

海上钻采平台构件的腐蚀疲劳寿命 估算中若干问题的试验与研究

方华灿 董守平 陈振鑫

(华东石油学院)

摘 要

本文应用断裂力学的理论与方法估算平台构件的腐蚀疲劳寿命,给出了有关问题的试验与研究结果。

根据随机振动理论,首先给出制作随机海浪谱的方法及程序;继而提出平台构件的传递函数的计算方法以及按照随机海浪谱和传递函数,求得随机应力幅谱的方法与程序;再则,针对估算疲劳寿命所需要的应力循环计数,提出直接自随机应力谱进行应力比和应力幅值两参数计数的新方法。

为了估算疲劳寿命,进行了恒幅和随机疲劳裂纹扩展速率的试验,修正改进了 Paris 公式,给出了处理试验数据的程序;并根据裂纹扩展速率 $\frac{da}{dN}$,按照疲劳损伤法则,提出了估算平台构件腐蚀疲劳剩余寿命的方法及实例。

引 言

钢制固定平台的导管架、自升式钻井平台的桩腿、半潜式钻井平台的立柱等构件,一方面承受来自随机海浪的不规则交变应力,同时具有严重的电化学及化学腐蚀。当构件含微裂纹时,腐蚀疲劳将加速裂纹的扩展,直至失稳而造成疲劳破坏。海上钻采平台的主要构件的腐蚀疲劳破坏,将带来严重灾难。1965年海上宝石(Sea Gem)号平台的毁坏,七十年代初期北海南部气井平台的损坏,1980年英国北海的亚历山大·基兰(Alexander Keilland)号半潜式钻井平台的翻沉^[1],均系腐蚀疲劳破坏造成,其人员伤亡及经济损失极为严重。

惨痛的教训不断引起人们的广泛与高度的重视。近年来,不少国家开始了平台构件腐蚀疲劳寿命估算问题的研究。英国能源部制定了海洋用钢科研规划 UKOSRP (United Kingdom Offshore Steel Research Project),针对各种海洋用钢,进行了大量的试验工作^[2]。挪威船级社(VERITAS)等自1980年起也开始了海洋用钢的疲劳特性的试验研究,从1975年以来在OTC (Offshore Technology Conference) 近海工程技术会议论文集上,相继发表了多篇有关腐蚀疲劳方面的文章。^{[3] [4] [5] [6]}特别值得注意的是 Oceanology International 上的一篇文章^[7],作者 Bristoll 和 Opdam 应用 Paris 公式来描述疲劳裂纹的扩展,并提出 Miner 的线性累积损伤法则适用于海上结构物的随机疲劳问题,为采用断裂力学方法估算海上结构物的疲劳寿命奠定了基础。但由于海上钻采平台的结构及承载的复杂性和特殊性,腐蚀疲劳寿命的估

算问题至今仍有不少课题需要进一步开展研究。

我们在应用断裂力学的理论与方法估算疲劳寿命的过程中, 根据试验研究结果, 对描述疲劳裂纹扩展规律的 Paris 公式作了修正改进。为了建立 $\frac{da}{dN} - \Delta K$ 关系, 作者编制了用七点递增多项式法处理疲劳裂纹扩展试验数据的计算机程序。为了计算疲劳损伤, 需对应力历程的应力循环进行计数, 作者扬弃了以时间历程为依据的传统计数方法, 提出了直接自载荷频率谱进行应力比和应力幅值两参数计数的新方法。总之, 本文力图通过对随机载荷作用下腐蚀疲劳的若干问题的试验与研究, 为估算海上平台构件的腐蚀疲劳寿命方法的进一步完善提供依据。

本文将对以下几点进行讨论。

随 机 海 浪 谱

海面上的波浪, 系由大量不同波高、波长、频率、位相和传递方向的波浪相互叠加而成, 通常称这个随时间任意变化的波面高度为随机海浪。所谓海浪谱是指海浪的频率谱, 即海浪的能量在其频率域内的分布。通常将这个随机海浪的运动看成是平稳的随机过程, 并具有各态历经性^[9]。因此, 海浪运动随时间的变化规律(波面高度时间历程)是不确定的, 不能用一个确定的数学函数来表达。但是, 对于一次出现的一个特定的海况, 波面高度时间历程可以用仪器测量并记录下来, 而且此实测的样本曲线可作为制作随机海浪谱的原始资料。波面记录如图 1 所示。

