

# 举一反三

# 中考

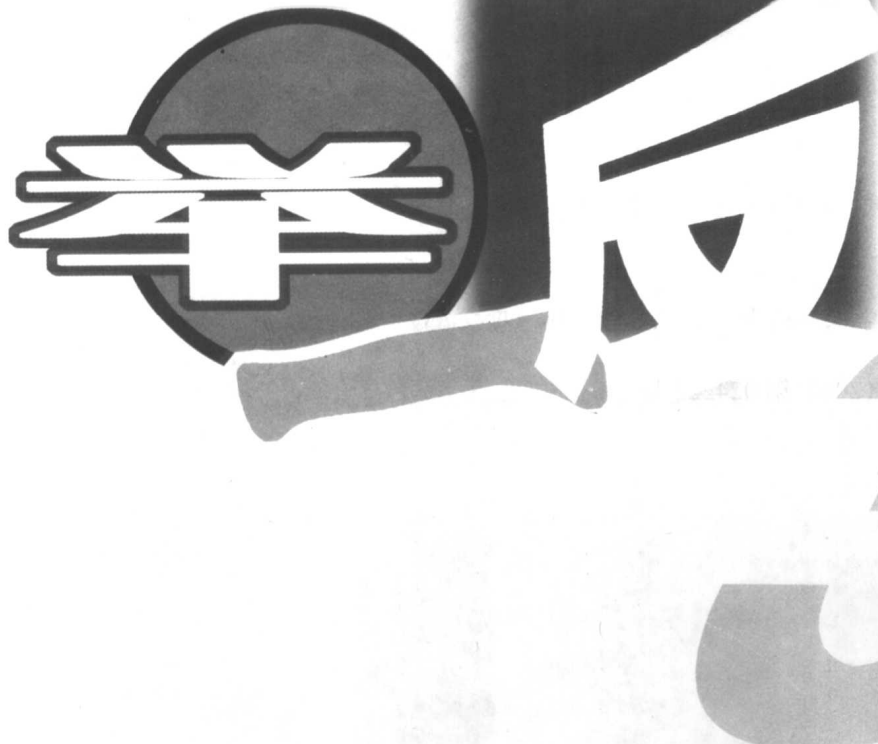
# 3

# 训练新思路

● 主 编 郭福昌  
● 执行主编 严善琳

# 数 学

天津教育出版社



# 中考 训练 新思路

# 数学

- 主 编 郭福昌
- 执行主编 严善琳
- 编写人员 李 丽  
陶怡初  
许 均

天津教育出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

举一反三中考训练新思路. 数学/郭福昌主编. —天津:天津教育出版社, 2003. 5

ISBN 7-5309-3754-5

I. 举... II. 郭... III. 数学课—初中—升学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 024225 号

### 举一反三中考训练新思路 数 学

\*

天津教育出版社出版

(天津市张自忠路 189 号)

天津市新华书店发行

天津市建新彩色印刷有限公司印刷

\*

787×1092 毫米 16 开 19.625 印张 500 千字

2003 年 7 月第 1 版

2003 年 8 月第 1 次印刷

印数 1-12000

ISBN7-5309-3754-5  
G·3188 定价:19.80 元

如发现印、装质量问题,影响阅读,请与印刷厂联系调换。

厂址:天津市津南区北闸口镇正营桥南 50 米 电话:28611177

# 说 明

学习从来都应该是“举一反三”的过程。孔子在《论语》中说：“不愤不发，不复教也。”意思是，一个学生如果不能举一反三，就不值得再教下去。可见“举一反三”在学习中的地位。

在加入 WTO 后的今天，中国的教育观念正在发生根本性的变化，具体到教与学的方面，要求老师根据新一轮课程改革的要求不断改进教学方法，使学生真正成为学习的主体，引导他们积极主动地思考，在探究中举一反三、触类旁通，培养发现问题、分析问题、解决问题的能力，在获得知识的同时逐步学会学习，成为具有创新精神和实践能力的一代新人。

在当今教材越来越新、考题越来越活的情况下，要想适应不断变化的多元化学习时代，就得不断提升对试题的解读能力和拓展解题的新思路。

《举一反三中考训练新思路》正是按照“举一反三”的训练思路，注重激发学生的悟性，提高他们的综合能力和创新精神，把学生从单纯的接受这种灌注式教学中解放出来，自主地投身到师生互动的研究性学习中去，使学生“做一题而知三题，得一法而通百法”，从而达到融会贯通的目的。

