

П. А. ГАЙДАЕВ А. И. СОЛОВЬЕВ

ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ОБРАБОТКА ТРИАНГУЛЯЦИИ

ИЗДАНИЕ ВИА

Москва—1954

本書主要敘述：近似邊長和三角點坐標的計算、外業資料的整理、方向值歸算至標石中心和平面上以及測站的概略平差、檢查計算。

本書供內業計算工作人員參考。

三角測量的概略計算

著者	П. А. 蓋 達 耶 夫
譯者	А. И. 索 洛 維 耶 夫
出版者	張 大 剛
	測 繪 出 版 社

北京復興門外三里河

北京市書刊出版業營業許可證出字第081號

發行者	新 華 書 店
印刷者	地 質 印 刷 廠

印數(京)2101—3150册	1958年3月北京第1版
開本31"×43" 1/32	1958年8月第2次印刷
字數30,000	印張1 1/4 插頁4
定價(9)0.21元	

目 錄

前 言	5
第一章 近似邊長和三角点坐标的計算	7
§ 1. 計算的必要精度	7
§ 2. 計算尺的使用	10
§ 3. 計算的示例	13
第二章 外業資料的整理	18
§ 4. 三角網實用略圖的編制	18
§ 5. 外業資料的第二人檢查	19
§ 6. 化算方向卡片的編制	20
第三章 方向值归算至标石中心和平面上	21
§ 7. 用計算尺計算測站点归心改正 c'' 和照准点归心改正 r''	21
§ 8. 用計算尺計算大地綫的曲率改正数 δ''	23
§ 9. 決定 $c'' + r''$ 的圖解法	26
§ 10. 用計算机和輔助模板計算改正数 δ''	30
§ 11. 化算方向的計算	34
§ 12. 三角測量員專用模板	34
第四章 測站的概略平差。檢查計算	36
§ 13. 測站的概略平差	36
§ 14. 檢查計算	39

前 言

三角測量計算分为三个主要階段：概略計算、平差計算
和後計算。

概略計算的目的，在于檢查外業資料的質量，和做好平
差計算的準備。

概略計算在野外觀測期間，以及在野外觀測結束以後進
行，包括下列几种工作：

1. 計算三角系近似邊長和三角點的坐標以及編制三角
網的資用略圖。

2. 第二人檢查外業資料，以及按字母^①次序編制三角
點表。

3. 就所有已觀測的三角點編制化算方向卡片，以及在
卡片內記入觀測方向值和歸心數據。

4. 計算測站點歸心改正 c 、照准點歸心改正 r 以及大
地綫在高斯投影平面上的影像曲率改正 δ 。

5. 計算已歸算至標石中心和平面上的方向值；將各方
向值歸算至共同零方向；進行測站的概略平差。

6. 檢查計算。

7. 編制技術總結、整理資料和準備上交。

①在我國的情況下，改為按筆划編制三角點表——譯者注。

由上面列举的各項工作，我們可以看出，三角測量概略計算所占的作業量很大，時間也很長，對於概略計算中所採用的方法和計算工具，要求審慎從事。

概略計算所費的勞動和時間主要取決於計算方法和工具的正确選擇以及所採用的計算精度。

正确解決計算精度的問題，應該從這樣的要求出發，一方面要使得計算時不致導入可以感覺到的（和觀測精度比較）誤差，另一方面要使每次計算時只保留必要的小數位。

在進行三角測量概略計算時，廣泛地使用計算尺和各種諸謨圖，可使計算工作大為簡化。

本書研討上列前六條的各項工作。

最後一條所指的工作，以及包括在這一工作項目內的“三角測量總結圖的編制”，在測量工作組織教程和“二、三、四等三角測量細則”^①中都有詳細的闡述。

①該書我社已于1957年翻譯出版

第一章

近似边長和三角点坐标的計算

§ 1. 計算的必要精度

我們需要边長和三角点坐标的近似值，首先是为了編制三角測量資用略圖，其次是为了計算測站点归心改正 c 、照准点归心改正 r 以及大地綫曲率改正 δ ，以便將方向值归算到标石中心，并化算到高斯投影平面上，以后，三角測量的計算，就在此平面上進行。

