

开开心心体验数学妙趣  
开开心心创造教学奇迹

邹瑾 杨国安 主编

# 开心数学



哈尔滨工业大学出版社

# 开心数学

邹瑾 杨国安 主编

哈尔滨工业大学出版社

·哈尔滨·

## 内 容 提 要

本书通过 18 个数学专题,以引人入胜的故事和传说、生动有趣的操作与演示、丰富的插图和照片,深入浅出地介绍了数学及其相关诸学科的关联与交叉,展示出了数学璀璨夺目的魅力。

本书所涉足的是世界著名的科学故事和当今加速科技进步的科学前沿。因此,它可作为中学生开阔视野、将学习数学变为一种乐趣的帮手,有关教师和科技工作者的参考书,同时也可作为大学生重新认识数学的课外读物。

### 图书在版编目(CIP)数据

开心数学/邹瑾编. — 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2003.7

ISBN 7 - 5603 - 1838 - X

I. 开… II. 邹… III. 数学 - 普及读物

IV. 01 - 49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 031198 号

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区教化街 21 号 邮编 150006

传 真 0451 - 6414749

印 刷 哈尔滨市龙华印刷厂

开 本 787×960 1/16 印张 14.25 字数 203 千字

版 次 2003 年 7 月第 1 版 2003 年 7 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 7 - 5603 - 1838 - X/O·143

印 数 1 ~ 5 000

定 价 18.80 元

## 写在前面的话

---

数学是什么？

老师们扼腕长叹：数学可能是最难教也最难学的课程！的确，在中小学里爱好数学、成绩好、又学得比较轻松的学生不太多。

学生们愕然愧疚：数学应该是最头痛和最讨厌的题海！的确，每当考试过后，多少学生面对着家长哭丧着脸……

家长们愁眉不展：数学大概是最抽象与最枯燥的学问！的确，只有数学家们才会在数学的圣殿里津津乐道。

然而，数学家们也感慨系之：数学只是一门基础性很强的科学，这使它那么容易引起社会的普遍误解和忽视，更难以成为普通人对它也感兴趣的学科。

这就是数学？这就是让在 2000 年台湾大学联考中 4 000 名学生吃“0”分的数学？这就是令我们每个人都诚惶诚恐的数学？

不！数学不是枯燥无味的概念，也不是孑然孤立的学问！

那么，数学是什么呢？

——让我们上溯数学的历史长河吧！在文明初开、人类带着狩猎成果冲出原始莽林的时代，人们“结绳而治，后世圣人，易之以契”（《周易·系辞》）。是的，数学起源于人类生产、生活的需要，古代的算术、几何学、三角学、代数学的许多问题都与社会和生活实践密切相关。数学最初就是研究现实世界的空间形式和数量关系的科学，然而，数学并没有停留在深奥和晦涩、孤立与静止之中。人们在不断探索数学原理的过程中，不仅推动了数学理论和数学方法的产生和发展，而且也关注数学的美，使之成为严谨、简单、和谐、统一、动态的整体，它完全消失了其历史边界和应用边界。

这就是数学！它是数字排列的舞蹈，它是图形组合的画卷！正如英国数学家、哲学家罗素指出的那样：“数学，如果正确地看待她，不但拥有真理，而且也具有至高的美，正像雕刻的美，是一种冷俊而严肃的

美,这种美没有绘画或音乐的那些华丽装饰,她可以纯净到崇高的地步,能够达到严格的只是最伟大的艺术才能显示的那种完美的境地。”数学从她诞生之日起,就与人类社会、生活、文化、哲学、艺术、科技等密切联系在一起,不仅成为“科学之王”,而且也是美的使者。

这就是数学——

幻方是奇怪的迷宫!

圆周率是无穷的歌谣!

黄金分割是奇美的图画!

分形是怪异的曲线!

莫比乌斯圈是梦幻的摇滚!

几何是神奇的彩笔!

代数是美妙的遐思!

