概率与随机过程习题集

上册　　第一分册

成都电訊工程学院702教研室编譯

中国人民解放军 空军第二高射炮兵学院印

内　容　简　介

本书依据〔美〕H · Van Trees教授为麻省理工学院高级工程研究中心编写的《概率论及随机过程学习指导》一书编译而成，内容共分基本概率论，随机变量，统计平均，极限定理与统计学，随机过程引言，二阶矩理论，泊松过程，马尔柯夫过程，高斯过程以及过程特性的测量等十个单元。内容丰富，取材新颖，既注重基本理论的阐述，又密切联系通讯、雷达、导航、信号检测及参量估计、系统可靠性、质量管理等工程技术领域的问题。在编排顺序上也很讲究，便于自学。

本书是1980年7月四机部在成都电讯工程学院召开的《统计无线电技术》教材审稿会上推荐的教学参考书，也适于从事上述各领域的高等学校教师、高年级学生及工程技术人员阅读。

该习题集分上、下两册出版，上册包括前四个单元，下册为后六个单元。为便于装订，上册分两个分册：第一分册为概念、例题及习题部分；第二分册为习题解答。

概率与随机过程习题集

上册　第一分册

*　*　*

编译者：成都电讯工程学院702教研室

校对者：空军第二高射炮兵学院126教研室

开本：787×1092　1/16　页数：182　字数：30万　册数：5000

*　*　*

印刷：空军第二高射炮兵学院印刷所

一九八一年十二月印刷

内部发行　工本费：1.00元

目　录

第一单元　基本概率论……1～37

第1·1课　引言……1
第1·2课　数学模型的表述（Ⅰ）……4
第1·3课　数学模型的表述（Ⅱ）……8
第1·4课　基本集合论……9
第1·5课　概率模型……13
第1·6课　联合概率……21
第1·7课　条件概率（Ⅰ）……24
第1·8课　条件概率（Ⅱ）——贝叶斯公式的应用……27
第1·9课　条件概率——应用举例〔基本判决理论（Ⅰ）〕……29
第1·10课　统计独立……34
第1·11课　乘积空间和统计独立试验……36

第二单元　随机变量……38～98

第2·1课　随机变量（Ⅰ）……38
第2·2课　随机变量（Ⅱ）……41
第2·3课　典型随机变量……43
第2·4课　混合随机变量……46
第2·5课　以单个集为条件……49
第2·6课　多维随机变量（离散型）……52
第2·7课　连续随机变量……57
第2·8课　冲激密度……62
第2·9课　统计独立随机变量……64
第2·10课　以多个集为条件……68
第2·11课　以点为条件……70
第2·12课　基本判决理论（Ⅱ）……73
第2·13课　随机变量的函数……78
第2·14课　向量随机变量的函数（Ⅰ）……83
第2·15课　可靠性理论……90
第2·16课　向量随机变量的函数（Ⅱ）……96

第三单元　统计平均……99～147

第3·1课　统计平均——随机变量的期望……99

第3·2课　随机变量函数的期望 …… 101
第3·3课　随机变量的矩 …… 105
第3·4课　切比雪夫不等式 …… 108
第3·5课　予测理论（Ⅰ） …… 111
第3·6课　基本判决理论（Ⅲ） …… 113
第3·7课　条件期望 …… 120
第3·8课　予测理论（Ⅱ） …… 122
第3·9课　联合矩——相关 …… 128
第3·10课　予测理论（Ⅲ） …… 132
第3·11课　特征函数 …… 136
第3·12课　联合特征函数 …… 144

第四单元　极限定理与统计 …… 148～182

第4·1课　样本平均与弱大数定理（WLLN） …… 148
第4·2课　相对频率 …… 151
第4·3课　高斯近似 …… 152
第4·4课　中心极限定理（CLT） …… 158
第4·5课　统计推断引言 …… 162
第4·6课　估计理论（Ⅰ） …… 163
第4·7课　估计理论（Ⅱ） …… 167
第4·8课　性能界限：克拉美——罗不等式 …… 172
第4·9课　随机变量概率密度的估计 …… 175
第4·10课　显著性检验 …… 177