用于三角測量概略計算的边長和三角点坐标，其必要而充分的精度如何，是我們現在所要研究的問題。为了解决这一問題，首先需要研究計算改正数 c 、 r 和 δ 的必要精度的問題。

在二等补充網中，現在觀測方向的中誤差 m 为 $\pm 1''.5$ 。考慮到將來觀測精度的提高，我們令 $m = \pm 1''$ 。由此可見，計算各改正数时，只要其中誤差 μ 不超过 $\pm 0''.1$ 就行了，因为改正数的个数不多于 3 个。

在这种情况下，顯然，化算方向值的中誤差將等于：

$$m' = \sqrt{1 + 3 \times 0.01} = 1''.02,$$

也就是說，实际上，这將无损于觀測精度。

現在列出計算改正数 δ 的公式：

$$\delta'' = f(x_1 - x_2) \left(y_1 + \frac{y_2 - y_1}{3} \right),$$

式中 x 和 y 以公里計，而

$$f = \frac{\rho''}{2R^2 \text{公里}} \approx 0.0025.$$

如果令:

$$x_1 - x_2 = -\Delta x$$

$$y_1 + \frac{y_2 - y_1}{3} = y,$$

則得:

$$|\delta''| \approx 0.0025 \cdot \Delta x \cdot y.$$

我們根据計算 Δx 和 y 的誤差來求算改正數 δ 的誤差。

为此, 按已知的誤差理論公式, 以觀測量 Δx 和 y 的中誤差來表示這兩觀測量的函數 δ 的中誤差:

$$M_{\delta}^2 = (0.0025 \Delta x)^2 m_y^2 + (0.0025 y)^2 m_{\Delta x}^2.$$

現在采取二等三角測量中最不利的情况, 即

假設:

$$\Delta x = 30 \text{公里}; y = 300 \text{公里},$$

这样就得出

$$M_{\delta}^2 \leq (0.075)^2 m_y^2 + (0.75)^2 m_{\Delta x}^2.$$

因为橫坐标的中誤差永远不会超过增量中誤差的10倍,
(为此, 应该通过 100 条三角系的边來計算橫坐标), 为了簡單起見, 假定

$$m_y = 10 m_{\Delta y} \text{ 和 } m_{\Delta y} = m_{\Delta x} = m_{\Delta},$$

就可以寫出:

$$M_{\delta}^2 < 2 \times 0.75^2 m_{\Delta}^2,$$

由此

$$M_{\delta} < m_{\Delta},$$

式中: M_{δ} 以弧秒計, m_{Δ} 以公里計。

因此, 为了保証計算改正數 δ 的必要精度 ($M_{\delta} \leq \pm 0''.1$, 只需要以 0.1 公里的中誤差 ($m_{\Delta} = \pm 0.1$ 公里) 來計算坐标

增量就足夠了。

現在來研究計算測站点归心和照准点归心改正数时，方向和距离的必要精度問題。

計算 c (或 r) 的公式：

$$c'' = \frac{l}{d} \rho'' \sin(M + \theta).$$

为了便于以后討論起見，我們把公式簡化一下，即令式中的 $\rho'' = 200000''$ ，于是得出：

$$c'' = 2 \frac{l \text{公分}}{d \text{公里}} \sin(M + \theta). \quad (1)$$

l 和 θ 所在誤差的影响我們不必考慮，因为这项影响已經包含在以前所算出的觀測方向的中誤差值中。

由公式 (1)，按照一般規則求得：

$$M^2_c = \left\{ 2 \frac{l \text{公分} \cos(M + \theta)}{d \text{公里}} \right\}^2 m^2_M + \\ + \left\{ 2 \frac{l \text{公分} \sin(M + \theta)}{d^2 \text{公里}} \right\}^2 m^2_d.$$