——让我们展望数学的未来前景吧!在科学昌明、人类乘着宇宙飞船奔向茫茫天际的时代,数学“是一把万能的钥匙,借助于它,近代数学家打开了几何以至大自然的秘密”(爱尔兰主教贝克莱语),引导着其他科学领域推动社会的发展。是的,数学携带着5000年的历史积淀,将其辐射到人类文化与社会文明

的各个领域。惟其具有很强的基础性,数学所起的作用才更具有决定性意义。

这就是数学!它是人类文明的核心,它是科学研究的前沿!正如俄国数学家尼古拉·罗巴切夫斯基所说:“任何数学分支,无论怎样抽象,总有一天可被应用于现实世界的各种现象。”放眼所有现代新兴学科和技术,比如克隆技术、计算机科学、纳米科学、现代医学、量子力学、航天技术、现代战争等,几乎无一不是得益于数学的发展和繁荣。

这就是数学——

它是数和形的彩绘!

它是旅游者的全景图!

它是竞技场上的兴奋剂!

它是魔术师的障眼法!

它是军事家的神机妙算!

它是生命科学的基因组合!

它是美妙的花朵!

它是开心的乐园!

也许,正因为这样,数学才越来越彰显出她独特的魅力。于是,我们饱蘸着对数学的深情厚谊,撰写

出了《开心数学》。它突破了数学发展的时间和空间的约束,紧紧围绕着数学与人类文明的相互关联性,力求融趣味性、可读性、科学性、社会性、生活性于一体,以扭转人们对学习数学误解和忽视,敲响人们学习数学的希望之钟!

《开心数学》能有效地调动学生学习数学的积极性和主动性。众所周知,兴趣最能直接转化为一个人的学习动力,进而产生积极性,以满足求知欲望。从某种意义上说,兴趣和情感对人的智力活动有着十分重要的补偿作用。曾有这样的心理学实验:在相同时间里,一个人如果听一则有趣的故事,往往会觉得心情愉悦、时间过得很快;而听人讲解一个枯燥的问题时,总觉得心烦厌倦、时间难熬。这就说明情感、意志、兴趣这些非智力因素相互联系、相辅相成,同时也共同制约着一个人的学习情绪。《开心数学》的部分专题曾被作者作为公开课以多媒体形式举办数学专题讲座,不仅赢得了广大听课学生的普遍欢迎,而且看过书稿的教师都给予了高度的评价。

《开心数学》的独特之处也就在于总结了已有学



习数学的方法,提出了学习数学的一种创新理念——“开开心心学数学”,其实质就是让读者学得开心,做到眼动、耳动、手动、脑动,并引导读者注意数学知识与跨学科之间的联系,让读者感受到数学并不是孤立的,从而极大地提高学生对数学知识的接受度。我们深信《开心数学》将引领着读者感悟数学真谛,激发学习兴趣,拓宽知识视野,提升创新意识,增强创新能力!

在成书过程中,我们参考了有关资料,得到了一些朋友的帮助,他们提供了部分资料和有益的建议。但是由于数次搬迁使许多参考资料来源不清,难以将其一一列举,在此我们谨向各位深表歉意和致谢!同时,由于我们水平有限,该书难免存在疏漏之处,我们期待着广大读者的批评,也敬请各位专家和同行提出宝贵意见。