目　　录

第一单元　基本概率论……183～232

第1・1课　引言……183
第1・2课　数学模型的表述（Ⅰ）……185
第1・3课　数学模型的表述（Ⅱ）……192
第1・4课　基本集合论……194
第1・5课　概率模型……199
第1・6课　联合概率……210
第1・7课　条件概率（Ⅰ）……212
第1・8课　条件概率（Ⅱ）——贝叶斯公式的应用……218
第1・9课　条件概率——应用举例〔基本判决理论（Ⅰ）〕……221
第1・10课　统计独立……225
第1・11课　乘积空间和统计独立试验……230

第二单元　随机变量……232～339

第2・1课　随机变量（Ⅰ）……232
第2・2课　随机变量（Ⅱ）……237
第2・3课　典型随机变量……241
第2・4课　混合随机变量……249
第2・5课　以单个集为条件……254
第2・6课　多维随机变量（离散型）……261
第2・7课　连续随机变量……265
第2・8课　冲激密度……276
第2・9课　统计独立随机变量……278
第2・10课　以多个集为条件……283
第2・11课　以点为条件……287
第2・12课　基本判决理论（Ⅱ）……294
第2・13课　随机变量的函数……301
第2・14课　向量随机变量的函数（Ⅰ）……317
第2・15课　可靠性理论……327
第2・16课　向量随机变量的函数（Ⅱ）……332

第三单元　统计平均……340～415

第3・1课　统计平均——随机变量的期望……340

第3·2课　随机变量函数的期望……343
第3·3课　随机变量的矩……348
第3·4课　切比雪夫不等式……354
第3·5课　予测理论（Ⅰ）……359
第3·6课　基本判决理论（Ⅲ）……363
第3·7课　条件期望……369
第3·8课　予测理论（Ⅱ）……374
第3·9课　联合矩——相关……381
第3·10课　予测理论（Ⅲ）……390
第3·11课　特征函数……396
第3·12课　联合特征函数……410

第四单元　极限定理与统计……416～463

第4·1课　样本平均与弱大数定理（WLLN）……416
第4·2课　相对频率……417
第4·3课　高斯近似……419
第4·4课　中心极限定理……428
第4·6课　估计理论（Ⅰ）……433
第4·7课　估计理论（Ⅱ）……437
第4·8课　性能界限：克拉美——罗不等式……448
第4·9课　随机变量概率密度的估计……457
第4·10课　显著性检验……458

附录一　随机变量的变换……464
附录二　典型随机变量的分布（或密度）函数，特征函数，均值和方差……468
附录三　χ^2——分布表……473
附录四　主要参考资料……474

第一单元　基本概率论

第1·1课　引言

概　　念

本课我们由讨论实际问题开始，这些问题带有不可予测的性质。在定义事件的相对频率之后，我们还要定义统计规律性。全部概率论就是处理具有统计规律性的现象。最终的论题，是建立实际系统与数学模型之间的关系。

例　题　书店经营者每天訂购50份《本地新闻》。他买进时每份6分，卖出每份10分。未卖出的报纸不能退给发行人。他记录的具有代表性的两周时间内报纸销售量如下：

日期	销售量
1	42 份
2	47 份
3	43 份
4	61 份
5	48 份
6	55 份
7	49 份
8	44 份
9	47 份
10	55 份
11	57 份
12	48 份
13	44 份
14	46 份

1．在这两周内，《本地新闻》平均每天多余多少份？不足多少份？

2．他的平均利润是多少？

3．要求经营者在这两周时间内，每天訂同样数量的报纸。根据上述情况，问需訂多少份报纸他的平均利润最大？在你的回答中隐含着什么假设？

解　1．下表概括了必要的计算结果。

日期	销售量	多余数(E)	不足数(S)
1	42	8	0
2	47	3	0

3	43	7	0
4	61	0	11
5	48	2	0
6	55	0	5
7	49	1	0
8	44	6	0
9	47	3	0
10	55	0	5
11	57	0	7
12	48	2	0
13	44	6	0
14	46	4	0
		$\Sigma_E=42$	$\Sigma_S=28$