將上面的公式表成下列形式：

$$M^2_c = \left\{ 2 \frac{l \text{公分} \cos(M + \theta)}{d \text{公里}} \right\}^2 m^2_M + \\ + \left\{ 2 \frac{l \text{公分} \sin(M + \theta)}{d \text{公里}} \right\}^2 \left(\frac{m_d}{d} \right)^2.$$

顯然，式中 m_M 的值是以弧度計。

因为計算改正数 c 和 r 时是利用凑整至整分数的、未經化算的方向值，所以可以認為 $m_M \leq 1:3000$ 。同时，以后可以見到，相对誤差 $\frac{m_d}{d}$ 可能比 m_M 大得多。因此，为了簡單

起見，設 $m_M = \frac{m_d}{d}$ 就可寫出：

$$M''_e < \left(2 \frac{l \text{公分}}{d \text{公里}}\right)^2 \left(\frac{m_d}{d}\right)^2 [\sin^2(M + \theta) + \cos^2(M + \theta)],$$

由此

$$M''_e < 2 \frac{l \text{公分}}{d \text{公里}} \frac{m_d}{d}.$$

我們採取二等三角測量最不利的情況，即設 $l \text{公分} = 60$ 公分， $d \text{公里} = 6 \text{公里}$ 。

則

$$M''_e < 20 \frac{m_d}{d}. \quad (2)$$

由公式(2)可以看出，為了保證改正數 c 、 r 的計算精度，使中誤差 $M_e = \pm 0''.1$ ，我們所知道的距離 d ，只要它的相對中誤差 $\frac{m_d}{d} = \frac{1}{200}$ 即足夠了。

因而，可以認為，為了保證補充三角網中計算改正數 c 、 r 和 δ 的必需精度，我們所知道的三角點的坐標增量，只要它的中誤差 $m_\Delta = \pm 0.1 \text{公里}$ ，而邊長的相對中誤差 $\frac{m_d}{d} = \frac{1}{200}$ 。

以上所考慮的，乃是最不利的情況。因此，在一般情況下，所提出的要求都保證了多餘的精度。

至於一等三角測量和二等基本鎖，則此處所提出的對邊長和坐標增量的精度要求應該提高1—2倍。

§ 2. 計算尺的使用

為了進行補充三角網的核算，採用25公分的計算尺，差

不多就可以完全保証計算邊長和點的坐標的必要精度。

大家都知道，使用這種計算尺計算三角形的邊長時，所求出的相對中誤差為： $\frac{m_d}{d} \approx \frac{1}{500}$ （假設起始邊沒有誤差）。

三角鎖中第 K 個三角形邊的相對誤差將等於：

$$\frac{m_d}{d} = \frac{1}{500} \sqrt{K}.$$

考慮到求得的邊長在以後計算坐標增量時尚須利用，對於三角鎖的最弱邊，我們提出一個要求，使

$$\frac{m_d}{d} \leq \frac{1}{300}.$$

在由 n 個三角形所組成、并敷設於兩條起始邊之間的三角鎖段中，位於三角鎖中央的最弱邊的誤差是：

$$\frac{m_d}{d} = \frac{1}{500} \sqrt{\frac{n}{2}}.$$

這一边在三角鎖的中央還能由另一起始邊再推算一次。所以，三角鎖中央邊的最后值，在配賦閉合差以後，其誤差將是：

$$\frac{m_d}{d} = \frac{1}{500} \sqrt{\frac{n}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{1000} \sqrt{n}.$$

