中小学生第二课堂活动丛书（第二辑）

数学

数学竞赛宫

—供初中二年级用

ZXXSDEKTHDCS

福建少年儿童出版社

数　　学

（数学竞赛宫）

——供初中二年级用

丛书编写组

述　力
朱根娣　执笔

福建少年儿童出版社

1985年·福州

中小学生第二课堂活动丛书（第一辑）

数　学

（数学竞赛宫）

——供初中二年级用

丛书编写组

述　力
朱根娣　执笔

•

福建少年儿童出版社出版
（福州得贵巷27号）
福建省新华书店发行
三明市印刷厂印刷
开本787×1092毫米　1/32　6.625印张　128千字
1985年1月第1版
1985年1月第1次印刷
印数：1—68,320
书号：7367·23　定价：0.68元

编者的话

中小学生的第二课堂活动，是贯彻邓小平同志关于“教育要面向现代化，面向世界，面向未来”的题词精神，进行教学改革的一个崭新课题。上海市和一些地方的师生走在头里了，而且取得了可喜的收获。我们特约请上海市部分中小学教师编写这套《中小学生第二课堂活动》丛书，为各地中小学校提供一套急需用的第二课堂活动材料。我们希望这套丛书对各地第二课堂活动的开展能起到积极的推动作用。

《中小学生第二课堂活动》丛书共三辑。现在和师生们见面的是其中的第一辑。本辑丛书以小学一年级到初中三年级的学生为活动对象，每一个年级一个分册，每个分册包括语文、数学、自然常识（小学）、自然科学（初中）各一册。全辑共二十七册。

第二课堂活动的目的，总的说是为了使中小学生学习必要的当代新科技知识，因而是第一课堂教学的必要的补充和扩大；而在当前，则应首先服务于第一课堂的教学，着眼于提高各科基础知识的教学质量，并适当地结合学习当代的新科技知识，从而为中小学生顺利进入更广泛、系统的第二课堂活动创造一定的条件。这就是我们编写这套丛书的指导思想。据此，本辑丛书具有以下三个特点：

一、充分突出“活动”二字，做到“寓教于乐”。打开

每一册语文、数学、自然常识活动丛书，首先跃入眼帘的是根据第二课堂活动的需要而设计的各项游艺、智能竞赛和自然探索等活动。这些活动生动活泼，内容丰富，形式多样，有助于激发和提高学生的学习积极性和自觉性，达到开发智力、扩大视界、培养创造能力、动手能力和自学能力的目的。

二、知识传授的针对性和启发性较强。各项活动力求针对大多数学生的水平，根据现行中小学校各科教学大纲的要求，紧扣课本教学中的要点、难点。在进行活动后，则进一步根据活动中可能存在的学习问题，有针对性地进行知识传授，力求避免知识传授的一般化。同时也强调知识传授的启发性，并在每场活动后向学生进行提问或提示，这些都将有利于教学质量的提高。

三、尽可能结合新科技知识的传授。不论是各年级的自然常识、自然科学还是语文、数学的活动和知识传授，都有意识地注意到了这一点，使各年级学生在可接受的范围内适当地学习和了解当代科技世界的一些新信息，为他们创造一定的条件，使之能较顺利地进入更广泛、系统的第二课堂活动。

此外，本丛书的编写也适当增加一点难度，以满足各类中小学和一部分学生对扩大知识面的要求。供初中学生使用的数学、自然科学各册，则适当减少游艺活动，增加趣谈、技巧研究、讲座、自我学习查验等内容。