平均多余数是

$$\overline{E}=\frac{\Sigma_E}{天数}=\frac{42}{14}=3$$

平均不足数是

$$\overline{S}=\frac{\Sigma_S}{天数}=\frac{28}{14}=2$$

2．以分计每天的利润是

（销售量×10）－300，　销售量≤50时

（50×10）－300，　销售量＞50时

或　（50－多余数）×10－300。

因而平均利润是

$$\overline{P}=(50-\overline{E})\times 10-300 \tag{1}$$

$$\overline{P}=(47)(10)-300=170(分)=1.70元$$

3．如訂W份报纸，则以分计每天的利润是

销售量×10－6W，　如销售量≤W

W×10－6W，　如销售量＞W

或　（W－多余数$_W$）（10）－6W

这里“多余数$_W$”是对W的多余数。平均利润是

$$\overline{P}=4W-10\overline{E}_W$$

对于不同的W我们能够算出 $\overline{P}$。

訂报数(W)	平均多余数($\overline{E}_W$)	平均利润($\overline{P}$)
49	$\frac{32}{14}=2.28$	(4)(49)－(10)(2.28)＝173.2分

48	$\frac{23}{14}=1.64$	$(4)(48)-(10)(1.64)=175.6$分
47	$\frac{16}{14}=1.14$	$(4)(47)-(10)(1.14)=176.6$分
46	$\frac{11}{14}=0.79$	$(4)(46)-(10)(0.79)=176.1$分
45	$\frac{7}{14}=0.50$	$(4)(45)-(10)(0.50)=175.0$分

因此，如果这两周每天訂购47份报纸，就会取得最大的平均利润。如果认为将来的销售量平均说来与这两周相同，则将来亦应訂47份。

1·1·1 在任何建立数学模型的问题中，对数据有一些感性认识是有用的。下表中我们列出模拟投币试验1000次的试验结果。

表 1 投币试验（1000次）

1.HTHTTHTHHTTHTHHTTTTH	2.HHTTHHTTHHTTTTTHHTHT
3.HTTTHHHHHTTHTTHTTTHT	4.HHTHHHTTTTTHTHHHHTTT
5.HTHHHTHHHHHHTHTTHHTT	6.TTHHTTHTTTHTTHTTTTHH
7.THHTTTTTHHHTTHHTTHTH	8.HHTHTHHTHTTHHHTHTTHT
9.TTHTHTTHTTHTTHHTTHTH	10.THTTTTTTTHTHHTTHTHHH
11.THHHTTHTTTTTTTHHHHHH	12.HHTTHHHHHTHTHTTTHTTH
13.HHTHHTTTHHTHHTTHTHHH	14.HHHHTHHTHHTHHTTHTTHH
15.HHTHTHTTHHHHTTHHHHTH	16.HTTHTHTHTHHHHHHTHTHT
17.THTHHHTTTHHTHHHTTHHH	18.THHTHTTTTTHTHHTHTHHT
19.HTHHTTHHTTTHHHHHHHHT	20.THHTTHHHTHTTHHHTHTHH
21.HTTTHTTHHHHTHHHHHHTT	22.THHHTTTHTHHTHTHHHTTT
23.THTHHTHTHHHHHTTHTTHT	24.THTHHTTTHTHTTHTHTTHH
25.THHTHTTTTTHTTHTHHHHT	26.HTTHHHTHHHTHHHTHHHTH
27.TTHTHHTTTTHTHTHTTHTH	28.THHTHHTHHHTTTTHTHTHT
29.TTHTTTHHTHHTTHHTTHTT	20.THHTHHHTHHTHTHTTTHHT
31.TTTHHHTHTHHTTHHTHTHH	32.TTTHTTHTTHTHTHHHTHTH
33.TTHTTHTTTHTHTHHTHTTH	34.THHTHHHHHHHHHTHTHTHT
35.HHTHTTHTHTTTTHTHTHTH	36.THHTTHTTTHTTTTHTHTTH
37.HHTTHHTHHHHHHHHTTTHT	38.HHHTHHTHTHTTTTTHHTHT
39.HTTHTHHHTTHHTTHTHTTH	40.HTHHTHHHTTTTTHHTTTTT