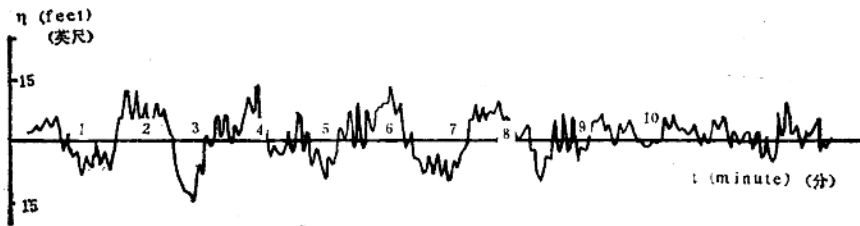


图 1 随机海浪的波高时间历程曲线

本文制作随机海浪谱采用的是直接法^[9], 即直接取用实测的波面时间历程样本曲线, 通过一系列的数学处理而得出相应海况的海浪谱。直接法按照数学处理过程的不同, 又可分为自相关函数法及快速付里叶变换法 FFT (Fast Fourier's Transform), 作者对这两种方法均编制了计算机程序。

设波面高度为 $\eta(t)$, 则波面的自相关函数 $R_{\eta\eta}(\tau)$ 可写成为

$$\begin{aligned} R_{\eta\eta}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \eta(t)\eta(t+\tau)dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\eta\eta}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \end{aligned} \quad (1)$$

根据付里叶变换关系, 即可写出随机海浪的功率谱密度 $S_{\eta\eta}(\omega)$

$$S_{\eta\eta}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{\eta\eta}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2)$$

用近似的梯形公式来代替式(2)中的积分,则可写出对应每个频率 $\omega = \frac{\pi h}{m\Delta t}$ 的谱值 S_h 为

$$S_h = \frac{2}{\pi} \left[\frac{1}{2} R_0 + \sum_{p=1} R_p \cos \frac{\pi hp}{m} + \frac{1}{2} R_m \cos(\pi h) \right] \Delta t (h=0, 1, 2, 3, \dots, m) \quad (3)$$

式(3)中 R_p 为推移 $P\Delta t$ 时距的自相关函数。具体计算谱值时,可取有限个 $\eta(t)$ 值,依下式求得

$$R_p = \frac{2}{n-p} \sum_{q=1}^{n-p} \eta_q(t) \eta_{q+p}(t) (p=0, 1, 2, \dots, m) \quad (4)$$

根据式(3)计算出离散谱值,画出直方图,对比谱公式进行修正,即可得出随机海浪谱的解析表达式。本文根据取自我国海域的波面时间历程曲线(图1),按照上述自相关函数法直接编制计算程序,制作出随机海浪谱,其解析表达式如下:

$$S_{\eta\eta}(\omega) = \frac{0.641}{\omega^5} e^{-0.0756\omega^4} \cdot 2.5 e^{-\frac{(\omega-0.5)^2}{2\sigma^2-0.25}} \quad (5)$$

$$\sigma = \begin{cases} 0.07 & \text{当 } \omega \leq 0.5 \\ 0.09 & \text{当 } \omega > 0.5 \end{cases}$$

快速付里叶变换法直接制作海浪谱,首先是将波面时间历程离散化,然后再应用离散付里叶变换,求得随机海浪谱。本文依此原理,由作者编制了计算机程序,供制谱时使用。

随机载荷谱、变幅应力谱及其传递函数

海上平台构件在随机交变波浪力作用下,将产生随时间变化的不确定的应力幅,常称作随机应力幅。由于随机应力幅是时间的不确定函数,故一般用谱来表达,并称作随机应力幅谱或变幅应力谱。变幅应力谱一般可应用传递函数求得。当将随机海浪作用的平台结构作为平稳的线性系统时,则将输入的随机海浪谱乘以相应频率的系统的传递函数的平方,即可求得输出的变幅应力谱。设变幅应力谱以 $S_{\sigma\sigma}(\omega)$ 表示,则

$$S_{\sigma\sigma}(\omega) = |T_{\sigma\sigma}(\omega)|^2 S_{\eta\eta}(\omega) \quad (6)$$

式(6)中的传递函数 $T_{\sigma\sigma}(\omega)$ 可以从平台构件承受的载荷及应力的分析中求得。下面是以某半潜式钻井平台的立柱为例,说明海上平台构件的变幅应力谱及其传递函数的求法。