作者

2002年8月初稿

2003年2月修订

# 目录 CONTENTS

## 专题一 飞向太空的勾股定理

### 学海搜奇

历史的误会 ..... 1

### 操作与演示

“弦图”与“勾股定理” ..... 2

### 超级链接

一、七巧板与勾股定理 ..... 3

二、美女荡秋千 ..... 5

三、美国总统与勾股定理 ..... 6

四、奇妙的勾股树 ..... 6

五、勾股数 ..... 7

六、勾股定理与费尔马大定理 ..... 8

七、勾股定理与外星文明 ..... 10

### 想一想

勾股定理的妙用和推广 ..... 12

## 专题二 $\sqrt{2}$ 惨案之谜

### 学海搜奇

地中海谋杀案 ..... 13

### 操作与演示

$\sqrt{2}$  是什么数? ..... 14

### 超级链接

一、中国古代的 $\sqrt{2}$  ..... 14

二、无理数与毕达哥拉斯定理 ..... 15

三、无理数与螺旋图形 ..... 16

四、逼近 $\sqrt{2}$ 的梯子 ..... 17

五、 $\sqrt{2}$ 与七巧板 ..... 18

### 想一想

求 $\sqrt{2}$ 的近似值 ..... 19

## 专题三 智慧的迷宫——幻方

### 学海搜奇

古老的组合数学 ..... 20

### 操作与演示

幻方的制作——楼梯法和易换术  
..... 21

### 超级链接

一、幻方与组合数学 ..... 22

二、斐波那契数幻方 ..... 23

三、珍奇的六边幻形 ..... 24

四、幻方与哲学 ..... 25

五、幻方与美学 ..... 26

六、幻方令现代科学增辉 ..... 27

七、幻方在国外 ..... 28

八、幻方在当代中国 ..... 30

### 想一想

动手制作幻方 ..... 31

## 专题四 $\pi$ ——无穷无尽的歌谣

### 学海搜奇

金字塔与 $\pi$  ..... 32

操作与演示  
古代中国的“割圆术” ..... 33

超级链接  
一、“兰德草卷”上的  $\pi$  ..... 35  
二、永远的祖冲之 ..... 36  
三、 $\pi$ 墓志铭 ..... 37  
四、 $\pi$ 与微积分 ..... 37  
五、 $\pi$ 与概率 ..... 38  
六、计算机与  $\pi$  ..... 38  
七、 $\pi$ 与科学记忆 ..... 40  
八、 $\pi$ 的应用 ..... 41

想一想  
一、一条关于  $\pi$  的曲线的变异 ..... 42  
二、对“古率”的求证 ..... 43

### 专题五 美妙的黄金数

学海搜奇  
欧多克斯的构想 ..... 44

操作与演示  
用纸折出黄金比例 ..... 45

超级链接  
一、黄金数的美妙之处 ..... 46  
二、神秘的五角星与黄金三角形 ..... 46  
三、最美的黄金矩形 ..... 47  
四、黄金比例与建筑美学 ..... 48  
五、黄金分割与绘画艺术 ..... 50  
六、黄金分割与舞台艺术 ..... 51  
七、黄金数与战争 ..... 52  
八、黄金矩形与等角螺线 ..... 53  
九、自然界中的黄金数 ..... 54  
十、黄金分割与优选法 ..... 55  
十一、黄金数在投资中的运用 ..... 56

想一想  
但愿你能揭开“黄金数”之谜 ..... 58

### 专题六 关于兔子和乌龟的数学趣话

学海搜奇  
伊索寓言——龟兔赛跑 ..... 60

操作与演示  
美国的龟兔比赛 ..... 60

超级链接  
一、斐波那契的兔子 ..... 61  
二、斐波那契兔子与黄金比 ..... 62  
三、斐波那契兔子与生物数学 ..... 63  
四、“追龟说”悖论与微积分 ..... 64  
五、乌龟背上的“洛书” ..... 65  
六、达·芬奇的“饿狼扑兔” ..... 66  
七、马丁·加德纳的四龟问题 ..... 68

想一想  
孙子巧解“鸡兔同笼” ..... 68

### 专题七 趣谈进位制

学海搜奇  
神奇的八卦与二进制 ..... 70

操作与演示  
巧猜年龄的奥秘 ..... 71

超级链接  
一、平凡的十进制 ..... 74  
二、崛起的二进制 ..... 75  
三、二十进制与玛雅文化之谜 ..... 76  
四、巴比伦人的六十进制 ..... 78  
五、五进制·算盘·五行 ..... 80

