 0.6$$
$$=0.4\times 88+0.6\times 93=91$$

这种求平均成绩的方法叫做加权平均。表示期中和期末成绩重要程度的系数0.4和0.6叫做期中和期末成绩的权数。

加权平均数的一般计算公式是：设有 n 个数据 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，它们的权数分别是 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$ $(0<\alpha_i<1$ 且 $\sum_{i=1}^{n}\alpha_i=1)$，则

$$\overline{x}=\alpha_1x_1+\alpha_2x_2+\cdots+\alpha_nx_n=\sum_{i=1}^{n}\alpha_ix_i$$

其中 $\overline{x}$ 表示 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 的加权平均数。

例2　假如例1中的两个学生均被列入保送上大学的预选名单中，某大学的数学系和物理系仅收其中的一个。设两个学生的政治条件和身体健康情况相同，问如何录选？

既然政治条件和身体情况相同，那就只好比较业务成绩的优劣了。如果用算术平均数来比较五个科目的平均成绩，那是无法区分优劣的，因为两个学生的平均成绩都是90分。假如数学系只看数学成绩好坏而决定录取甲，物理系只看物理成绩好坏而决定录取乙也不一定合适。因为这几门基础课之间是彼此相关的，数学成绩不好会给进一步学习物理带来困难；物理基础差也会影响学好数学；外语的重要性也不容忽视。在这种情况下，可以采用加权平均数的办法。根据专家的意见，从本专业的实际需要出发，定出各门课的权数 α_1, α_2, α_3, α_4, α_5。如

果用 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 依次表示五门课的考试成绩，则加权平均数是

$$\overline{x}=\alpha_1x_1+\alpha_2x_2+\alpha_3x_3+\alpha_4x_4+\alpha_5x_5$$

假如数学系给的权数是 $\alpha_1=0.25$, $\alpha_2=0.23$, $\alpha_3=0.15$, $\alpha_4=0.17$, $\alpha_5=0.20$; 物理系给的权数是 $\alpha_1=0.23$, $\alpha_2=0.25$, $\alpha_3=0.15$, $\alpha_4=0.17$, $\alpha_5=0.20$。则有以下结果：

按数学系的计算

$$\overline{x}_{甲}=0.25\times96+0.23\times85+0.15\times86+0.17\times92+0.20\times91=90.29$$

$$\overline{x}_{乙}=0.25\times85+0.23\times90+0.15\times95+0.17\times88+0.20\times92=89.56$$

按物理系的计算

$$\overline{x}_{甲}=0.23\times96+0.25\times85+0.15\times86+0.17\times92+0.20\times91=90.07$$

$$\overline{x}_{乙}=0.23\times85+0.25\times90+0.15\times95+0.17\times88+0.20\times92=89.66$$

因此，无论按数学系的方法还是按物理系的方法，两系均应录取甲。

假如由化学系来挑选学生，该专业认为数学、物理、语文、英语同等重要，而化学成绩更为重要，因此所给的权数如下：

$$\alpha_1=\alpha_2=\alpha_4=\alpha_5=0.18,\ \alpha_3=0.28$$

按化学系的计算结果是

$$\overline{x}_{甲}=0.18(96+85+92+91)+0.28\times86=89.6$$

$$\overline{x}_{乙}=0.18(85+90+88+92)+0.28\times95=90.5$$

由此看出，化学系应该录取乙而不录取甲。

无论是以算术平均数为标准还是以加权平均数为尺度来考查学生成绩的优劣，都有合理与不合理的成分。一般来说，人们比较习惯于接受算术平均数，认为将各科目平等看待是天经

地义的。实际上，这种不区分各研究对象的重要程度而等量齐观的方法并不是科学的方法。在学生学习基础知识的时候，要求学生不偏科，不能轻视某些必学课程，在计算学习成绩时各门课程同等看待，以平均成绩多少来区分学习成绩的优劣是无可非议的。但是到了大学阶段，根据大学专业性比较强的特点以及培养目标对人材的需要，对于各个科目的重要程度加以区分同样也是合理的。不过应该注意，确定表示各科目的重要程度的权数是一件非常重要而又需要慎重考虑的事情。一般情况要由内行专家讨论确定或者经过大量的调查研究后提出，要尽量做到合情合理，千万不可草率从事，更不能独断专行，以个人意志想怎么定就怎么定。

