寿险教育训练系列教材之十一

寿险数理基础知识

主编　万　峰

SHOUXIAN SHULI JICHU ZHISHI

中国金融出版社

寿险教育训练系列教材之十一

寿险数理基础知识

主　编：万　峰

编　著：万　峰　刘有余　张立荣

中国金融出版社

责任编辑：古文君　郑春青
责任校对：潘　洁
责任印制：丁淮宾

图书在版编目（CIP）数据

寿险数理基础知识/万峰主编 .—北京：中国金融出版社，2003.3

（寿险教育训练系列教材；11）

ISBN 7-5049-3038-5

Ⅰ.寿…　Ⅱ.万…　Ⅲ.人寿保险—数理统计—教材
Ⅳ.F840.62

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 022449 号

出版
发行　中国金融出版社

社址　北京市广安门外小红庙南里 3 号
发行部：66024766　读者服务部：66070833　82672183
http://www.chinafph.com
邮编　100055
经销　新华书店
印刷　固安印刷厂
尺寸　183 毫米×233 毫米
印张　13.75
字数　274 千
版次　2003 年 6 月第 1 版
印次　2003 年 6 月第 1 次印刷
印数　1—3000
定价　19.00 元

总　序

我国寿险业在发展过程中引入了保险业发达国家的代理人制度，产生了大量以保险代理人为主的保险业务员。保险业务员是保险从业人员的主体，其工作不仅需要有良好的体力和热情，更需要有充实的保险知识、娴熟的专业技能和高尚的职业道德。虽然多数寿险公司都已认识到这一点，但由于我国寿险市场形成时间较短、发展较快等原因，国内各寿险公司的教育训练并不成熟，处于一个“瓶颈”状态：一方面是业务员日益强烈的教育训练需求，另一方面是教育训练组织者茫然无从的尴尬。而要有效地解决“瓶颈”问题，必须通过系统性的教授保险、管理、市场营销等基础理论知识来提高业务员的综合素质；同时配合循序渐进的、解决展业过程中具体问题的训练体系来有效地提升销售技能。寿险教育训练要达到这个目标，一套有效、实用的教材是最基本的保证。为此，我们编写了这套“寿险教育训练系列教材”，来配合系统性教育训练的有效实施。

“寿险教育训练系列教材”是一套系统和规范的专业教材，其特点如下：

第一，形成寿险业务员教育训练特有的体系。本套教材不是按一般寿险公司业务员分职级培训的方式编写，而是以建立业务员制式教育为目的，采取循序渐进，由浅入深相互衔接的方式，形成一个将寿险业务员从新人、业务骨干直至培育成初、中、高级管理者的完整的教育训练体系。

第二，明确地将寿险业务员的培训分为“教育”和“训练”两个部分。教育部分包括寿险基本知识、相关法律和相关财务等知识；训练部分包括销售技巧、营销管理等多方面内容。我们的目的是使业务员在推销保险的过程中，既知其然，也知其所以然。

第三，将寿险的基本知识、销售技巧与现实中的典型案例融合成一体。本套教材从寿险业务员成长的实际出发，结合其销售工作的特点，不仅注重原理、法规、原则、方法和管理工具等应知应会的内容，同时配合大量的寿险实际案例、成功寿险业务员的心得体会等供学员研讨，以加深对人寿保险的理解和寿险营销的认识。

“寿险教育训练系列教材”的出版，意在填补国内寿险教育训练教材的空白，把国内寿险教育训练逐渐推向成熟。如果寿险公司教育训练者和业务员能从中获益，促使中国民族寿险业的整体竞争力得以提升，那么也就实现了我们编著这套教材的初衷。

万峰

二〇〇二年十月

前　言

要想了解寿险的原理，就要了解寿险数理知识。基于此，我们将寿险数理基础知识也编入代理人培训系列教材中，使一些有一定保险知识的中高级管理人员更加深入地认识寿险的核心原理。

本书共11章，介绍了寿险数理基础知识及其在寿险实务中的应用。第1章介绍了有关利息理论的基础知识；第2、3章主要介绍计算不同类型确定年金终值、现值的精算原理以及相应的计算方法；第4章主要介绍生命表的构成及编制；第5、6、7章主要介绍计算不同类型生命年金现值、寿险趸缴净保费、寿险年缴净保费的精算原理以及计算方法；第8章从几种附加费计算方式入手，阐述总保费计算的精算原理，同时结合了实际例证进行说明；第9章阐述了计算准备金的精算原理，着重介绍了两种计算准备金的方法；第10章先讨论修正准备金的原因以及修正准备金的精算原理，在此基础上介绍了实务中四种修正准备金的方法；第11章引入了现金价值概念，在此基础上介绍了保险契约解约、变更的精算原理以及计算方法。

本书在选材和叙述上尽量做到深入浅出，仅用基础数理知识来介绍精算的基本原理，目的是便于广大代理人都能够读懂。在阐述原理时配合图表解释，便于教学和自学。在例题和习题的选择上，力图使题目既具有启发性，又具有广泛的应用性，以加强读者对寿险数理分析和理解的能力。