这套丛书的编写和出版是个新的尝试，缺点在所难免，希望广大师生和读者提出宝贵意见，以便在再版时进行修订。

目　录

一、画图比赛

三角尺，直尺，圆规不仅是几何作图的工具，而且很好玩，是吗？《数学竞赛宫》今天的活动就是请大家来玩一玩，赛一赛。不过要遵守比赛规则。

1．先用三角尺来赛。

规定：用两把没有刻度的三角尺，即不能使用三角尺上的刻度。

赛题1．从0°开始到360°为止（包括0°与360°），请你把能用三角尺作出的角全部作出来，看谁作得最多、最快！

最多能作出几个角？

最快的作法如何？

赛题2．给定一个∠AOB，请你用至少两种方法作出它的余角，并且这二种方法根据的原理必须是不同的。

你最多想出了几种做法？它们分别根据什么原理？

赛题3．给定一条线段AB，作出AB的垂直平分线，并说明你的依据。

赛题4．给定一条线段AB，作出一条长度是AB的二倍的线段来，并说明你的根据。

你一共想出了几种方法？它们各根据什么道理？

……

通过上面的比赛，可见三角尺的用途是很多的，若再利用三角尺上的刻度，那么三角尺的用途就更广了！

2．接着，让我们用一把直尺来赛一赛。

规定：只能用一把没有刻度的直尺，即不能使用直尺上的刻度。

赛题5．给定一个∠AOB，作一个和它相等的角。

赛题6．有一块右图形状的钢板，现在手头只有一把没有刻度的直尺，如何画出这块钢板的重心？

赛题7．给定一圆及它的圆心O，又给定两条与⊙O相交的平行直线，交点为A、B、C、D，且两直线与O不等距。求作线段AB的垂直平分线。

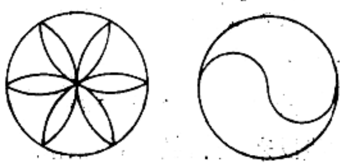
……

赛完这几道题，你觉得有趣吗？一把简单的直尺，没有刻度也可以完成要求很高的作图。

3．最后，让我们单用圆规来赛。

规定：只能用一把圆规。

赛题8．单用圆规，分别画出右边两个图形，大小任意。

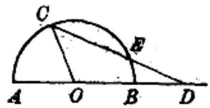


第二个图形把你给难住了吧！这是中国古代的"阴阳图"，你应该考虑一下先画什么？

……

三角尺，直尺，圆规是几何作图的重要工具，在实际运用中，它们是相辅相成的，再加上尺上的刻度，那末初等几何作图中的任何问题都可以解决了。

【提问或提示】 你能利用圆规和有刻度的直尺三等分一个任意角吗？



试利用下面一题：

AB为半圆O的直径，OC为半径，D为AB延长线上一点，CD交半圆于E，已知

$$ED = OC \quad 则\angle D = \frac{1}{3}\angle AOC.$$

二、诡　辩(几何图形)

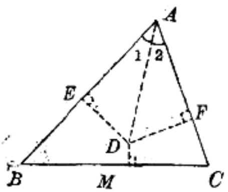
《数学竞赛宫》第二场活动是关于"方"就是"圆"的辩论。

你听说过下面这两条定理吗?

定理 1．凡三角形都是等腰三角形。

定理 2．凡正方形都是圆形。

这不是等于说,"方"的就是"圆"的吗!你不相信?请看证明:



定理 1　证明:设△ABC中∠A的平分线与边BC的垂直平分线相交于D,M是BC边垂直平分线的垂足。连DB,DC。又从D作DE⊥AB,DF⊥AC,E、F为垂足。

∵　$AD=AD$,$\angle 1=\angle 2$,$\angle AED=\angle AFD=90°$

∴　$Rt\triangle ADE\cong Rt\triangle ADF$

∴　$AE=AF$

又　∵$\angle BED=\angle CFD=90°$

$DE=DF$(角平分线性质)

$DB=DC$(垂直平分线性质)

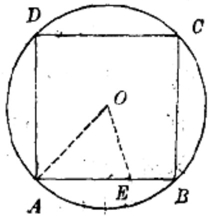
∴　$Rt\triangle BED\cong Rt\triangle CFD$

$\therefore \quad BE = CF$

于是 $AE + BE = AF + CF$

即 $AB = AC$ 证毕。

定理 2 证明：设O是任意正方形ABCD的中心，连接OA，并以O为圆心，OA为半径作一个外接圆，可以证明正方形ABCD上的点都在此外接圆上，不妨在AB上任取一点E，连OE，则按定理1，在△OAE中，有