六、十六进制制和中医药学 .....	81
想一想	
中尉身上的三进制制密码 .....	82

### 专题八 几何分割的妙趣

学海搜奇	
化圆为方——囚徒的命题 .....	84
操作与演示	
正方形怎么失踪了 .....	84
超级链接	
一、几何分割与艺术 .....	86
二、几何分割与复制砖 .....	87
三、几何分割定理 .....	88
四、三等分角 .....	89
五、几何分割与完美矩形 .....	90
六、尺规割圆 .....	91
七、奇怪的墓碑 .....	92
八、傅立叶分割三角形 .....	93
想一想	
小丑和国王的游戏 .....	94

### 专题九 数学与魔术

学海搜奇	
瞧,那些魔术大师们 .....	96
操作与演示	
谁欺骗了你的眼睛 .....	97
超级链接	
一、数学为你擦亮眼 .....	98
二、马丁·加德纳的魔术 .....	100
三、数论让我知你心 .....	100
四、妙算神猜玩扑克 .....	102
五、“转摊”骗术与整数奇偶性 ..	103

六、数学魔术大师 .....	104
想一想	
扑克顺序巧安排 .....	105

### 专题十 体育竞技的数学趣话

学海搜奇	
中国足球:门柱之悲 .....	106
操作与演示	
国际比赛标准运动场 .....	107
超级链接	
一、寻找足球射门的最佳点 .....	108
二、体育比赛与图论中的“树” ..	110
三、奖金分配与概率论 .....	112
四、伯努利定理与旋转球 .....	113
五、高尔夫球与晶体学 .....	116
六、赛马·扑克·国际象棋与对策论 .....	117
七、预测运动成绩 .....	118
八、竞技者的人体动势美 .....	120
想一想	
求足球场上的射门等效线 .....	121

### 专题十一 永远的无穷大

学海搜奇	
奇怪的旅店 .....	123
操作与演示	
$1=2-\infty$ 的“杰作” .....	124
超级链接	
一、从恐惧到合法 .....	124
二、无穷大与悖论 .....	125
三、无穷大与美学 .....	126
四、无穷大与圆 .....	127

五、无穷大与物理学 .....	128
六、无穷大与射影几何 .....	129
七、作为数学工具的无穷大 .....	129
八、无限的时间和空间 .....	130

想一想

无穷大与几何光学 .....	131
----------------	-----

**专题十二 数学:没有硝烟的战争**

学海搜奇

数学家的失算 .....	134
--------------	-----

操作与演示

数学与间谍技术 .....	135
---------------	-----

超级链接

一、韩信点兵 .....	136
二、数学与军事的相互促进 .....	138
三、数学家和军事家的研究 .....	139
四、阿马将军的悖论 .....	140
五、军事运筹学 .....	141
六、海湾战争中的数学应用 .....	143
七、巴顿将军的数学赌注 .....	144
八、古巴导弹危机与对策论 .....	145
九、飞机轰炸目标的概率问题 .....	146
十、军队方阵与佩尔方程 .....	148

想一想

数学与密码技术 .....	148
---------------	-----

**专题十三 神奇的对称**

学海搜奇

上帝是左撇子吗? .....	151
----------------	-----

操作与演示

我们生存在“对称”中 .....	152
------------------	-----

超级链接

一、对称的杨辉三角形 .....	154
二、对称在数学中的妙用 .....	155
三、数学和晶体的对称 .....	157
四、对称的分子结构 .....	158
五、对称与天文学 .....	158
六、对称与物理学 .....	159
七、神奇股价密码——对称 .....	160

想一想

对称的数学金字塔 .....	162
----------------	-----

**专题十四 几何怪物——分形**

学海搜奇

英国的海岸线有多长 .....	163
-----------------	-----

操作与演示

雪花曲线 .....	164
------------	-----

超级链接

一、分形几何与病态曲线 .....	165
二、分形几何与欧氏几何 .....	167
三、蒙德布罗集合图形 .....	168
四、分形与神奇迭代 .....	169
五、分形艺术论 .....	170
六、分形与岩石力学 .....	171
七、分形的应用 .....	172