半潜式钻井平台立柱的直径 $D \leq 0.2L$, 因此,计算立柱上所承受的波浪力,可应用 Morison 方程。写出立柱上 z 处单位长度上的波浪力

$$F(z, t) = (1 + C_m) \rho A (\dot{\vec{V}}_x - \ddot{\vec{X}}) + \rho A \ddot{\vec{X}} + \frac{1}{2} C_d D \rho |\vec{V}_x - \dot{\vec{X}}| (\vec{V}_x - \dot{\vec{X}}) \quad (7)$$

式(7)中的最后一项是阻力,它是速度的二次项,不便于进行谱分析,需使其线性化。一般线性化的方法将阻力系数 C_d 看成是常量,不随速度改变,故误差较大。本文作者将 C_d 看成随雷诺数 Re 变化,

$$C_d = \frac{C_d'}{R_e} = C_d' \frac{\mu}{\rho D V_X} \quad (8)$$

提出了一种使误差来源得以补偿的新方法。将式(8)代入式(7)后,即可写出

$$F(z, t) = \rho A [(1 + C_m) \ddot{V}_X - C_m \ddot{X}] + \frac{1}{2} C_d' \mu (\ddot{V}_X - \dot{X}) \quad (9)$$

式(9)中所考虑的随速度变化的阻力系数 C_d' ,可从作者给出的图2中选定。

半潜式钻井平台的立柱如图3所示,可分为前部、中部、后部。虽然总的来说,立柱柱

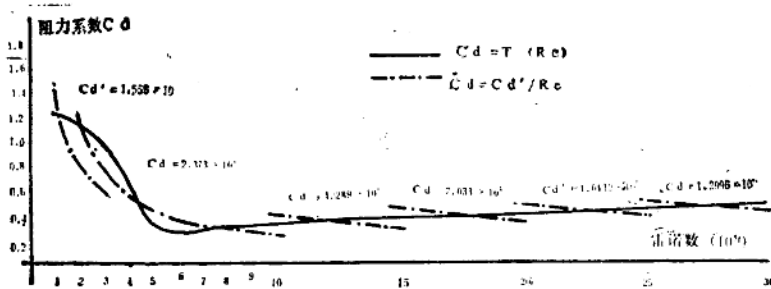


图2 各种 C_d' 所确定的 $C_d = C_d'/Re$ 及 $C_d = T(Re)$ 的关系比较

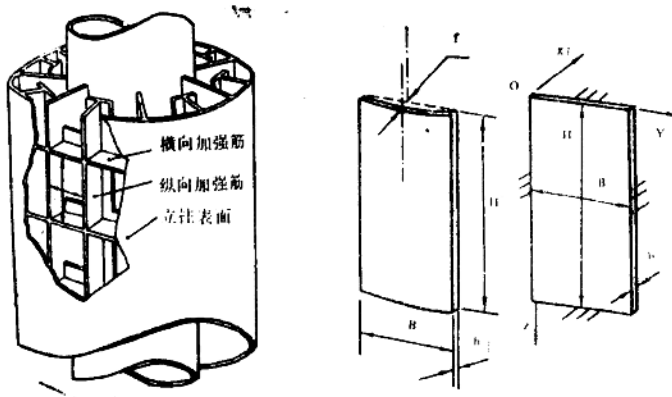


图3 半潜式平台的立柱的结构及部位图

面上受有惯性力、阻力、升力和涡流力等,但这些力并非作用于立柱的同一部位。这四种力中以惯性力为最大,且它作用在立柱的前部。由于Morison方程式(7)的前一项是惯性力,因此若按照爱利波波浪理论求出水质点的水平加速度 $\ddot{V}_x^{[10]}$,并分析计算半潜式平台的动力响应,求出平台的加速度 \ddot{X} 后,代入式(7)的前一项,即可写出单位长度上立柱前部所承受的波浪力为

$$F_i(z, t) = \rho A_f g \sum_{j=1}^n \sqrt{\frac{E_j^2 + F_j^2 + 2E_j F_j \sin \beta_j}{\text{Ch}(k_j d)}} [\xi_j \cos(j\omega t + \delta_j) + \varepsilon_j \sin(j\omega t + \delta_j)] \quad (10)$$