对书中不足之处，恳请读者批评指正。

编　者

二〇〇三年一月

目　　录

第1章

利　息

- 概述
- 单利的计算方法
- 复利的终值
- 复利终值表的编制
- 单利与复利的相互转化
- 单利与复利的关系
- 复利的现值
- 复利现值表的编制
- 名义利率与实际利率
- 名义利率与实际利率的关系
- 复利的贴现
- d与v、i的关系

通过本章学习将帮助你：

- 了解有关利息的基本知识，如单利、复利、单利率、复利率、名义利率、实际利率、贴现率等
- 掌握单利、复利及其终值、现值的计算方法
- 了解复利终值表、复利现值表的编制方法
- 掌握贴现因子、贴现率及利率的区别与联系

1.1 概　述

借入他人的资金，运用一定时间，按双方同意的比率，给对方的适当报酬叫做利息。在通常情况下，利息是用货币来表示的。我国发行的公债，银行发放的各种贷款，人民大众的储蓄存款等都有利息。

所借入的资金，称为本金；运用本金的特定时间，称为时期；在单位时期内（如每季、每月、每日等）单位本金（如每万元、每千元或每百元）所获得的利息的比率称为利率；本金和利息加在一起称为本利和。

利率常以百分率（%）的形式表现。由于单位时期不同，有年利率、季利率、月利率之分。

本书在以后的介绍中，如没有特别的注明，“利率”均代表年利率。

利息的计算，一般有两种：单利计算和复利计算。

1.2 单利的计算方法

若利息的计算，仅对原来的本金计息，则称为单利计算。单利的计算无论时期长短，均以本金乘利率乘时期。使用单利计算的地方很多，如银行发放的各种贷款，人民大众的储蓄存款，政府发放的国库券等等，都用单利计算。

如以 P 表示本金、i 表示利率、n 表示时期、I 表示利息，则

$$I = P \times i \times n \tag{1-1}$$

以 S 表示本利和，则

$$S = P + I = P(1 + i \times n) \tag{1-2}$$

$$P = \frac{S}{1 + i \times n} \tag{1-3}$$

$$i = \frac{S - P}{P \times n} \tag{1-4}$$

$$n = \frac{S - P}{P \times i} = \frac{I}{P \times i} \tag{1-5}$$

如果 $n = 1$

$$S = P(1 + i) \tag{1-6}$$

$$P = \frac{S}{1 + i}$$

$$i = \frac{S}{P} - 1 = \frac{I}{P}$$

1.3 复利的终值

某人将1000元存入银行，年利率为5%，参加一年定期储蓄。第一年满期时的本利和为：1000 × （1 + 5%） = 1050（元）

如果以第一年的本利和作为第二年参加储蓄的本金，则在第二年末的本利和为：1050 × （1 + 5%） = 1102.50（元）

这种在储蓄期内，划分一定期间为一期（通常以一年、一季、一月为单位时期），于每期末将利息并入原来的本金，再予以计算，如此连续计算，直到满期为止的计息方法叫做复利计息。用复利率计算所得的本利和，被称为复利的终值。

如果以 P 表示本金、i 表示利率、n 表示年期，则用复利计息的第 n 年末的终值为：

$$S = P(1 + i)^n \tag{1-7}$$

例 某人存款500元，年利率为5%，在第4年末，这笔存款的总额为：

$S = 500 \times (1 + 5\%)^4 = 607.75$（元）

复利的本利和与单利的本利和相同，均为 $S = P + I$ 求复利的利息为：

$$I = S - P$$

$$I = P(1+i)^n - P = P[(1+i)^n - 1] \tag{1-8}$$

人寿保险的保费、保险金额都是以复利率计算的。本书以后所提到的“利率”，如果没有特别的注明，均指复利率。

1.4 复利终值表的编制

在 1.3 节的例题中，第 4 年的本利和是 $S = 500 \times (1+5\%)^4$

这意味着有 4 个（1+5%）连续相乘。如果其指数不是 4，而是 30，实际的计算就非常繁琐。为了方便实际中的计算，可以将这些数值事先计算出来，编制成表，这些表中的数值，一般都是以付款 1 元为基础（或每付 1 元为一段时期），用此值直接乘 500 元，就可得出第 4 年末的终值。

$S = 500 \times (1+5\%)^4 = 500 \times 1.215506 = 607.75$（元）

例 1 编制一张 $(1+4\%)^n$ 的数值表。n 的值是从 1 至 6（保留 6 位小数）。

$(1+4\%) = 1.040000$

$(1+4\%)^2 = 1.081600$

$(1+4\%)^3 = 1.124864$

$(1+4\%)^4 = 1.169859$

$(1+4\%)^5 = 1.216653$

$(1+4\%)^6 = 1.265319$

将上述计算列成下表

n	……	$(1+4\%)^n$
1	……	1.040000
2	……	1.081600
3	……	1.124864
4	……	1.169859
5	……	1.216653
6	……	1.265319