例3　有三名报考研究生的学生，五门课的考试成绩如下：

	政治理论课	外语	基础课	专业基础课	专业课	总分
甲	62	61	60	62	60	305
乙	70	58	60	63	62	313
丙	57	59	75	86	59	336

当年规定的录取标准如下：

（1）各门课全在60分以上；

（2）一门课为50—60分，其它都在60分以上，总分在310分以上；

（3）两门课为50—60分，其它都在60分以上，总分在320分以上。

按此录取标准，录取的次序是先甲后乙，而丙不符合录取标准，只能争取特殊审批或者不能录取。

这种录取办法有一些不合理的成分。首先是人为地规定了各等级的清晰界限，使得仅一分之差就会有质的不同；其次是没有考虑研究方向的需要，各门课的成绩等量齐观，不符合对专业课相关的课应予特殊重视的原则。如果全面考察三个考生

的各科成绩，多数导师并不认为考生丙最差。经过专家和导师们讨论，五门课的权数依次为0.10，0.20，0.25,0.25,0.20，用加权平均计算的结果是

$$\bar{x}_{甲}=0.1\times62+0.2\times61+0.25\times60+0.25\times62+0.2\times60=60.90$$

$$\bar{x}_{乙}=0.1\times70+0.2\times58+0.25\times60+0.25\times63+0.2\times62=61.75$$

$$\bar{x}_{丙}=0.1\times57+0.2\times59+0.25\times75+0.25\times86+0.2\times59=69.55$$

其结论应该是先录取丙，再录取乙，最后才考虑是否录取甲。这种录取顺序虽然与规定标准的录取顺序相反，但是我们认为采用加权平均的办法更为科学和合理。不会因为与专业课不相关的某一门课少一分而发生质的差异。

例4　在某校对比试验中，对照班和实验班“工程数学”的考核成绩如下：

对照班：优12人，良17人，中10人，及格2人；

实验班：优27人，良4人，中2人，及格4人。

问哪一个班的成绩好？

解：本例中的考核成绩是以优、良、中、及格和不及格的等级形式评定的，并不是采用百分制，因此无法使用比较算术平均数$\bar{x}$的办法。遇到这种情况，我们可以先把等级数量化，比如规定优为95分，良为80分，中为70分，及格为60分，不及格为50分。然后再运用加权平均数来比较成绩的优劣。此时各等级的权数就是该等级人数在全班中的比例。对照班优、良、中、及格、不及格的权数分别是$\frac{12}{41}$，$\frac{17}{41}$，$\frac{10}{41}$，$\frac{2}{41}$，$\frac{0}{41}$；实验班各等级的权数分别是$\frac{27}{37}$，$\frac{4}{37}$，$\frac{2}{37}$，$\frac{4}{37}$，$\frac{0}{37}$；因此，两个班的平均成绩可以计算如下：

$$\overline{x}_{对}=\frac{12}{41}\times95+\frac{17}{41}\times80+\frac{10}{41}\times70+\frac{2}{41}\times60+\frac{0}{41}\times50$$

$$=80.98$$

$$\overline{x}_{实}=\frac{27}{37}\times95+\frac{4}{37}\times80+\frac{2}{37}\times70+\frac{4}{37}\times60+\frac{0}{37}\times50$$

$$=88.24$$

由于$\overline{x}_{实}>\overline{x}_{对}$，所以可以认为实验班的成绩比对照班的成绩好。

3. 几何平均数

几何平均数是n个数据连乘积的n次方根。如果用G表示几何平均数，则

$$G=\sqrt[n]{x_1x_2\cdots x_n}$$

几何平均数适用于求平均增长率的问题，比如求学校经费增长率、教师工资增长率、学生人数增长率等。

在实际应用中，利用取对数的方法计算几何平均数比较方便。

$$\lg G=\frac{1}{n}(\lg x_1+\lg x_2+\cdots+\lg x_n)=\frac{\Sigma\lg x}{n}$$

于是有 $G=\lg^{-1}\left(\frac{\Sigma\lg x}{n}\right)$

例5 1953年到1956年全国小学招生人数（单位：万人）如下：

年份	招生人数	逐年递增比率
1953	819.5	——
1954	1054.5	1.2868
1955	1182.0	1.1209
1956	1592.3	1.3471