41.TTHTTHTHTHTTTHHTHHTH 42.HHTHTHHHHTHHTTHHTHHH

43.THTHHTHTTTHHTTHTHTHH 44.HHTHTTTHTHHHHTTHTTHH

45.HHTHTHHHHHHTTTHTHHTH 46.HHTHHHHTHHHTTHTHTTHH

47.THHTTHHHTHHTHHHTTTTT 48.THTHTTHHTHTTHTHTHTTH

49.THTHHHTTHHHHTTTTTTTH 50.HTTTTTTHHHTTTTTHTTTH

1．20个数据为一组，对每个组计算

$$\frac{n_H}{n}=\frac{\text{正面数}}{20}$$

画出结果的直方图。

2．100个数据为一组，对每一组计算n_H/n.

3．对整个试验计算n_H/n.

4．结果符合你的直觉吗？硬币是均匀的吗？

1·1·2 无线电发报员以等分时间发射点和划。然而，遗憾的是他的划比点长不了多少，并且由于大气干扰，点有时被接收成划，反之亦然。设20％的点接收成划，25％的划接收成点。假定你是收报员，如你把所有表面上看来是点的译成点，是划的译成划，问你犯错误的时间百分率是多少？

第1·2课 数学模型的表述（Ⅰ）

概 念

本课中我们将阐明“数学模型表述”的前三步：

1．定义试验.

2．列举所有可能结果，每个结果用一样本点(s)表示，所有可能结果的集合叫做样本空间($\mathscr{S}$).

3．事件是试验的一个结果或是结果的集合，它相应于样本点的集合.

本课考虑有限的样本空间，下一课考虑更一般的空间。建立模型的最后一步将在1·6课中讨论.

例 题 试验是把两个球（一红一绿）放进三个盒子内，两球可以同在一个盒子里。

1．画出该试验的样本空间$\mathscr{S}$。在$\mathscr{S}$中有多少样本点？

2．事件A定义为一个盒子有两个球的事件，把A描述为$\mathscr{S}$中的集。

3．事件B定义为红球或绿球或者它们二者放在第二个盒子内这一事件，把B描述成$\mathscr{S}$中的集。

解 1．我们列举所有可能的结果。红球能放入三个盒中任何一个，绿球也能放入三个盒中的任何一个。因此有九种可能结果（或样本点）如下表所示。

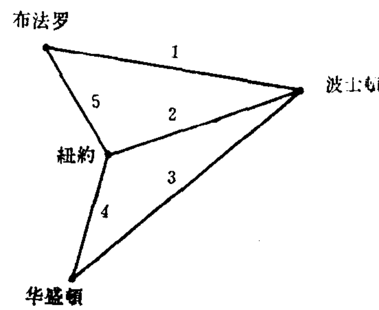
样本点	盒 #1	盒 #2	盒 #3
s_1	红 綠		
s_2	红	綠	
s_3	红		綠
s_4	綠	红	
s_5		红 綠	
s_6		红	綠
s_7	綠		红
s_8		綠	红
s_9			红 綠

2．观察$\mathscr{S}$，我们看出

$$A=\{s_1,\ s_5,\ s_9\}$$

3．观察$\mathscr{S}$，我们看出

$$B=\{s_2,\ s_4,\ s_5,\ s_6,\ s_8\}$$



1·2·1

1.2.1 考虑图示通信网络，试验是在时刻t_0观察网络的状况。这时每条线路可以在工作(S)或发生故障(F)

1．画出试验结果的样本空间$\mathscr{S}$。在$\mathscr{S}$中有多少样本点？

2．为了在两城市间通讯，我们必须至少有一条可利用的通路*。定义事件A为在时刻t_0波士顿和华盛顿之间通信的能力。把A描述成样本空间中的集。

3．事件B是华盛顿和布法罗之间通信但波士顿和纽约不通信的能力。把B描述成样本空间中的集。

1.2.2 试验是一次掷两个不可区别（即你不能讲出它们有何不同）的骰子。

1．建立样本空间$\mathscr{S}$。

把下列事件描述为样本空间中的集。（**提示：**先对标明a和b的骰子建立样本空间。）

2．A：仅有一个骰子是3。

3．B：至少有一个骰子是4。

4．C：骰子上点数的总和是偶数。

5．D：点数总和小于9。

6．E：点数总和为质数。

7．在问题的陈述中，说骰子是“不可区别的”与两个骰子是“可以区别的”有何不同？

说明1 建立样本空间时，“树图”经常被采用。作为例子，我们考虑下列情况：掷一硬币，直到连续两次出现正面，或出现反面的总和为两次。这可画出图（1.2 说明1）。(图中H表示正面，T表示反面)