如果在一张表中已知复利的终值，那么它的续数（即下一个数值）可用这个已知数乘以 $(1+i)$ 来求得。

例 2 已知 $(1+3\%)^{11} = 1.384234$

则 $(1+3\%)^{12} = 1.384234 \times (1+3\%) = 1.425761$

如果从一张复利终值表中已知一个数值，那么，它的前一个数值可用已知数除以 $(1+i)$ 求得。

例3 已知 $(1+3\%)^{12}=1.425761$

则 $(1+3\%)^{11}=(1+3\%)^{12}\div(1+3\%)=1.425761\div(1+3\%)=1.384234$

例4 $i=3.5\%$ 则 $(1+i)^{7}=?$

先求出 $(1+i)^{2}=(1+3.5\%)^{2}=1.071225$

再求出 $(1+3.5\%)^{4}=(1+3.5\%)^{2}(1+3.5\%)^{2}=1.147523$

最后求出 $(1+3.5\%)^{7}=(1+3.5\%)^{4}(1+3.5\%)^{2}(1+3.5\%)=1.272279$

1.5 单利与复利的相互转化

按人民银行的规定，人身保险责任准备金存入储蓄，按储蓄最高利率支付利息。我国现行的储蓄实行的是单利计息，人身保险贴付给保户的利息是按复利计息。那么，从储蓄获得的单利率折算成复利率是多少？这就是单利转化成复利的计算问题。反之，是复利转化成单利的计算。

单利率与复利率相互转化依据的原理是：在一确定的时点利息额相等。即用单利计算的利息额等于用复利率计算的利息额。用公式表示如下：

$$P[(1+i_{(复)})^{n}-1]=P\times n\times i_{(单)} \tag{1－9}$$

$$i_{(复)}=\sqrt[n]{1+n\times i_{(单)}}-1 \tag{1－10}$$

$$i_{(单)}=\frac{(1+i_{(复)})^{n}-1}{n} \tag{1－11}$$

例1 已知5年期储蓄存款月利率是7.8‰，相应的复利率为

$$i_{(复)}=\sqrt[5]{1+5\times 7.8‰\times 12}-1=0.0798\ (或7.98\%)$$

例2 已知年复利率是7%，其相应的5年期的单利率为：

$$i_{(单)}=\frac{(1+7\%)^{5}-1}{5}=0.08051\ (或8.05\%)$$

1.6 单利与复利的关系

若将 $I_{(单)}=P\times n\times i_{(单)}$ 和 $I_{(复)}=P[(1+i_{(复)})^{n}-1]$ 所得的每一利息额都标在坐标上（如图1），并用线将这些点连接起来，可以看出，单利率的利

息额是一条射线，复利率的利息额是一条函数曲线。两条线在确定的单、复利率转换的时点上相交。如果将相交的时间称为时点时间，单利率计息和复利率计息具有下列三种关系：

（1）如果计息时间＜时点时间，则单利息＞复利息。

从图1可以看出，代表利息额的两条线相交之前，射线在上，曲线在下，单利息额大于复利息额。

（2）如果计息时间＞时点时间，则单利息＜复利息。

从图1可以看出，两线相交后，曲线在上，射线在下，且随着时间的推移，两条线之间的距离越来越远，利息额之差也越来越大。

（3）如果计息时间＝时点时间，则单利息＝复利息。如果 i 相等，则两条线应相交于 n=1 处。

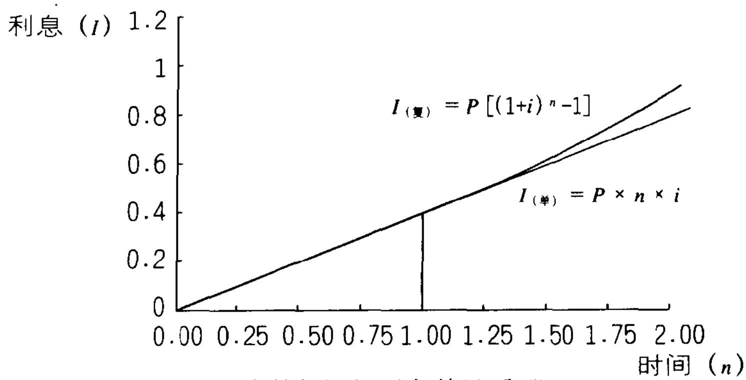

图1．单利率与复利率的关系图

1.7 复利的现值

在1.3节中，讨论的问题是存入1000元，在利率为5%，每年计息一次的情况下，两年后这笔款是多少。那么，反过来，在利率为5%，每年计息一次情况下，两年后要积累1000元，现在应存入多少钱？将这种依某一种利率存款，期望在某一特定时期后，达到某一特定金额，现在所必须存入的数额，称为复利的现值。

根据复利终值公式 $P=\dfrac{S}{(1+i)^n}$

通常将本金 P 称为 S 的现值。

一般用贴现因子（v）来表示在利率为 i，年期为1的情况下，每1元终