能夠用計算尺解算的三角鎖最多的三角形個數，由下列方程式求得：

$$\frac{1}{300} = \frac{\sqrt{n}}{1000};$$

由此

$$n \approx 10.$$

求得中誤差不大於 $\frac{1}{300}$ 的邊長後，我們就能保証以小于

$\frac{1}{250}$ 的中誤差來進行坐标增量的計算。

因为位于补充網起始边較远处的坐标增量：按絕對值不超过 25 公里，所以計算出來增量的最大中誤差等于：

$$m_{\Delta} = \frac{25 \text{ 公里}}{250} = 0.1 \text{ 公里},$$

这正是我們所要求的。

根据以上所述，就可以为三角測量概略計算推荐下列計算近似边長和三角点坐标的程序：

在一等三角鎖与二等基本鎖中，边長和三角点坐标用計算机來計算，并同时采用五位三角函数自然值表；計算时将角度凑整至分，距离和坐标凑整至公尺。

三角形解算和坐标增量計算的程序，以及計算的表格，与用計算尺計算时毫无差別。用計算机解算三角形时，按下述方法進行。將起始边除以对角的正弦后，得出 D ，將 D 值調置在撥数杆上，使之与另外兩角的正弦相乘，这就求得了兩条待定边。因为角度已凑整至整分数，角度的正弦就不必內插而直接由表中求得，所以在計算表格內不將它們記入。

將計算机撥数杆上調置的 d 值乘以坐标方位角的 $\sin$ 和 $\cos$ （与計算經緯仪導綫时相同），就求得坐标增量。

边長和坐标的閉合差，按与三角形的个数（从三角鎖起始点起算）成比例配賦。

假如在一等三角鎖和二等基本鎖的边之間，不能选出少于 10 个三角形所組成的补充網鎖段，那末补充網的某些三角形鎖段同样亦應該用計算机計算。我們所以要这样做，是因为考慮到使补充網的其余部分能夠用解算不多于 10 个三角形所組成的鎖段的方法來計算。

§ 3. 計算的示例

三角鎖內角度編号的程序以及用計算尺解算三角形的程序見下例；計算時，算到一公里的百分之一（表 1 和圖 1）。

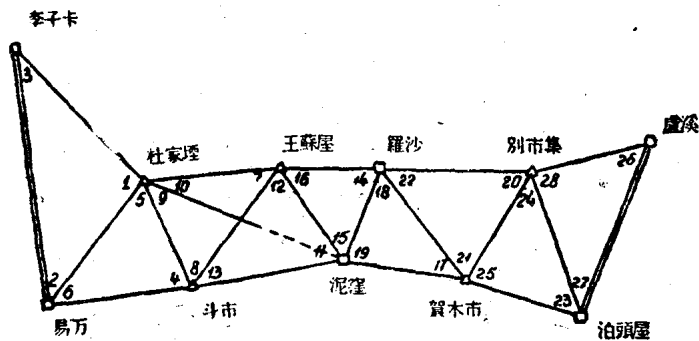


圖 1

示例說明（參看圖 2）：

1. 角度湊整到整分數時，要考慮到使三角形的角度之和等於 180° 。

2. 用計算尺解算三角形的順序：

(1) 將滑動玻璃板的標綫對正固定數尺 N 上起始邊 b 之值（或者對正對數尺上的 $\lg b$ ）；

(2) 移動游尺，將正弦數尺 S 上的讀數 B （如果角 $B > 90^\circ$ ，則讀數為 $180^\circ - B$ ）導至標綫之下；

(3) 將標綫對正數尺 S 上的讀數 A ，并按數尺 N 讀出 a 邊的値；然後，使標綫對正讀數 C （仍在數尺 S 上），求得邊長 c ，這一邊條將是下一三角形的起始邊；