这套丛书涵盖了训练的全过程，它的板块设计为：演示观摩题、规定必做题、自主选做题、创新拓展题和全真应试题，同时还选有 2003 年全国各地数十套最新升学考试模拟试卷。在这五个板块里，始终贯穿了先观摩、后实践的方针，通过训练点，把学过的知识连成一条线。然后列出规定必做题、自主选做题和创新拓展题，通过举一反三，将相关知识链接起来，让学生把知识的链接转化为能力的链接，知识的训练转化为能力的训练。

21 世纪的学习，是要学习明天还能适用的东西。刚学的知识很可能会不断老化，而不朽的是超群的学习能力和聪明的学习方法。因为，学生的学习，绝不是单纯的认知过程，它除了要掌握一定的基础知识外，更重要的是学会观察、学会思考、学会发现、学会创新。请同学们记住一位智者的话：能力与知识相比，是在有限基础上的无限；能力与方法携手，便会产生超凡的智慧。

本书旨在帮助中考学生通过这套丛书，掌握科学的学习方法，提高解决复杂问题的能力，成长为新一代的杰出人才。

编 者

2003 年 3 月

# 目 录

## 代 数 部 分

<b>第一章 代数初步知识</b> .....	(1)
知识要点 .....	(1)
考点预测 .....	(1)
演示观摩题 .....	(1)
规定必做题 .....	(2)
自主选做题 .....	(3)
创新拓展题 .....	(4)
<b>第二章 有理数</b> .....	(5)
知识要点 .....	(5)
考点预测 .....	(5)
演示观摩题 .....	(5)
规定必做题 .....	(6)
自主选做题 .....	(7)
创新拓展题 .....	(8)
<b>第三章 整式的加减</b> .....	(9)
知识要点 .....	(9)
考点预测 .....	(9)
演示观摩题 .....	(9)
规定必做题 .....	(10)
自主选做题 .....	(11)
创新拓展题 .....	(12)
<b>第四章 一元一次方程</b> .....	(13)
知识要点 .....	(13)
考点预测 .....	(13)
演示观摩题 .....	(13)
规定必做题 .....	(14)
自主选做题 .....	(16)
创新拓展题 .....	(18)
<b>第五章 二元一次方程组</b> .....	(19)
知识要点 .....	(19)
考点预测 .....	(19)
演示观摩题 .....	(19)

规定必做题 .....	(21)
自主选做题 .....	(23)
创新拓展题 .....	(24)
<b>第六章 一元一次不等式和一元一次不等式组</b> .....	(26)
知识要点 .....	(26)
考点预测 .....	(26)
演示观摩题 .....	(26)
规定必做题 .....	(27)
自主选做题 .....	(30)
创新拓展题 .....	(31)
<b>第七章 整式的乘除</b> .....	(33)
知识要点 .....	(33)
考点预测 .....	(33)
演示观摩题 .....	(33)
规定必做题 .....	(34)
自主选做题 .....	(36)
创新拓展题 .....	(37)
<b>第八章 因式分解</b> .....	(39)
知识要点 .....	(39)
考点预测 .....	(39)
演示观摩题 .....	(39)
规定必做题 .....	(40)
自主选做题 .....	(43)
创新拓展题 .....	(45)
<b>第九章 分式</b> .....	(46)
知识要点 .....	(46)
考点预测 .....	(46)
演示观摩题 .....	(46)
规定必做题 .....	(49)
自主选做题 .....	(52)
创新拓展题 .....	(55)
<b>第十章 数的开方</b> .....	(56)
知识要点 .....	(56)
考点预测 .....	(56)
演示观摩题 .....	(56)
规定必做题 .....	(58)
自主选做题 .....	(60)
创新拓展题 .....	(62)

<b>第十一章 二次根式</b>	( 63 )
知识要点	( 63 )
考点预测	( 63 )
演示观摩题	( 63 )
规定必做题	( 66 )
自主选做题	( 69 )
创新拓展题	( 71 )
<b>第十二章 一元二次方程</b>	( 73 )
知识要点	( 73 )
考点预测	( 73 )
演示观摩题	( 73 )
规定必做题	( 75 )
自主选做题	( 80 )
创新拓展题	( 82 )
<b>第十三章 函数及其图象</b>	( 83 )
知识要点	( 83 )
考点预测	( 83 )
演示观摩题	( 83 )
规定必做题	( 88 )
自主选做题	( 92 )
创新拓展题	( 95 )
<b>第十四章 统计初步</b>	( 97 )
知识要点	( 97 )
考点预测	( 97 )
演示观摩题	( 97 )
规定必做题	( 99 )
自主选做题	( 102 )
创新拓展题	( 103 )