想一想

雪花曲线的面积是多少? .....	173
-------------------	-----

**专题十五 地图上的数学知识**

学海搜奇

地图·地图学·数学 .....	174
-----------------	-----

操作与演示

看图着色 .....	175
------------	-----

**超级链接**

一、四色猜想 ..... 175

二、地图与拓扑学 ..... 177

三、地图学的数学法则 ..... 178

四、地图与投影 ..... 179

五、地图的比例尺 ..... 180

六、地图与分形理论 ..... 181

**想一想**

愚人节的玩笑 ..... 182

**专题十六 旅游爱好者的数学**

**学海搜奇**

哥尼斯堡七桥问题 ..... 183

**操作与演示**

欧拉与七桥问题 ..... 184

**超级链接**

一、七桥问题与拓扑学 ..... 184

二、柳卡问题 ..... 185

三、汉普顿公园迷宫与图论 ..... 186

四、环游世界的“哈密顿通路” ..... 188

五、迷路的登山者 ..... 189

**想一想**

走出方圆迷宫 ..... 190

**专题十七 奇怪的莫比乌斯圈**

**学海搜奇**

莫比乌斯的发现 ..... 192

**操作与演示**

怪圈的奇妙之处 ..... 193

**超级链接**

一、莫比乌斯圈与遗传工程 ..... 194

二、怪圈与化学 ..... 195

三、怪圈技术 ..... 195

四、怪圈艺术 ..... 196

五、怪圈与拓扑学 ..... 196

六、克莱因瓶与怪圈 ..... 198

七、怪圈与智慧 ..... 199

**想一想**

莫比乌斯圈的奇变 ..... 200

**专题十八 数学与生命科学**

**学海搜奇**

生命的进化:DNA 计算机 ..... 201

**操作与演示**

生命科学研究中的数学痕迹 ..... 202

**超级链接**

一、数学与人类基因组计划 ..... 203

二、数学与药学 ..... 205

三、数学与美容医学 ..... 206

四、人体与函数 ..... 208

五、数学与医疗气象学 ..... 209

六、现代医学的数学化发展 ..... 210

七、数字化虚拟人 ..... 211

**想一想**

你能描述智力与脑重之间的函数关系吗? ..... 213

# 专题一 飞向太空的勾股定理

学海搜奇

## 历史的误会

大约在公元前 1100 年左右,我国周朝初年,周武王的弟弟周公与数学家商高进行了一次伟大的历史性对话。周公问商高:“听说您对数很精通,请问古代伏羲如何测定天体的位置?要知道天是不可能用梯子攀登上去的,地也无法用尺子来测量,请问数是从哪里来的呢?”商高回答说:“数的方法是从研究圆形和方形开始的,圆形是由方形产生的,而方形又是由折成直角的矩尺产生的。在研究矩形前需要知道九九口诀。设想把一个矩形沿对角线切开,使得短直角边(勾)长为 3,长直角边(股)长为 4,斜边(弦)长则为 5。以弦为边作一正方形,并用四个与上述直角三角形一样的半矩形把它围成一个方形盘。从它的总面积 49 中,减去由勾股弦均分别为 3、4、5 的四个直角三角形构成的 2 个矩形的面积 24,便得到最初所作正方形的面积 25。这种方法称为‘积矩’。”

这个故事记载于我国古代“算经十书”之一的《周髀算经》,其含义就是对直角三角形(图 1.1)的特例即勾 3、股 4、弦 5 作出了直观的、简捷易懂的说明,它表明世界上最早发现并深入研究勾股定理的历史可以追溯到我国的周朝时期。

然而,在西方,直到公元前 6 世纪,古希腊数学家、天文学家、哲学家毕达哥拉斯才发

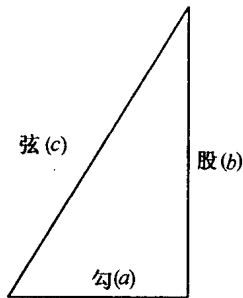
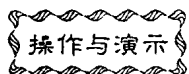