式(10)中

$$E_j = C_m' N_p j \omega [\text{Sh}(k_j d) - \text{Sh}(k_j d - k_j H_0)] \\ \cdot \sqrt{\frac{(1 + C_m)^2 \rho^2 A^2 j^4 \omega^2 + 0.25 C_d'^2 \mu^2}{(K - M j^2 \omega^2)^2 + C^2 j^2 \omega^2}} \\ F_j = (1 + C_m') k_j \text{Ch}[k_j(z + d)] \\ \delta_j = \text{tg}^{-1}[(E_j \sin \beta_j + F_j)/E_j \cos \beta_j]$$

自式(10)可直接得出惯性力载荷集度的传递函数 $T_{FF}(\omega)$, 其平方与随机海浪谱 $S_{\eta}(\omega)$ 的乘积即是波浪力中惯性力的载荷谱 $S_{FF}(\omega)$ 。

立柱本体的内部结构如图3所示, 一般由径向及环向加强筋相互垂直地交织成网状骨架。若将整个立柱面分成若干个以 B 为宽, 高为 H 的矩形圆弧形板, 则由于此圆弧形板的矢高 f 与底边 B 之比极小, 常小于 0.02 , 且壁厚 b 远小于其它尺寸, 故可看成是矩形薄板。这样, 即可通过简化, 建立起立柱前部柱面的力学模型, 将立柱前部柱面的局部看成是在均布的随机海浪不规则惯性力作用下, 四周边固定的矩形薄板的小挠度横向弯曲问题。根据弹性力学的薄板理论求解, 即可得出这个矩形薄板的长边 (H 边) 中点处的最大正应力 $\sigma_{y\max}$ 为

$$\sigma_{y\max} = 0.5 \frac{B^2}{b^2} q(t, \omega) \quad (11)$$

式(11)中

$$q(t, \omega) = \frac{\rho A_B g}{B} \sum_{j=1}^n \sqrt{\frac{E_j^2 + F_j^2 + 2E_j F_j \sin \beta_j}{\text{Ch}(k_j d)}} \\ \cdot [\xi_j \cos(j\omega t + \delta_j) + \varepsilon_j \sin(j\omega t + \delta_j)]$$

自式(11)即可直接求得变幅应力谱的传递函数 $T_{\sigma}(\omega)$, 藉此传递函数, 依式(6)即可求出半潜式钻井平台的立柱构件的变幅应力谱。

随机载荷作用下的应力循环计数

估算海上平台构件的疲劳寿命, 必须要对应力(载荷)循环进行计数。海上平台构件在随机载荷的作用下, 不仅应力(载荷)的幅值是随时间变化的, 而且其应力比(载荷比)也是变化的, 这就需要就载荷幅、载荷比两个参数对循环进行计数, 故称为两参数计数。

目前现有的循环计数方法很多, 如水平跨越法、区域计数法、雨流法等^[11]。但它们的共同特点是都必须依据于载荷时间历程图或表达式, 不仅对样本的要求严格, 工作十分繁琐; 而且人为因素影响极大。采用这些不同的计数法对载荷循环进行统计处理, 所得结果常常相差很大。为此, 本文作者提出一种不必依据载荷时间历程, 而直接自载荷谱(应力谱)进行两参数循环计数的新方法。

设 $P(\Delta q_i, R_j)$ 为出现载荷幅 Δq_i 及应力比 R_j 的载荷循环的概率, 若将总循环数当做 1, 则 $P(\Delta q_i, R_j)$ 实质上就是这两参数计数的结果。 $P(\Delta q_i, R_j)$ 可通过载荷谱直接列表算得。

设将载荷分为若干区段: $q_{\min} = q_0 < q_1 < q_2 < \dots < q_{k-1} < q_k < \dots < q_{k-1} < q_k < \dots < q_m = q_{\max}$; 同时假设 $C(k)$ 为载荷峰值出现在 q_{k-1} 至 q_k 之间的事件, 而 $T(l)$ 为载荷谷值出现在 q_{l-1} 至 q_l 之间的事件; 若将随机载荷作用看成是正态平稳随机过程时, 则依据概率论理论, 可按下式计算 $C(k)$ 和 $T(l)$ 发生的概率

$$P\{C(k)\} = \phi(x) \left[\frac{\sqrt{2A} q_k}{\sqrt{2A} q_{k-1}} - \frac{B}{2\sqrt{AC}} \left[e^{-\frac{4AC-B^2}{4C} q_k^2} \phi(x) \right]_{-\infty}^{\frac{B}{\sqrt{2C}} q_k} - e^{-\frac{4AC-B^2}{4C} q_{k-1}^2} \phi(x) \right]_{-\infty}^{\frac{B}{\sqrt{2C}} q_{k-1}} \quad (12)$$