## 几何部分

<b>第一章 线段、角</b>	( 105 )
知识要点	( 105 )
考点预测	( 105 )
演示观摩题	( 105 )
规定必做题	( 106 )
自主选做题	( 108 )
创新拓展题	( 109 )

<b>第二章 相交线、平行线</b> .....	(111)
知识要点 .....	(111)
考点预测 .....	(111)
演示观摩题 .....	(111)
规定必做题 .....	(112)
自主选做题 .....	(114)
创新拓展题 .....	(115)
<b>第三章 三角形</b> .....	(116)
知识要点 .....	(116)
考点预测 .....	(116)
演示观摩题 .....	(116)
规定必做题 .....	(118)
自主选做题 .....	(122)
创新拓展题 .....	(123)
<b>第四章 四边形</b> .....	(125)
知识要点 .....	(125)
考点预测 .....	(125)
演示观摩题 .....	(125)
规定必做题 .....	(127)
自主选做题 .....	(131)
创新拓展题 .....	(133)
<b>第五章 相似形</b> .....	(135)
知识要点 .....	(135)
考点预测 .....	(135)
演示观摩题 .....	(135)
规定必做题 .....	(137)
自主选做题 .....	(139)
创新拓展题 .....	(140)
<b>第六章 解直角三角形</b> .....	(142)
知识要点 .....	(142)
考点预测 .....	(142)
演示观摩题 .....	(142)
规定必做题 .....	(145)
自主选做题 .....	(149)
创新拓展题 .....	(151)
<b>第七章 圆</b> .....	(152)
知识要点 .....	(152)
考点预测 .....	(152)



演示观摩题 .....	(152)
规定必做题 .....	(157)
自主选做题 .....	(161)
创新拓展题 .....	(163)

# 代数部分

## 第一章 代数初步知识

### 【知识要点】

1. 用字母表示数.
2. 用代数式表示数量关系及求代数式的值.
3. 了解方程的定义以及会检验方程的解.
4. 用文字表达代数式的意义.

### 【考点预测】

根据文字列代数式,或者求代数式的值是历年中考题常见的简单题,约占2~5分.考题以填空题、选择题等题型出现.

### 【演示观摩题】

例1 设甲数为 $x$ ,用代数式表示乙数:

- (1)乙数比甲数小100,则乙数为\_\_\_\_\_;
- (2)乙数比甲数大50,则乙数为\_\_\_\_\_;
- (3)乙数是甲数的3倍小1,则乙数为\_\_\_\_\_;
- (4)乙数比甲数的一半大4,则乙数为\_\_\_\_\_;
- (5)乙数是甲数的30%,则乙数为\_\_\_\_\_;
- (6)乙数比甲数大30%;则乙数为\_\_\_\_\_.

解析 要正确理解数学语言,用代数式来表示数.如(3),乙数是甲数的3倍小1,即可表示为 $3x-1$ .其余类推.

答案 (1) $x-100$ ; (2) $x+50$ ; (3) $3x-1$ ; (4) $\frac{x}{2}+4$ ; (5) $x \cdot 30\%$ ; (6) $x+x \cdot 30\%$ .

点评 用代数式表示数学语言,首先要弄清楚语句中各种数量的意义及相互关系,用运算符号将字母及数字连结起来,从而把相应的数量关系表示出来.

例2 一个数 $p$ 是10、12、 $q$ 的平均数的 $\frac{3}{2}$ ,则用含 $p$ 的式子表示 $q$ 的代数式是 ( )

- A.  $\frac{2}{3}p-22$       B.  $\frac{4}{3}p-22$   
C.  $2p-22$       D.  $\frac{p}{2}+11$

解析 由题意可知,10、12、 $q$ 的平均数应为:

$\frac{10+12+q}{3}$ ,它的 $\frac{3}{2}$ :即 $\frac{10+12+q}{3} \cdot \frac{3}{2}$ 用含 $p$ 的式子表示 $q$ ,也就是要求出 $q$ 等于什么值,根据题意,可写成: $p = \frac{10+12+q}{3} \cdot \frac{3}{2}$ ,那么 $p = \frac{22+q}{2}$ ,所以 $2p = 22 + q$ ,即 $q = 2p - 22$ .

答案 C

点评 有时所列的代数式需要计算整理,才能找出正确答案.

