21世纪实用经济数学系列教材

实用微积分

主编 张银生
安建业

SHI YONG
WEI JI FEN

中国人民大学出版社

21世纪实用经济数学系列教材

实用微积分

主　编　张银生　安建业
副主编　李秉林　王全文

中国人民大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

实用微积分/张银生,安建业主编
北京:中国人民大学出版社,2002
21世纪实用经济数学系列教材

ISBN 7-300-04280-5/O·51
Ⅰ.实…
Ⅱ.①张… ②安…
Ⅲ.微积分-高等学校-教材
Ⅳ.O172

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第046905号

21世纪实用经济数学系列教材
实用微积分
主编 张银生 安建业

出版发行:中国人民大学出版社
(北京中关村大街31号 邮编100080)
邮购部:62515351 门市部:62514148
总编室:62511242 出版部:62511239
本社网址:www.crup.com.cn
人大教研网:www.ttrnet.com
经 销:新华书店
印 刷:北京密兴印刷厂

开本:787×965毫米 1/16 印张:28.5
2002年7月第1版 2002年12月第2次印刷
字数:520 000

定价:39.00元
(图书出现印装问题,本社负责调换)

总　序

人类已经迈进了21世纪，由于科学技术的迅猛发展，数量分析已渗透到各个领域，数学的重要性已被整个社会所公认；由于计算机技术的广泛普及和提高，许多繁难的计算和抽象的推理已不再是高不可攀，数学的应用越来越深入；随着人类素质的不断提高，数学素质教育已成为全体国民的必修课程，数学的普及越来越广泛.为适应21世纪形势的发展和社会的需要，信息技术与学科课程整合已提到教育教学改革“重中之重”的地位，运用信息技术改造和优化传统学科内容是培养新世纪具有创新能力的高素质人才的必然要求.经过多年的教学研究和实践，我们组织了具有丰富教学经验的第一线教师，编写出这套实用经济数学系列教材，奉献给大家.

这套系列教材，包括《实用微积分》、《实用线性代数》、《实用概率统计》、《实用数学模型》共四册.本套教材力求体现如下特点：

第一，以实用为原则，内容体系整体优化，突出“用数学”能力的培养，使读者实现由知识向能力的转化.

第二，以实际为背景，概念阐述简明、通俗化，举例贴近生活，运用多媒体技术使内容直观化、图形化，使读者消除对数学的陌生感、抽象感、恐惧感，激活求知欲，增强学好数学、用好数学的信心.

第三，以计算机为工具，传统内容与信息技术应用融为一体，注重基本知识、基本思想、基本能力的培养，对繁、难、抽象的内容，充分利用当前极为流行的 Mathematica 软件、Excel 软件来实现，比如函数图形描绘、矩阵计算、数据分析等.

第四，每册教材均配有多媒体助学助教光盘，包括课程说明、同步辅导、习题详解、单元测试、模拟演示、电子教案、案例精选、考研试题分析、数学家简介等众多模块，信息量大，使用方便，便于读者更好地理解、掌握、巩固所学知识，有助于及时检测、拓展和提高.

这套系列教材是 21 世纪初天津市普通高校教学改革项目《信息技术与经济数学课程整合的研究和实践》的成果，主要面向高等学校经济学类、管理学类的本科生，对其他学科类的学生和数学实用工作者也是很好的辅助教材.

我们期盼着这套实用经济数学系列教材能给广大读者带来学数学的轻松、用数学的快乐和效益.

于义良

2002 年 5 月于天津商学院

前 言

微积分是人类文明发展史上理性智慧的精华，它的出现，不仅更新了数学的面貌，而且显著地促进了整个科学技术的发展．目前，微积分的理论与方法已广泛地应用于自然科学、工程技术乃至社会科学等各个领域．它提供给人们的不仅是一种高级的数学技术，而且是一种人类进步所必需的文化素质和修养．学习和一定程度掌握微积分的知识，不仅是对理工类学生的要求，也是对经济管理类、人文科学等各类学生的基本要求和必备素质．

但是，由于数学的抽象形式和符号语言与人们的直接生活距离较大，给微积分的教与学带来了很大的障碍和困难，因此在大学的微积分教学过程中还有许多不尽如人意的地方：抽象难教、枯燥难学、糊涂难用，以致使本来生动活泼的一门课程成为学校中老师与学生的老大难．

面向21世纪，随着社会经济的迅猛发展，社会中各个行业及大学的各个专业都对微积分提出了新的更高的要求，微积分教学改革显得更加紧迫和重要．能否把微积分的教学变得生动一些、实用一些呢？这是我们时常思考的问题．为此，我们编写了这本教材．

在编写本书时，我们注意了以下几点：

1．尽量从实际出发，注重概念与定理的直观描述和实际背景，克服学生在数

学认知上的心理障碍,逻辑推理做到适可而止.