---

*编译者注：通路由线路组成。例如华盛顿与波士顿之间有三条通路：一条由线路3组成；一条由线路4和2组成；一条由线路4、5和1组成。

我们在试验结束的位置上画圈。样本点是

s_1：HH

s_2：TT

s_3：HTT

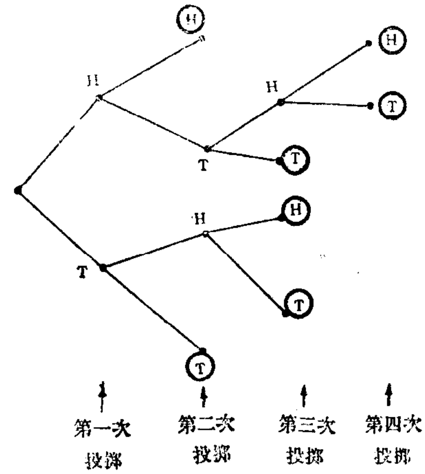
s_4：THH

s_5：THT

s_6：HTHH

s_7：HTHT

由此可见，树图的确是一种有用的方法。



1·2 说明 1

1·2·3 考虑下列股票交易市场（或掷硬币）的模型。我们至多可做五次交易。最初的资本为200美元，在每次交易中获得或损失100美元，当拥有500美元或完全破产时则停止交易。利用树图画出该试验的样本空间。

说明 2 在本说明和下一个说明中，我们要引入两个概念，第一个概念是有序样本。假定我们有一 n 个元素的集合（例如52张一付的纸牌），我们取出一个元素，观察之后把它放回。我们再取出第二个元素，观察之后仍把它放回。这样继续抽取 r 次。在取纸牌的情形下，我们得一序列

$$A_S,\ 2_H,\ J_D,\ \cdots 6_C,\ J_D,\ \cdots K_H.$$

这称为放回抽样，并且可以看出有 n^r 个有序样本，因此在 $\mathscr{S}$ 中有 n^r 个样本点。

另一方法是不放回抽样，即抽取后不再放回。在这种情况下有

$$n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\cdots\cdot(n-r+1)$$

个可能结果。我们可把这写为

$$P(n,r)\overset{*}{\leqq}\frac{n!}{(n-r)!},$$

其中

$$n!\leqq n(n-1)(n-2)\cdots1,$$

$$0!\leqq1.$$

$P(n,r)$ 叫做在 n 个元素中一次取 r 个元素的排列数。

1·2·4 一个盒子里放着标有1，2，…，6的六个球，我们用放回抽样建立容量为3的有序样本。

1．可能有多少有序样本？

2．验证这个放回抽样问题等效于同时掷三个骰子或一个骰子掷三次。

3．与一个硬币掷四次相应的放回抽样问题是什么？有多少个可能的有序样本？

说明 3 第二个概念是 n 个物体一次取 r 个的组合，在组合中元素的顺序是不重要的。例如，考虑三个物体 a，b，c 一次取两个。

排列	ab，ba；	ac，ca；	bc，cb.
组合	ab ；	ca ；	bc.