$$P\{T(l)\} = \phi(x) \left[\frac{\sqrt{2A} q_l}{\sqrt{2A} q_{l-1}} + \frac{B}{2\sqrt{AC}} \left[e^{-\frac{4AC-B^2}{4C} q_l^2} \phi(x) \right]_{\frac{B}{\sqrt{2C}} q_{l-1}}^{+\infty} - e^{-\frac{4AC-B^2}{4C} q_{l-1}^2} \phi(x) \right]_{\frac{B}{\sqrt{2C}} q_{l-1}}^{+\infty} \quad (13)$$

式 (12) 及 (13) 中

$$A = 0.5M_4 / (M_0M_4 - M_2^2)$$

$$B = M_2 / (M_0M_4 - M_2^2)$$

$$C = 0.5M_0 / (M_0M_4 - M_2^2)$$

$$\phi(x) \Big|_a^b = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

M_0 、 M_2 、 M_4 分别为其载荷谱的零阶、二阶、四阶矩, 可以直接自载荷谱求得。

若假设事件 $T(l)$ 发生之后, 必然有事件 $C(k)$ 相继发生, 而 $k > l$, 且它们发生的概率正比于事件 $C(k)$ 的概率测度, 则可得到载荷谷值在 q_{l-1} 至 q_l 之间, 峰值在 q_{k-1} 至 q_k 之间的载荷循环所发生的概率为

$$P\{C(k) \cap T(l)\} = \frac{P\{C(k)\} \cdot P\{T(l)\}}{\sum_{i=1}^m P\{C(i)\}} \quad (14)$$

式 (14) 计算的结果即为载荷幅 ($q_k - q_l$) 及载荷比 $\frac{q_l}{q_k}$ 两参数循环的计数。

若将不同载荷幅值做为表 1 的横格各栏值, 将载荷比值做为表 1 纵行各栏值; 并将依式

表 1 两参数循环计数的概率分布表

概 率 载 荷 比	载 荷 幅	[1~2]	[2~3]	[3~4]	[4~5]	[5~6]	[6~7]	...
		公斤/厘米 ²	公斤/厘米 ²	公斤/厘米 ²	公斤/厘米 ²	公斤/厘米 ²	公斤/厘米 ²	
0								
0~0.1								
0.1~0.2						$P\{C(k) \cap T(l)\}$		
...								

(14)、(13)、(12) 计算出的概率值填入相应的纵横相交的方格中，而后将表 1 中各格内的概率值累加起来，则可得出随机载荷作用下载荷幅及载荷比两参数的循环的概率分布表。这个表与两参数循环计数表的不同之处，只不过是总循环数是 1 而不是 N。

随机疲劳裂纹扩展试验及其数据处理

应用断裂力学方法估算疲劳寿命必须要依据材料的裂纹扩展速率，建立裂纹扩展速率 $\frac{da}{dN}$ 与应力强度因子幅 ΔK 之间的关系。这个关系在断裂力学上，一般均按照 Paris 公式，即

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (15)$$

来表达。而疲劳裂纹扩展试验的目的即根据试验结果建立式 (15) 的关系。

本文试验是在华东石油学院力学实验室的 MTS 材料试验机上进行的，试样采用 16Mn 钢的中心切口贯穿裂纹 L-T 拉伸试样，腐蚀介质采用自然海水，海水环境室及海水循环系统如图 4 所示。随机疲劳试验通过计算机控制，恒幅疲劳试验是在不同频率及不同载荷比条件下进行的。随机加载的载荷时间历程如图 5 所示；试验所取得的数据如图 6 所示。