2. 充分利用计算机等先进的现代教育技术手段,尽量使抽象的概念形象化,使繁琐的计算简单化.注重知识的生动性和趣味性,弱化了过难过繁的计算技巧,使学生从枯燥的公式中解放出来.

3. 增加联系实际的例题、练习题和数学模型,注重学生用数学的意识,培养学生用数学的能力,从而不断提高学生学习数学的主动性和积极性.

《实用微积分》是21世纪初天津市普通高校教学改革项目《信息技术与经济数学课程整合的研究和实践》的成果之一.

参加本书编写的有:

文字部分:张银生(第1.1至1.5节,第2.1至2.3节,第3.7节);安建业(第4、5章,第1.6、2.4、3.8、6.6节);李秉林(第3.1至3.6节,第6.1至6.5节);王全文(第7、8章).

光盘部分:安建业(模拟演示,微积分模型,第4、5章电子教案,第4、5章习题详题);张银生(课程目标,第1、2章习题详解);李秉林(第3、6章习题详解);王全文(考研试题分析,第7、8章习题详解);李美凤(第2、3、4、5章单元测试,第2、3、7章电子教案);王玉津(第1、6、7、8章单元测试,第1、6、8章电子教案);滕树军(数学家简介).另外,赵芬霞作了不少的打印工作,在此表示感谢.

为体现内容的典型性与广泛性,书中部分例题与练习题引自他人著作,在此一并表示感谢.由于我们水平所限,书中一定会有不尽如人意的地方,敬请读者雅正.

编著者

2002年7月于天津商学院

21世纪实用经济数学系列教材

目 录

21 世纪 实用经济数学系列教材

第1章

函数与极限

日常生活中的一切事物都在不停地变化着:从街道上汽车的行驶到天空中的星转月移;从孩子的出生至幼年至老年到世界人口的不断膨胀;从银行存款利息的逐日增加到世界上各种股票指数的涨涨落落;从加热时壶中的水温由20℃升到100℃到整个地球的气候逐渐变暖……我们自然要关注身边的这些事物,要研究它们的变化及其规律.作为变化着的事物及它们之间依存关系的反映,在数学中就产生了变量(variable)与函数(function)的概念.函数是数学中最基本的概念,它的基本思想是:通过某一事物的变化去推知另一事物的变化.它的基本手段是:将变化事物的关系抽象化(如用解析式表示)、形象化(如用图像表示)、简单化(如用表格表示).

函数的概念是运动变化和对立统一等观点在数学中的具体体现,而极限正是人们研究事物变化趋势的一个必不可少的工具,它是从有限中认识无限、从近似中认识精确、从离散中认识连续、从量变中认识质变的一种重要的思维方法.

第1.1节 函数及其基本性质

1. 函数的基本概念

在生活中我们经常和函数打交道,经常利用函数的思想去分析、去推理、去表

达事物之间的关系,只是我们没有意识到这个名词罢了.我们看几个具体的例子.

例 1.1.1 下面是几个常见的表格.

(1)2002 年 2 月 21 日国务院公布的利率表.如表 1.1.1.

表 1.1.1

时间	3 个月	6 个月	1 年	2 年	3 年	5 年
年利率(%)	1.71	1.89	1.98	2.25	2.52	2.79

(2)国民生产总值统计表(《中国统计年鉴(2001)》).如表 1.1.2.

表 1.1.2

年份	1995	1996	1997	1998	1999	2000
生产总值(亿元)	57 494.9	66 850.5	73 142.7	76 967.2	80 579.4	88 189.6

这些表格都简单明了地反映了两个变量之间的依存关系.在利率表中,每一个年限都有一个确定的利率与之对应,人们根据表格就可算出存款的利息.

例 1.1.2 下面是几个常见的图形.

(1)两位患者的心电图.见图 1.1.1.

图 1.1.1

(2)1995—2000 年天津市人才市场状况图(《天津年鉴(2001)》).见图 1.1.2.