---

* 校对者注：在本书中，凡遇有符号“$\underline{\triangle}$”或“$\underline{\triangle}$”者，均以“≦”代替。

有6个排列，但只有3个组合。一般地，每个组合可产生$r!$个排列。这样，n个物体一次取r个的组合数为

$$C(n,r)=\frac{P(n,r)}{r!}=\frac{n!}{r!((n-r)!}\cong\binom{n}{r}$$

上式右边的符号称为二项式系数。

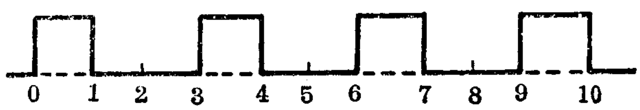
1·2·5　假定有一个内装十个元件的盒子。其中六个是次品，四个正品，我们从此盒内任取三个元件。

1. 元件组合数可能有多少？
2. 不包含次品的组合是多少？
3. 恰好只包含一个次品的组合是多少？
4. 恰好包含两个次品的组合是多少？
5. 三个都是次品的组合是多少？

1·2·6　假定有一付52张的纸牌，玩牌者得到5张牌。

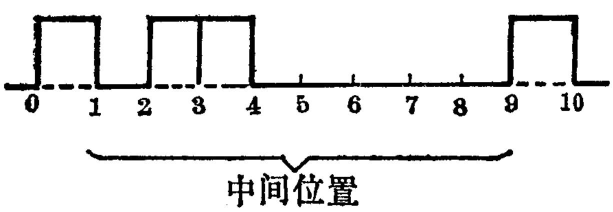
1. 牌的可能组合是多少？
2. 包含四张么点的组合是多少？
3. 恰有三张么点的组合是多少？

1·2·7　常用雷达信号的包络示于下图。



1·2·7（上）

（实际上，脉冲的间隔比脉冲宽度大得多。）已证明，这个信号在我们估计距离或速度中有时会引起大的误差，可消除这个缺点的信号叫"随机交错序列"。我们把中间两个脉冲"随机地"置于中间八个位置上便可得到这种序列。一个典型的信号（包络）是



1·2·7（下）

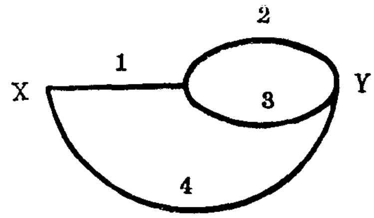
画出这个试验的样本空间$\mathscr{S}$。假定两脉冲能在同一位置，相应于同一间隔有两个脉冲的样本点有多少？在$\mathscr{S}$中有多少个样本点？

1·2·8　考虑示于图1·2·8的有冗余元件的系统。
试验是在时刻t_0观察该系统，这时各线路可以在工作(S)或发生故障(F)。

1. 画出描述试验结果的样本空间。
2. 为了在X和Y之间通信，我们至少需要一条通路。定义事件A是在X和Y之间通信

的能力。把A描述为样本空间中的集。

1·2·9　考虑由3个选手a、b和c进行的比赛。第一场a对b，第二场由胜者对c，第三场由第二场胜者对第一场败者，等等。当某人连胜两场则比赛停止。如果第五场终了仍无胜利者，比赛亦停止，并以总的胜利次数最多者为胜利者。在打成平局时，用掷硬币的办法决定胜负。



1·2·8

1．作出这个试验的样本空间。

2．令A是a赢得整个比赛这一事件，把A描述为$\mathscr{S}$中的集。

3．令B是b赢得整个比赛这一事件，把B描述为$\mathscr{S}$中的集。

4．令C是c赢得整个比赛这一事件，把C描述为$\mathscr{S}$中的集。

第1·3课　数学模型的表述(Ⅱ)