试验结果表明：载荷作用的频率及载荷比，直接影响裂纹扩展速率的快慢。前文已经说过，断裂力学上的 Paris 公式，需要加以改进。作者提出改进的表达式如下：

$$\frac{da}{dN} = C_0 \cdot C(R) \cdot C(f) \cdot (\Delta K)^m \quad (16)$$

通过不同频率 f 及不同载荷比 R 的试验，得出

$$m = 4.5 \quad C_0 = 1.1 \times 10^{-13}$$

$$C(R) = \frac{1 + R^{\frac{0.2}{R}}}{1 - R} \quad (R \geq 0)$$

$$C(f) = \frac{4.5 + 0.3f}{1 + f}$$

$$(0.05 < f < 10)$$

这里，数据 m 及 C_0 仅适用于 16Mn

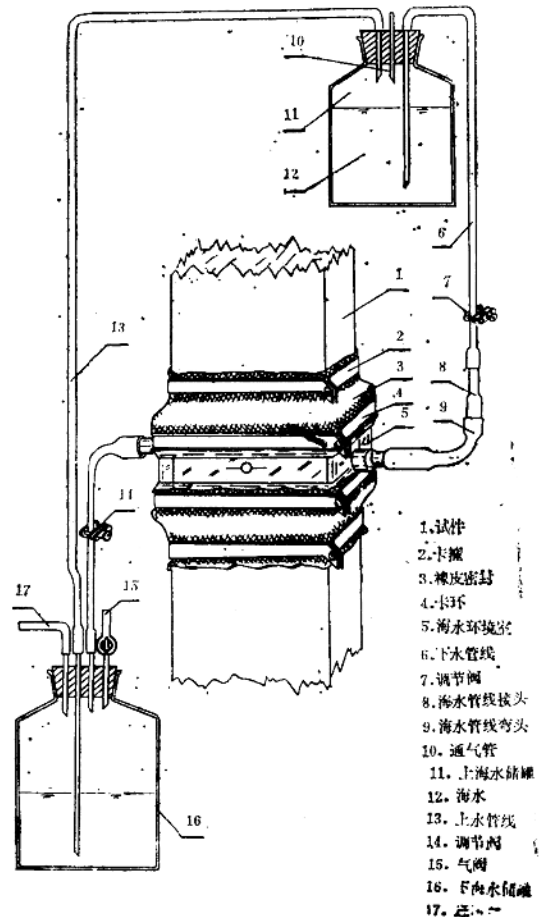


图 4 实验装置的海水循环系统及腐蚀环境室

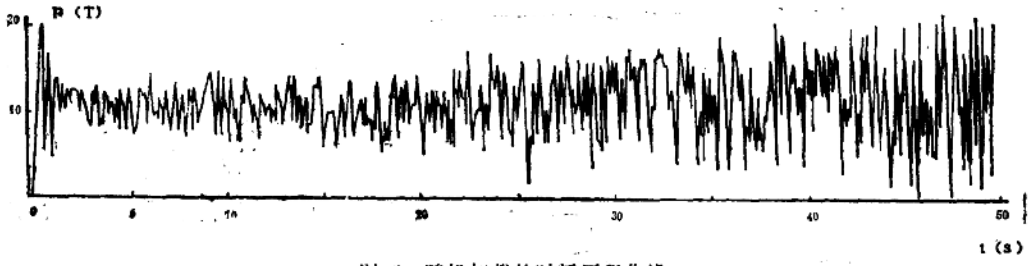


图 5 随机加载的时间历程曲线

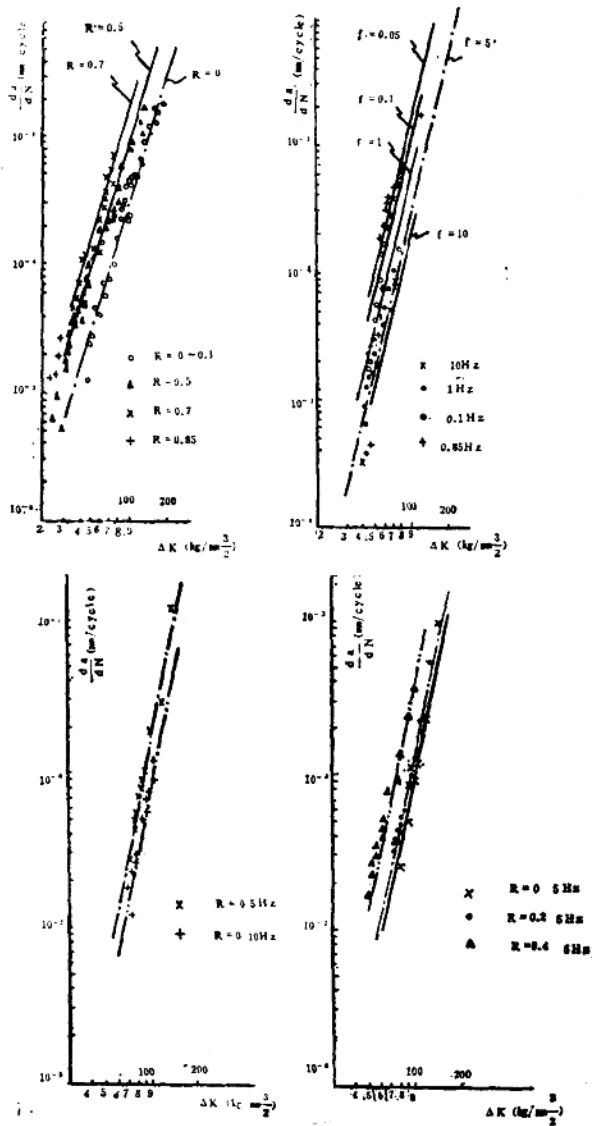


图 6 海水介质及空气中不同频率及不同载荷比时 $\frac{da}{dN}$ — ΔK 关系的实验曲线

钢；而C(R)及C(f)则可适用于一般的低合金结构钢。