$$OA = OE$$

即E在圆O上，于是证得正方形上任意一点都在圆O上，所以凡正方形都是圆形，定理证毕。

现在你相信这两条定理了吗？还不相信？你能驳倒上面的证明吗？

从上面两条定理出发，还可以进一步推出许多奇怪的定理。

(1)任何线段都相等。

(2)任何平面封闭图形都是圆。

(3)任何图形都是全等形。

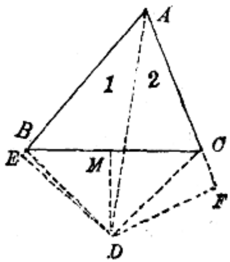
(4)任何封闭图形都是全等形。

以上四条真是荒谬绝顶！

你可能已经想到定理1的图有毛病，∠A平分线AD与BC垂直平分线DM的交点D不在△ABC内而在△ABC外，

如右图所示，但是定理仍成立，请看证明。

如前作 $DE \perp AB$，$DF \perp AC$，E、F 为垂足，连 DB、DC。



由　$\angle AED=\angle AFD=90^\circ$

　　$\angle 1=\angle 2$，$AD=AD$

得　$Rt\triangle ADE \cong Rt\triangle ADF$

有　$AE=AF$

又由　$DE=DF$（角平分线性质）

　　$DB=DC$（垂直平分线性质）

得　$Rt\triangle DBE \cong Rt\triangle DCF$

有　$BE=CF$

故　$AE-BE=AF-CF$

即　$AB=AC$

那么，这两条定理究竟是真还是假呢？如果是假定理，那末又“假”在什么地方呢？很费神吧？

如果你找到这两条定理有什么毛病，那你必须做两件事：

1．推翻上面的证明。

2．证明你所说的事实。

如果你做不到这二点或二者缺一，我将认为你的说法是不成立的，而定理 1、定理 2 仍然成立。

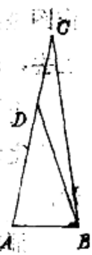
……

当你实在想不通时，可以翻阅书后的提示。

现在请你考虑：

通过这次辩论你有什么教训？

你能不能利用这个教训去探索下面两个问题的解决途径？



问题1．如图，在△ABC中，∠ACB＝20°，AC＝BC，又在AC上截取CD，使CD＝AB，求∠ABD的度数。（注意：题图是示意图，不精确。）

提示：这是一个比较困难的问题。首先作一个精确的图形。请你用量角器度量∠ABD、∠ADB、∠DBC。

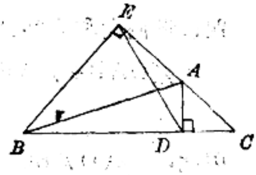
在此基础上，你对∠ABD的度数有何猜测？

又由 $10°+80°=90°$

$70°+20°=90°$

$20°\times 3=60°$

可以想到在△CAB两旁添两个与△CDB全等的三角形，使组成特殊五边形CEABF。



问题2．如图，在△ABC中，∠C为锐角，AD和BE为高，AE＝18，AC＝15，CD＝10，求DE。

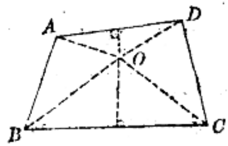
提示：先作一个精确的图，度量图形中的角和线段，你猜想有哪三个三角形相似？

总之，正确的作图不但可以避免错误，而且可以帮助找到解题途径，有时候还是一条捷径呢！

【提问或提示】 几何图形的直观性有时可以帮助我们理解题意，但有时也会使我们造成错觉。为扬长避短，正确作图是必要的，同时还要注意标图，把各种已知条件标到图上去，以利分析思考。

下面是又一条假定理及其假证明，请你查找错误原因。

定理：四边形中若有两对边相等，则此四边形为等腰梯形。



证明：设四边形ABCD中，AB＝DC，分别作AD、BC的垂直平分线交于O，连OA、OB、OC、OD。

由 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$

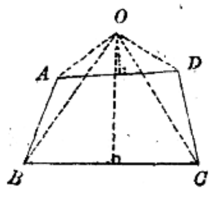
$$\angle DAB = \angle OAD + \angle OAB$$
$$= \angle ODA + \angle ODC$$
$$= \angle ADC$$

四边形内角和为360°得

$$\angle DAB + \angle ABC = \angle ADC + \angle DBC$$
$$= 180^\circ$$

因此， $AD \parallel BC$

故ABCD是等腰梯形。



若O点不在四边形内而在四边形ABCD外，如图，则仍可证： $\triangle AOB \cong \triangle DOC$

从而推出

$$\angle DAB = \angle OAB - \angle OAD$$
$$= \angle ODC - \angle ODA$$
$$= \angle ADC$$

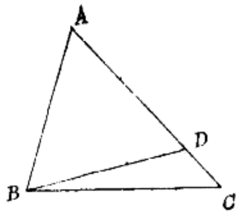
于是仍可推得 $\angle DAB + \angle ABC = 180°$

$\therefore$ $AD /\!/ BC$

三、错证集

毛毛的几何做得稀里糊涂，翻开他的作业簿"红杠大叉"琳琅满目，简直是一本"错证集"。今天《数学竞赛宫》活动，将它拿出来"示众"，请大家帮助毛毛找到毛病，并给予纠正。

问题1.



在△ABC中，AC＞AB，在AC上取AD＝AB，求证$\angle DBC=\frac{1}{2}(\angle ABC-\angle C)$

证明：假设$\angle DBC=\frac{1}{2}(\angle ABC-\angle C)$

那末　$2\angle DBC=\angle ABC-\angle C$

即　$\angle ABC=2\angle DBC+\angle C$

∵　$\angle ADB$为$\triangle BDC$的外角

∴　$\angle ADB=\angle DBC+\angle C$

又∵　$AD=AB$

∴　$\angle ABD=\angle ADB$

∴　$\angle ABD=\angle DBC+\angle C$

∴　$\angle ABC-\angle ABD$

$=2\angle DBC+\angle C-(\angle DBC+\angle C)$