概　　念

本课是第1·2课的继续，主要讨论可数无限及不可数无限样本空间。

例题　掷一硬币直到第一次连续出现两次正面为止。

1．描述样本空间。

2．事件A是在前六次投掷中出现四次或更多次正面，把A描述为样本空间中的集。

3，事件B是试验持续至超过五次投掷，把B描述为样本空间中的集。

解　1．这是一个可数无限样本空间的例子。因为关键问题是最后两次结果，我们可由右边开始作序列，感兴趣的仅是那些以HH结束的序列。仅掷两次的序列是

s_1：HH

仅掷三次的序列是

s_2：THH

注意，HHH是不允许的，因为在第二次后试验就停止了。掷四次的序列是

s_3：TTHH

s_4：HTHH

THHH和HHHH不可能出现。

继续进行我们有

s_5：TTTHH

s_6：HTTHH

s_7：THTHH

HHTHH
TTHHH
HTHHH　这些序列不可能出现
THHHH
HHHHH

和　　s_8：TTTTHH

s_9：TTHTHH

s_{10}：THTTHH

s_{11}：HTTTHH

s_{12}：HTHTHH等等。

2．注意到如在前六次投币中有四次出现正面，试验必定停止在第六次上，由第一小题得

$$A=\{s_{12}\}$$

3．这个集包含了从s_8起的全部样本点

$B=\{s_8, s_9, \cdots\cdots\}$

1·3·1　三选手a、b及c按下列规则轮流比赛。第一场a对b，第二场比赛由胜者对c而败者旁观，第三场比赛由第二场胜者对第二场旁观者，这个过程一直延续到某人连胜两场为止（因而他赢得整个比赛的胜利）。

1．描述样本空间$\mathscr{S}$。

2．事件A是选手"a"在第五场终了赢得整个比赛的胜利，把A描述成样本空间中的集。

3．事件B是选手"b"赢得整个比赛的胜利，把B描述成样本空间中的集。

4．事件C是选手"c"在第四场终了未赢得整个比赛的胜利，把C描述成样本空间中的集。

1·3·2　火车在时间间隔[0,60]内某个时刻到达车站，3分钟后即离去。持月票者在时间间隔[0,60]内到达车站，并逗留t_c分钟，如果在这段时间内火车停在站内，他便上车。

1．描述样本空间$\mathscr{S}$。

2．令A为持月票者赶上火车这一事件，把A描述成$\mathscr{S}$中的集。对于t_c的典型值画出A。

3．令B为持月票者在火车到达之前到站，但因他离站太早而未赶上火车这一事件，把B描述为$\mathscr{S}$中的集。

1·3·3　考虑两选手a和b进行比赛，每一场的结果是a胜，b胜或平局，比赛进行到某人胜两场而未间入败局为止。建立这个问题的样本空间。

1·3·4　掷一硬币，直到同一面第一次连续出现三次为止。

1．描述样本空间$\mathscr{S}$。

2．事件A是前五次投掷中出现三次正面，把A描述为$\mathscr{S}$中的集。

第1·4课　基本集合论

概念　本课中我们考虑以下九个基本的集论关系：

1．相等；　2．包含；　3．并；　4．交；　5．补；

6．差；　7．零集；　8．不相交集；　9．分割．

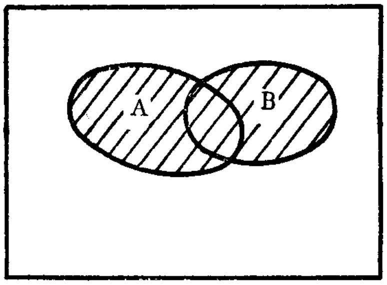
这些关系将在习题中加以讨论。

例题　利用Venn图验证下列关系。

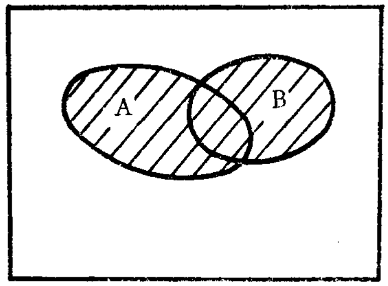
1. $A\cup B=B\cup A$
2. $A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$
3. $A\cap B=B\cap A$
4. $A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$
5. $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

解　这些关系的验证，是先求出等式两边所表示的集合，然后证明它们相同。

1.



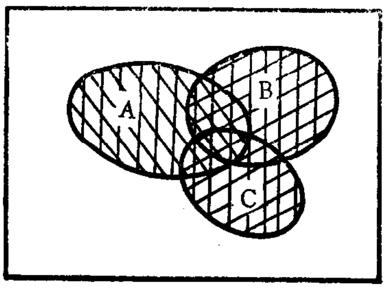
$A\cup B$



$B\cup A$

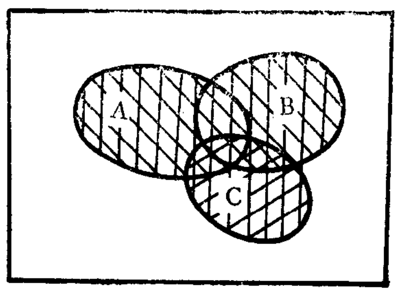
显然两集合相同。

2.