疲劳裂纹扩展试验取得的数据，是测量得到的裂纹长度 a 和相应的循环数 N 。这样就需要处理 $a-N$ 数据，从而得到裂纹扩展速率 $\frac{da}{dN}$ 。处理数据的方法很多，

一般常采用局部拟合微分法，并认为递增多项式法是处理数据的最佳方法^[12]。作者通过计算分析，认为采用七点递增多项式的局部拟合微分法精度高，并用 MUBASIC (POP-11机) 和 FPBASIC (APPLE机) 算法语言，编制了试验数据处理程序 PPAND(Program for Processing A-N Data)。该程序处理数据的输出结果，是用折线拟合 $\frac{da}{dN}$

ΔK 关系的表达式以及在计算机终端屏幕上 (PDP-11机) 或多笔数字化绘图仪上 (APPLE机) 绘制的 $a-N$ 关系曲线和 $\log \frac{da}{dN} - \log \Delta K$ 关系曲线。图 7 为某单边缺口 (SEN) 试样的试验数据处理结果： $a-N$ 曲线和 $\log \frac{da}{dN} - \log \Delta K$ 曲线，该图是由 APPLE 机所附有的多笔数字化绘图仪作出的。

随机载荷作用下 腐蚀疲劳剩余 寿命的估算

海上平台构件由于制造及使用过程中的原始缺陷、腐蚀和裂痕等原因，裂纹很快萌生。裂纹

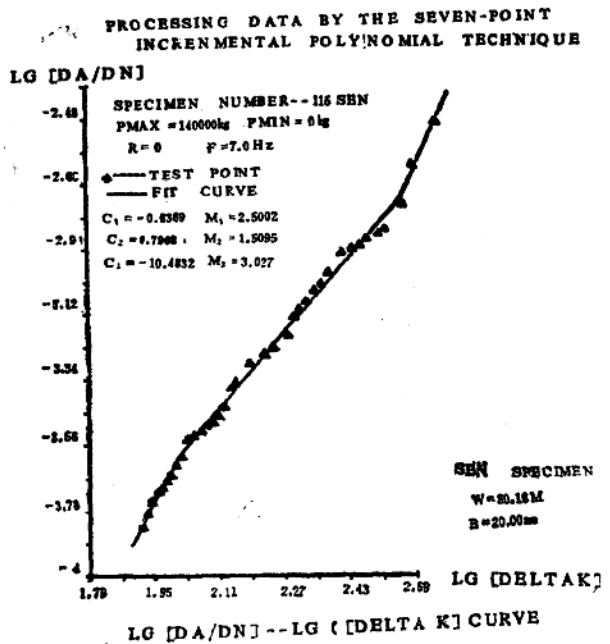
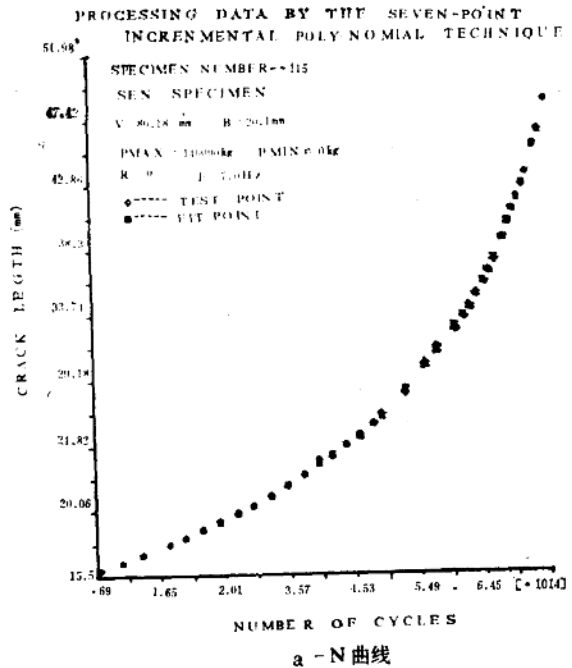