(4) 着手下一三角形的解算時，使計算尺的滑動玻璃

表 1

用計算尺解算三角形

三角形 編 号	角度編号	三角形頂点 的 名 称	角 度	計 算 的 边 長	v	改 正 后 的 边 長
1	2	3	4	5	6	7
1	1	杜 家 堙	98°47'	—	—	24.37
	2	易 万	44 21	17.28	+0.01	17.29
	3	李 子 卡	36 52	14.83	+0.01	14.84
2			180°00			
	4	斗 市	74 26	14.83	+0.01	14.84
	5	杜 家 堙	61 7	13.47	+0.02	13.49
3	6	易 万	44 27	10.78	+0.02	10.80
			180°00			
	7	王 苏 屋	47 13	10.78	+0.02	10.80
3'	8	斗 市	61 29	12.90	+0.03	12.93
	9+10	杜 家 堙	71 18	13.90	+0.04	13.94
			180°00			
3'		泥 窪	31 7	10.78	+0.02	10.80
	9	杜 家 堙	43 36	14.36	+0.02	14.40
	8+13	斗 市	65 17	20.10	+0.02	20.12
4			180°00			
	11	泥 窪	65 34	13.90	+0.04	13.94
	12	王 苏 屋	70 38	14.39	+0.05	14.44
4	13	斗 市	43 48	10.56	+0.06	10.62
			180°00			

續表 1

三角形 編 号	角度編号	三角形頂点 的 名 称	角 度	計 算 的 边 長	"	改正后的 边 長
1	2	3	4	5	6	7
5	14	罗 沙	69° 31'	10.56	+0.06	10.62
	15	泥 窪	55° 38'	9.31	+0.07	9.38
	16	王 苏 屋	54° 51'	9.21	+0.03	9.29
6			180°00'			
	17	賀 木 市	44° 58'	9.21	+0.03	9.29
	18	罗 沙	62° 6'	11.54	+0.09	11.63
	19	泥 窪	82° 56'	12.94	+0.10	13.04
7			180°00'			
	20	別 市 集	58° 41'	12.94	+0.10	13.04
	21	賀 木 市	68° 50'	14.41	+0.11	14.22
	22	罗 沙	52° 29'	12.01	+0.12	12.13
8			180°00'			
	23	泊 头 屋	53° 32'	12.01	+0.12	12.13
	24	別 市 集	50° 16'	11.48	+0.13	11.61
	25	賀 木 市	76° 12'	14.50	+0.14	14.64
9			180°00'			
	26	盧 溪	55° 22'	14.50	+0.14	14.64
	27	別 头 屋	40° 35'	11.47	+0.15	11.62
	28	別 市 集	84° 03'	17.52	+0.16	17.68
			180°00'			

板仍停留在最后位置（即对正讀数 C ），將傳距角 D 的值（在 S 数尺上）導至标綫之下，以下类推。

3. 在三角鎖末端所求得的閉合差 ($W = a'_n - a_n$ ，式中： a'_n ——計算的边長； a_n ——起始边長^①)，以相反符号在 v 欄內按与三角形的个数（由三角鎖的起始点起算），成比例配賦。容許閉合差按下列公式計算：

$$\frac{W}{a_n} = \frac{\sqrt{n}}{200},$$

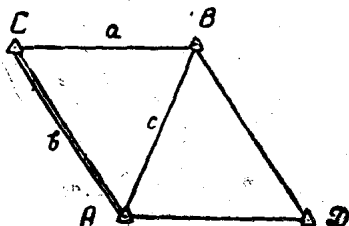


圖 2

式中， n ——三角鎖中三角形的个数。

根据已平差的边長和坐标方位角計算坐标增量。每一点的坐标必須根据三角測量的兩条边來決定。从两个已求得的坐标值中取中数。推算到鎖段末端的起始点，我們即求得閉合差，这种閉合差的配賦与三角形边長閉合差的配賦相同。坐标的容許閉合差按下列公式計算：

$$W_x = W_y = \frac{L}{300},$$

式中， L ——鎖段的長度。

①起始边記入第 7 欄，并在底下加橫綫。

下面列举一个从两个起始点计算待定点坐标的例子。坐标同样亦算到一公里的百分之一（表2）。

在遵守上述程序的条件下，可以由一名计算员进行近似边长和三角点坐标的计算。

表 2

用计算尺计算待定点的坐标

演算程序	待 定 点	杜 家 壩	
	起 始 点	易 万 卡	李 子 卡
1	α 起始	352°56'	172°56'
2	角	+44 21	-36 52
3	α_{12}	37 17	136 04
4	檢查	98°47'	
10	x_2	6210.14	6210.09
5	x_1	6198.34	6222.53
9	Δx_{12}	+ 11.80	-12.44
7	d	14.84	17.29
8	Δy_{12}	+ 8.99	+11.97
6	y_1	-148.51	-151.50
11	y_2	-139.52	-139.53
12	x 中数	6210.12	
13	y 中数	- 139.52	