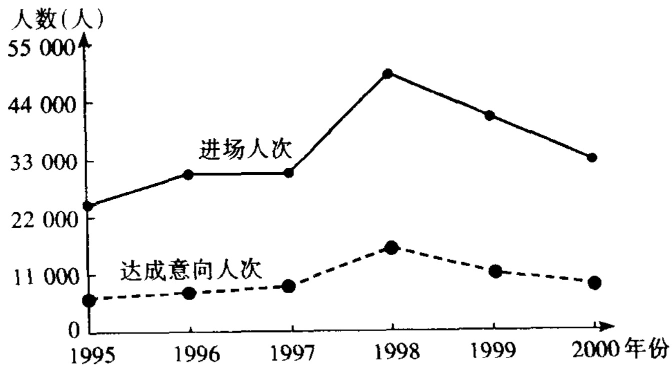

图 1.1.2

这些曲线非常形象地反映了变量之间的依存关系. 例如,心电图反映了患者心脏的电传导随时间变化的规律,有经验的医生根据心电图就可以作出初步诊断.

例 1.1.3　下面是几个常见的公式.

(1)自由落体运动的距离公式:

$$S=\frac{1}{2}gt^2,\quad g\text{ 为常数}$$

(2)**成本函数**(cost function): $C(x)=C_0+C_1(x)$,其中 C_0 为固定成本; $C_1(x)$为可变成本; x 为生产量.

收入函数(revenue function): $R(x)=px$,其中 p 为价格; x 为销售量.

利润函数(profit function): $L(x)=R(x)-C(x)$.

通过这些公式可以精确地反映出变量之间的依存关系并能计算出相应的数值. 例如,若某产品的成本函数为 $C(x)=20+5x$,我们就可以知道它的固定成本为 20 元,与产量无关($x=0$);生产 5 件产品时($x=5$)的可变成本为 25 元,总成本为 45 元.

上面的几个例子虽然反映的事物不一样,表现的形式也不尽相同,但是它们都有一个共同的规律:在变化过程中有两个变量,当其中的一个变量取定某一特定值时,另一变量按照一定的规律就有惟一确定的数值与之对应. 对于这种规律的研究,历史上的不同时期以及不同的人都有过不同的描述. 下面我们用**映射**(mapping)的观点给出定义. 见图 1.1.3.

定义 1.1.1　设有两个非空的**集合**(set) D_f 和 R,其中 $D_f\subseteq R$, R 是实数集. 称映射 $f: D_f\to R$ 为 D_f 到 R 的函数,通常记作 $y=f(x)$,并称 y 是 x 的函数,其中 $x(\in D_f)$称为**自变量**(independent variable); $y(\in R)$称为**因变量**(dependent variable); f 称为**对应法则**(corresponding rule). D_f 称为函数 f 的**定义域**(domain);集合 $Z_f=\{f(x)\mid x\in D_f\}$ 称为函数 f 的**值域**(range),且 $Z_f\subseteq R$.

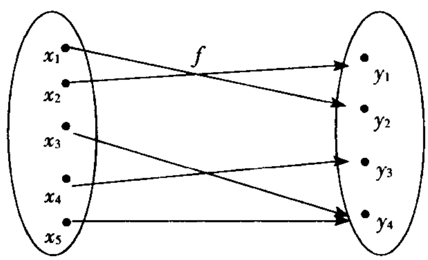

图 1.1.3

显然,上面那些例子中变量之间的关系均为函数关系.

注　"函数"一词是德国数学家莱布尼兹(1646—1716 年)于 1692 年首先提出的. 在我国,清代数学家李善兰(1811—1882 年)于 1859 年在《代数学》一书中首次将"function"译作"函数". 函数符号 $f(x)$由瑞士数学家欧拉于 1724 年首次使用.

它既简洁、科学,又符合语言规律,对数学的发展有着深远的影响.

函数中的两个要素是定义域 D_f 和对应法则 f. 定义域是我们所讨论问题的范围和前提,在研究某一函数时,首先要把定义域搞清楚. 一般来讲,函数的定义域由所讨论问题的实际背景、性质和使函数表达式有意义等方面来决定. 对应法则 f 是因变量 y 与自变量 x 依存关系的一种具体反映,它是函数中的灵魂. 有了法则 f,就便于进行计算、预测和控制等一系列工作. 许多问题的核心任务就是为了认识和探求变量之间存在的这种对应法则 f. 如果两个函数的定义域和对应法则相同,那么这两个函数就是相同的函数,不管它们是用什么字母表示,也不管它们是以什么形式出现.