B∪C////　A\\\\

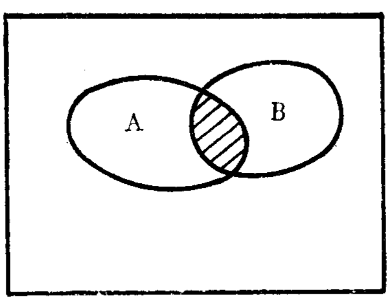
A∪(B∪C)||||



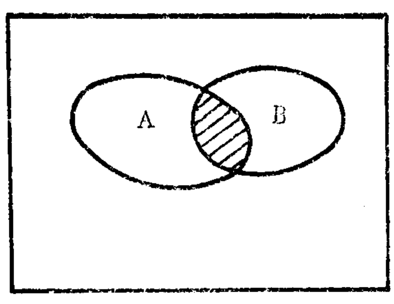
C////　A∪B\\\\

(A∪B)∪C||||

3.

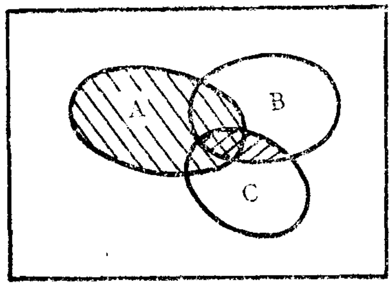


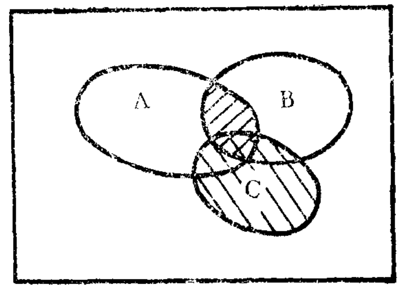
$A\cap B$



$B\cap A$

4.

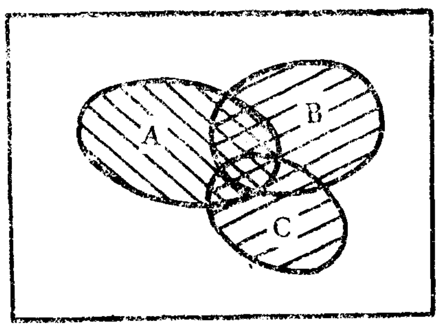


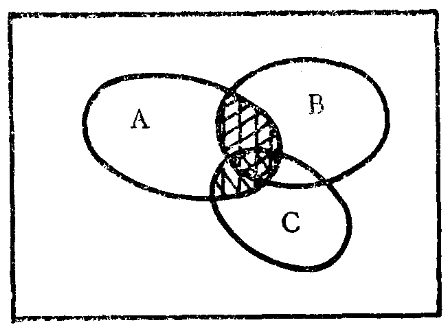


$B \cap C$ //// A \\\\\\\\ C \\\\\\\\ $A \cap B$ ////

$A \cap (B \cap C)$ $(A \cap B) \cap C$

5.





$B \cup C$ //// A \\\\\\\\ $A \cap B$ ////

$A \cap C$ \\\\\\\\

$A \cap (B \cup C)$ $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ |||||

1·4·1 利用Venn图方法，验证下列关系。

6. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

7. $(A^c)^c = A$

8. $A \subset B \Longrightarrow B^c \subset A^c$

9. $B - A = B \cap A^c$

10. $A \cup \mathscr{S} = \mathscr{S}$

11. $A \cap \mathscr{S} = A$

12. $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

13. $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

1·4·2 （将文字叙述翻译为集合语言）

我们调查两千名杂志訂閱者。结果是：624个女性，940个已婚者，1050个大学毕业生，84个女大学毕业生，294个已婚大学毕业生，172个已婚女性和50个已婚女大学毕业生。

1. 用Venn图上的集表示上述七类人。

2. 上述调查中总人数与分类的人数是否一致？

1·4·3 考虑图1·4·3所示通信网络。