图 1.1 直角三角形

现了“直角三角形两条直角边的平方和，等于斜边的平方”，千百年来，西方人却把这个定理称为“毕达哥拉斯定理”。殊不知，历史的真相是毕达哥拉斯的发现晚了中国人的发现 500 ~ 600 年。这种历史的误会不能不令人感到十分遗憾！



### “弦图”与勾股定理

对于商高所说的“积矩”，三国时期赵爽在《勾股方圆图注》中，以我国古代证明几何问题的一种独特方法——割补原理，做了进一步的直观演算。他画“弦图”，将图形的各部分分别涂以不同的颜色，然后经过适当地拼补搭配，使其“出入相补，各从其类”，如图 1.2 所示。

弦  
图

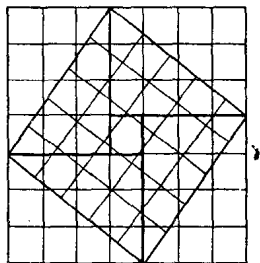


图 1.2 赵爽的“弦图”

商高的“积矩”可用现代数学表述为：如图 1.3 所示，把矩形  $ADBC$  用对角线  $AB$  分成两个直角三角形，然后以  $AB$  为边长作正方形  $BMNA$ ，再用与直角三角形  $BAD$  相同的三角形把这个正方形围起来，形成一个新的正方形（方形盘） $DEFG$ ，其面积为  $(3 + 4)^2 = 49$ ，而这四个直角三角形的面积等于两个矩形  $ADBC$  的面积之和，即  $2 \times 3 \times 4 = 24$ 。

所以正方形  $ABMN$  的面积 = 方形盘  $DEFG$  - 2 个矩形  $ADBC$  的面



积,即

$$49 - 24 = 25 = 5^2 = 3^2 + 4^2$$

也就是“勾的平方加股的平方等于弦的平方”。

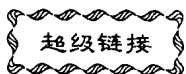
赵爽的证明可用现代数学表述为:如图1.4所示,以 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 分别表示勾、股、弦,那么, $a \cdot b$ 表示“弦图”中两块“朱实”的面积, $2ab$ 表示四块朱实的面积, $(b-a)^2$ 表示“中黄实”的面积。于是,从图中可明显看出,四块“朱实”的面积加上一个“中黄实”的面积就等于以 $c$ 为边长的正方形“弦实”的面积,即

$$\begin{aligned} c^2 &= (b-a)^2 + 2ab = \\ &= b^2 - 2ab + a^2 + 2ab = \\ &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

这就是勾股定理的一般表达式。

古往今来,许多人对勾股定理提出了各种不同的证法,吉尼斯的世界记录是,勾股定理的证法已超过370种,是世界上证法最多的定理。

赵爽给勾股定理以如此简明、直观的证明,使世界数学家们无不赞叹其思想之高超、方法之巧妙,被誉为世界上勾股定理证明之最!



## 一、七巧板与勾股定理

七巧板是起源于我国宋代的智力游戏,19世纪开始流传到日本和欧美国家。1818年左右,美国、德国、英国、法国、意大利和奥地利等国就已经出版过介绍七巧板的书籍,把七巧板称为“中国的拼图板”、“中国

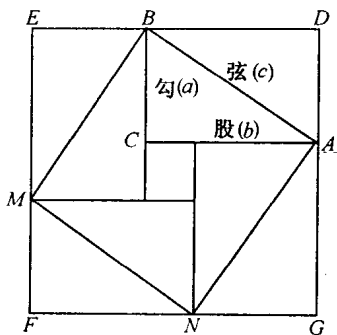


图 1.3 “积矩”的现代数学图示

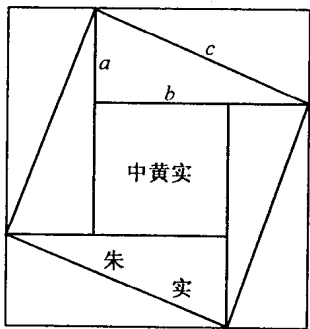


图 1.4 “弦图”的现代数学图示