图 7 PPAND 程序绘制的曲线

自初始尺寸 a_0 扩展至失稳尺寸 a_c 的寿命叫做剩余寿命^[13]。断裂力学估算疲劳寿命的依据，即是按照试验所得的裂纹扩展速率表达式，通过积分，求算剩余寿命。

自断裂力学得知，应力强度因子幅 $\Delta K_I = Y \cdot \Delta \sigma_i \cdot \sqrt{a}$ ，将其代入式 (16) 中，即可得出

$$N(\Delta q_i, R_j) = \frac{1}{C_0(\Delta \sigma_i)^m} \cdot \frac{1}{C(R)} \cdot \frac{1}{C(f)} \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{Y^m(\sqrt{a})^m} \quad (17)$$

式 (17) 的 $N(\Delta q_i, R_j)$ 是在载荷幅 Δq_i 及载荷比 R_j 的载荷作用下，直至失稳时的循环数。若 Δq_i 及 R_j 作用的循环数为 $P(\Delta q_i, R_j)$ ，则按照 Miner 线性累积损伤法则，就可写出腐蚀疲劳剩余寿命为

$$N_f = \frac{1}{\sum_{i,j} \frac{P(\Delta q_i, R_j)}{N(\Delta q_i, R_j)}} \quad (18)$$

由式 (18) 可明显看出，若根据试验取得 C_0 、 m 、 $C(f)$ 、 $C(R)$ 等数据，并利用表 1 直接自载荷谱求出 $P(\Delta q_i, R_j)$ 的累加值，则可依式 (18) 求算出海上平台构件的腐蚀疲劳剩余寿命。

作者按图 5 所示的载荷历程加载进行试验，试样的裂纹自 10.00 毫米扩展到 13.60 毫米，平均寿命为 1735 个 Block (历程块)；而按照式 (18) 计算的结果是 1632 个 Block，误差不足 6%。以此说明这种估算腐蚀疲劳剩余寿命的观点及方法是可行的。

作者还按照图 1 的样本曲线制作海浪谱，以南海二号半潜式平台的立柱为例，计算出载荷谱，并依上述理论与方法，计算出立柱在连续强台风下的剩余寿命为 13 年。

结 论

(1) 随机海浪谱是计算随机波浪力的载荷谱及变幅应力谱的基本依据。已知波面时间历程记录曲线后，本文提供的直接法可供制作随机海浪谱时使用。

(2) 传递函数是计算载荷谱及应力幅谱的必备条件。本文的载荷与应力幅的传递函数可用于计算半潜式钻井平台的立柱。

(3) 本文提出的波浪力阻方项的线性化方法，可供海洋工程上计算波浪力时参考。

(4) 本文提出的载荷幅及载荷比两参数循环计数方法，直接自载荷谱 (应力幅谱) 进行计数，方法简便，精度较高，可供估算疲劳寿命时使用。

(5) 本文通过试验取得的 C_0 、 m 、 $C(f)$ 、 $C(k)$ 等数据，可以用于估算 16Mn 钢构件的腐蚀疲劳寿命。

(6) 作者提供的 PPAND 程序，可用于处理疲劳裂纹扩展试验的数据。

(7) 本文对断裂力学中 Paris 公式的改进以及应用改进的 Paris 公式和 Miner 法则估算腐蚀疲劳寿命的理论及方法，可用于海上钻采平台构件。

符 号 表

A —— 立柱的横截面积；

A_f —— 立柱前部的横截面积；

[11]徐灏：《疲劳强度理论》，国防工业出版社，1982年1月。

[12]欧阳辉、张永奎：《表面裂纹扩展数据处理及寿命估算方法与程序》，山西大学学报，1983年第1期。

[13]陈箴、蔡其巩、王仁智等：《工程断裂力学》，国防工业出版社，1977年9月。