附注:

1. 从起始点至待定点的坐标方位角 α_{12} ，其计算的正确性，可以用待定点上的角度来检查，该角是根据这些坐标方位角算出的。
2. x 中数和 y 中数用作起始数据，以计算三角锁中下一点的坐标。
3. 两坐标值容许的不符值为 0.15 公里。

第二章

外業資料的整理

§ 4. 三角網資用略圖的編制

根据三角点的近似坐标編制三角網資用略圖。編制这种略圖的比例尺通常是 1:100 000。三角点用針刺出并画上一个直徑为 0.5 公分的圓圈。不同等級的三角測量的边，最好用不同顏色的墨水描繪。三角点的展繪是否正确，根据距离來檢查。展出所有三角点后，用橡皮擦去坐标網。

略圖上的三角点要編號，號碼寫在圓圈之中。起始点用羅馬数字編號，待定点則用阿拉伯数字編號。編制最后計劃时，整个三角系的編號系統應該是統一的。

略圖上要画一張三角点表，表內列出点号、点名、点的等級以及点的近似坐标。三角点表根据点号的程序編制。

近似边長和三角点坐标的計算，以及資用略圖的編制，最好都在外業期間進行。为此，在选点和造标期間，必須觀測所有已造标或已豎立标杆的方向。这种觀測可以用低精度經緯仪作兩半測回（兩半測回之間換置度盤）^①來完成。完成了这一要求，在开始觀測以前，就常常能夠求得三角点的近似坐标，并編成資用略圖。

有了近似坐标，就能編制精确的觀測綱要，因而也就能大大地減輕觀測工作，并能避免觀測中不至產生錯誤。

有了精确的資用略圖，就便于觀測期間的檢查計算，这一点我們在以后可以看到。

①第一个半測回最好用按磁子午綫定向的度盤進行。

§ 5. 外業資料的第二人檢查

三角測量外業資料——略圖、水平方向和垂直角觀測手簿、歸心計算用紙，都應該整飾妥善，經過檢查，并由觀測員簽名。全隊的手簿必須統一編號（選點手簿、水平方向手簿和垂直角手簿分別編號）。

手簿通常用三位數字編號，左起第一個數字代表區隊的隊號，其餘兩個則是區隊內的編號，因此，區隊長必須分配給每個觀測員一定的兩位數字的編號。

歸心計算用紙上寫上三角點的點號。如果一個三角點占有若干張歸心用紙，則在點號後面補添 a 、 b 、 c ……等字母（例如：27— a ，27— b ……）。

區隊長收到觀測員的外業資料後，應該組織第二人對這些資料作檢查。資料必須全部檢查。例如檢查手簿時，必須對手簿內自內封面直至最後一頁的所有記載毫無遺漏地予以檢查。

除了第二人檢查以外，區隊長必須抽查資料。

檢查者用墨水注寫所有的改正。資料上應該有檢查者的署名。

在整飾和檢查資料的過程中，要編制全區隊總的“按字母編列的三角點表”。表中除了列出點名、點號、點的等級、觇標類型以外，還要記出包含有該點觀測資料的外業文件的編號。按字母編列的三角點表的形式和填寫此表的程序，參看“二、三、四等三角測量細則”。第二人檢查資料時，必須檢查記在“按字母編列的三角點表”內的數據的準確性。

有了“按字母編列的三角點表”，三角測量進一步的計