注 函数的定义域和值域必须是非空的集合,否则集合中没有元素,就不可能构成映射,函数也就不存在了. 另外,我们讨论的函数,是指对自变量的任一数值只有惟一的函数值与之对应. 这类函数称为单值函数. 对于不满足这一条件的对应规律,例如 $y^2=2x$,对于 $x=2$ 就有两个 y 值: -2 和 2(称为多值函数),习惯上将其分解成两个单值函数 $y=\sqrt{2x}$ 和 $y=-\sqrt{2x}$ 分别进行讨论.

函数的表达形式一般有三种:表格法、图像法和公式法. 这三种表示法各有优缺点:表格法一目了然;图像法形象直观;公式法便于计算和推导. 在条件允许的情况下,常将这三种方法结合起来使用,更便于对问题的认识、分析和解决. 在生活中我们要注意观察事物,要善于将变量之间的关系用函数来表示和处理.

例 1.1.4 某学生的家距离学校2.5 公里,早晨 7:30 从家里骑自行车出发去上学,8:00 上课. 试问下列图中哪几个图像与下述四件事吻合得最好,并将剩下的那件事用图形表达出来(t 为时间,S 为离开家的距离).

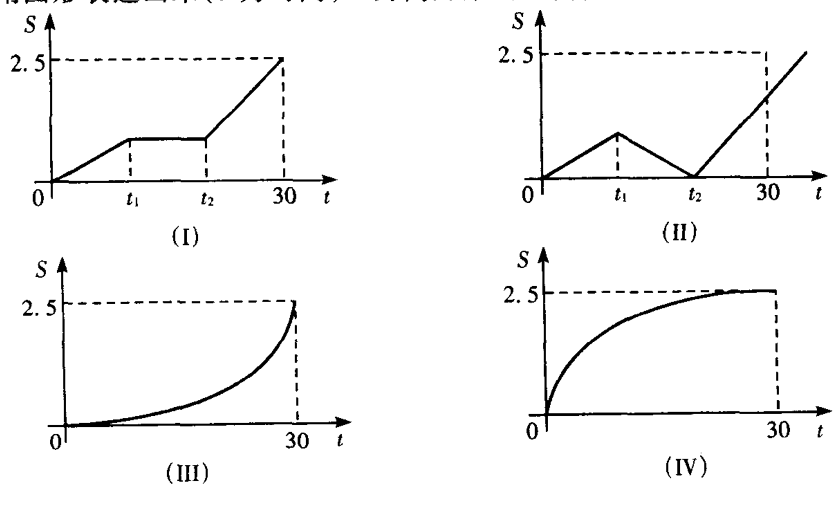

图 1.1.4

(1)离开家后不久,自行车坏了,修好后再继续走,准时到达学校.

(2)离开家后不久,发现忘带语文课本,立即回家取了语文课本再去上学,结果迟到了.

(3)离家后想早点到学校便快速行驶,半路上遇到同学后边聊天边走,准时到达学校.

(4)离家后不久出了车祸,到附近的医院治疗后回家了.

解　由事件的分析和图形的特点可以看出,事件(1)与图(Ⅰ)对应,t_1 到 t_2 是修车的时间,距离没有变化.事件(2)与图(Ⅱ)对应,t_1 到 t_2 是回家的时间,到达学校的时间超过了 30 分钟.事件(3)与图(Ⅳ)对应,曲线开始很陡峭,后来平缓,说明开始时速度快,后来速度慢了下来.事件(4)的图形可以为图 1.1.5.

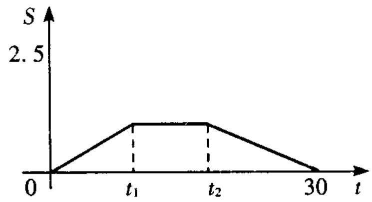

图 1.1.5

是否可以为图形(Ⅲ)写一段事?

例 1.1.5　求函数 $f(x)=\dfrac{\lg(3-x)}{\sin x}+\sqrt{5+4x-x^2}$ 的定义域.