求年平均增长率是多少？

解：用G表示逐年平均递增比率，则

$$\lg G = \frac{1}{3}(\lg 1.2868 + \lg 1.1209 + \lg 1.3471)$$

$$= \frac{1}{3}(0.1095 + 0.0496 + 0.1294) = 0.0962$$

于是得　$G = \lg^{-1}(0.0962) = 1.248$

年平均增长率为 $G-1$，故年平均增长率为24.8%。

4．调和平均数

如果用H表示n个数据x_1，x_2，…，x_n的调和平均数，则其计算公式是

$$H = \frac{1}{\frac{1}{n}\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}\right)} = \frac{n}{\Sigma\frac{1}{x}}$$

即调和平均数是一组数据倒数的算术平均数的倒数。

调和平均数一般用于求平均速度一类的问题。例如阅读速度、解题速度、打字员的打字速度等，在求平均速度时用调和平均数比较切合实际。

例 6　三个学生每分钟写钢笔字的速度分别是32个、30个和36个，求这三个学生写字的平均速度是多少？

解：用H表示其平均速度，则

$$H = \frac{1}{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{32} + \frac{1}{30} + \frac{1}{36}\right)} = 32.48 \text{（个/分钟）}$$

即这三个学生写钢笔字的平均速度为每分钟32.48个字。

为了加深对运用调和平均数求平均速度一类问题的理解，对于上述例题的解法可作如下解释：要求三个学生写钢笔字的平均速度，就必须知道他们写一个字所用的时间$\frac{1}{x}$，即$\frac{1}{32}$，$\frac{1}{30}$，$\frac{1}{36}$。由于三个人所用的时间不同，因此需要求写一个字用多长时间。写一个字所用的平均时间是$\frac{1}{3}\left(\frac{1}{32} + \frac{1}{30} + \frac{1}{36}\right)$。

知道了平均写一个字所用的时间，其倒数就是单位时间内写字的平均速度。因此有

$$H=\frac{1}{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{32}+\frac{1}{30}+\frac{1}{36}\right)}=32.48\ (个/分钟)$$

二、方差和标准差

方差和标准差是表示一组数据变异程度或分散程度大小的数字指标。我们知道平均数$\overline{x}$表示一组数据的平均状况，而每一数据和平均数的差的绝对值$|x-\overline{x}|$则表示这一数据距离$\overline{x}$的远近。于是，把所有的$|x-\overline{x}|$相加其数值的大小将能够反映一组数据分散与集中的情况。$\Sigma|x-\overline{x}|$大的说明分散程度大，$\Sigma|x-\overline{x}|$小的说明该组数据比较集中，分散性小。不过，带有绝对值符号的式子计算起来不大方便，也不适于代数运算。另外，一组数据个数有多有少。如果两组数据的个数不相同，也不能根据$\Sigma|x-\overline{x}|$的大小来比较两组不同数据的分散程度。所以，我们采取先把$x-\overline{x}$平方，再把所有$(x-\overline{x})^2$相加，然后求其平均数的办法来表示一组数据的分散程度。

1. 方差和标准差的定义

在统计上，我们把研究对象的全体叫做总体，一般用x表示。把总体的一部分叫做样本。如果研究对象以数量的形式出现，那么这些研究对象就是一组数据x_1，x_2，…，x_n。这些数据的全体就是总体x，而x_1，x_2，…，x_n可以看作是x的取值。如果x_1，x_2，…，x_n仅仅是总体x的部分取值，那么就称x_1，x_2，…，x_n是总体x的一个样本，样本所包含的数据个数n称作样本容量（有的书上叫做样本含量）。此时，称x_1，x_2，…，x_n是总体x的一个样本容量为n的样本。

定义：如果总体x由数据x_1，x_2，…，x_n所组成，则称

$$\sigma^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2$$