解　要使 $f(x)$ 有意义,显然 x 要满足:

$$\begin{cases}3-x>0\\ \sin x\neq 0\\ 5+4x-x^2\geqslant 0\end{cases}\quad 即\begin{cases}x<3\\ x\neq k\pi\quad (k\ 为整数)\\ -1\leqslant x\leqslant 5\end{cases}$$

所以 $f(x)$ 的定义域为

$$D_f=\{x\mid -1\leqslant x<3, x\neq 0\}=[-1,0)\cup(0,3)$$

例 1.1.6　设 $f(x)=x^2-\lg(x+5)-3$,求:$-f(x)$;$f(-x)$;$\dfrac{1}{f(x)}$;$f\left(\dfrac{1}{x}\right)$;$[f(x)]^3$;$f(x^3)$;$f(x)+2$;$f(x+2)$;$f(u)$;$f[\varphi(t)]$(假设以上函数均有意义).

解　$-f(x)=-[x^2-\lg(x+5)-3]=-x^2+\lg(x+5)+3$

$$f(-x)=(-x)^2-\lg(-x+5)-3=x^2-\lg(5-x)-3$$

$$\frac{1}{f(x)}=\frac{1}{x^2-\lg(x+5)-3}$$

$$f\left(\frac{1}{x}\right)=\left(\frac{1}{x}\right)^2-\lg\left(\frac{1}{x}+5\right)-3$$

$[f(x)]^3=[x^2-\lg(x+5)-3]^3$

$f(x^3)=(x^3)^2-\lg(x^3+5)-3=x^6-\lg(x^3+5)-3$

$f(x)+2=[x^2-\lg(x+5)-3]+2=x^2-\lg(x+5)-1$

$f(x+2)=(x+2)^2-\lg[(x+2)+5]-3=x^2+4x-\lg(x+7)+1$

$f(u)=u^2-\lg(u+5)-3$

$f[\varphi(t)]=\varphi^2(t)-\lg[\varphi(t)+5]-3$

例 1.1.7 判断下列函数是否相同,并说明理由,画图表示.

(1) $y=\dfrac{x-1}{x^2-1}$ 与 $y=\dfrac{1}{x+1}$　　(2) $y=\sqrt{x^2}$ 与 $y=|x|$

(3) $y=\lg x^2$ 与 $y=2\lg x$　　(4) $y=1$ 与 $y=\sin^2x+\cos^2x$

(5) $y=\sqrt{1+\cos 2x}$ 与 $y=\sqrt{2}\cos x$

(6) $y=2x+1$ 与 $x=2y+1$

解 (1)不相同.它们的定义域不同.第一个函数的定义域为 $x\neq\pm1$,而第二个函数的定义域为 $x\neq-1$.如图 1.1.6.

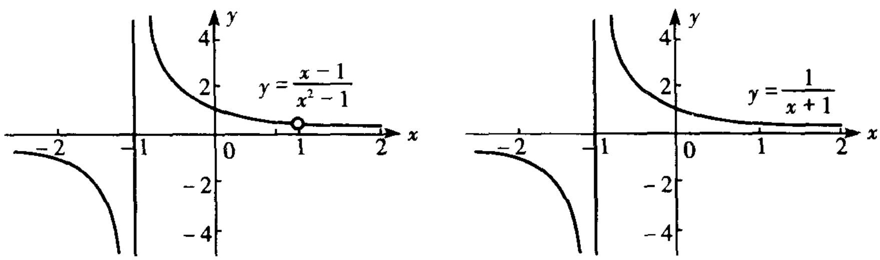

图 1.1.6

(2)相同.它们的对应法则与定义域均相同.如图 1.1.7.

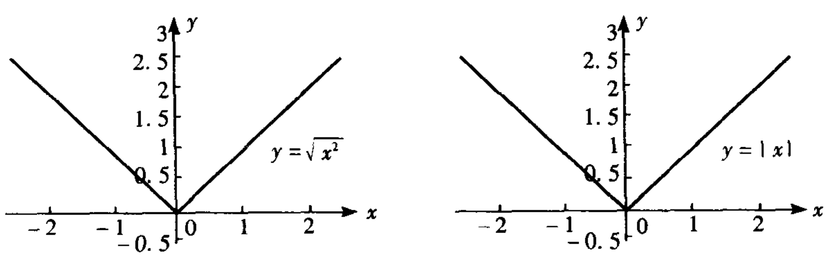

图 1.1.7