例3 甲的速度是 $x$ 千米/时,乙的速度是 $(x-5)$ 千米/时.用代数式表示:

(1)二人同时同地背向而行,10小时后两人相距多少千米?

(2)二人从相距 $s$ 千米的两地同时相向而行,需8小时相遇,那么走了5小时后两人还相距多少千米?走了10小时后两人还相距多少千米?

解析 (1) $[10x+10(x-5)]$ 千米或 $[(x+x-5) \times 10]$ 千米.

如图1-1所示

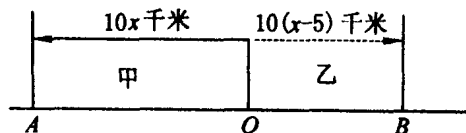


图 1-1

(2) $\{s - [5x + 5(x-5)]\}$ 千米

如图1-2所示

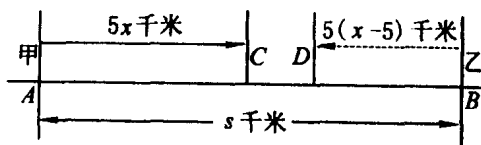


图 1-2

$[10x+10(x-5)-s]$ 千米

如图 1-3 所示

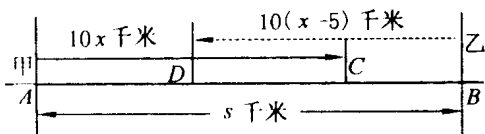


图 1.3

答案 (1)  $[10x + 10(x-5)]$  千米或  $[(x+x-5) \times 10]$  千米; (2)  $\{s - [5x + 5(x-5)]\}$  千米,  $[10x + 10(x-5) - s]$  千米.

点评 借助于图形分析量与量之间的关系,是列代数式的重要手段.

### 【规定必做题】

#### 一、填空题

1. 某班有学生共  $a$  人,女生占 62%,则男生人数为 \_\_\_\_\_ 人.

解析 男生人数  $= a - 62\%a = 38\%a$ .

答案  $38\%a$

2. 一个两位数,个位数字与十位数字之和为 15,若个位数字为  $a$ ,则这个两位数是 \_\_\_\_\_.

解析 据题意,若个位数字为  $a$ ,则十位数字为  $(15 - a)$ ,则这个两位数是  $10(15 - a) + a$ .

答案  $10(15 - a) + a$

3. 代数式  $\frac{1}{2}(a - b)$  的意义是 \_\_\_\_\_.

解析 应正确理解代数式的意义.

答案  $a$  与  $b$  差的一半

4. 若代数式  $4x + 1$  的值与代数式  $3x + 4$  的值相等,则  $x =$  \_\_\_\_\_.

解析 据题意,得  $4x + 1 = 3x + 4$ .

$\therefore 4x - 3x = 4 - 1, \therefore x = 3$ .

答案 3

5. 当  $x = 1$  时,求  $x^{1995} - x^{1994} + x^{1993} - \dots + x$  的值为 \_\_\_\_\_.

解析 当  $x = 1$  时,  $x^{1995} - x^{1994} + x^{1993} - \dots + x = 1 - 1 + 1 - \dots + 1$ .

$\therefore$  一共有奇数个项,  $\therefore$  原式  $= 1$ .

答案 1

#### 二、选择题

1. 下列各式不是代数式的是 ( )

A. 0

B.  $2 + 5 = 7$

C.  $\pi$

D.  $\frac{a+b}{3}$

解析 因为“ $=$ ”不是运算符号,所以选项 B 不是代数式.

答案 B

2.  $a, b$  两数的平方差除以  $a$  与  $b$  的差的平方,用代数式表示是 ( )

A.  $\frac{a^2 - b^2}{(a - b)^2}$

B.  $\frac{a - b}{a^2 - b^2}$

C.  $\frac{(a - b)^2}{a^2 - b^2}$

D.  $\frac{a^2 - b^2}{a - b}$

解析  $a, b$  两数的平方差为  $a^2 - b^2$ ,  $a$  与  $b$  的差的平方为  $(a - b)^2$ ,故依题意,就为  $\frac{a^2 - b^2}{(a - b)^2}$ .

答案 A

3. 若  $a$  是两位数,  $b$  是一位数,如果把  $b$  放在  $a$  的左边,那么所成的三位数应表示为 ( )

A.  $ba$

B.  $b + a$

C.  $10b + a$

D.  $100b + a$

解析 由数字表示可知,  $b$  放在  $a$  的左边时  $b$  在百位上,故这个数可表示为  $100b + a$ .

答案 D

4. 欲使关于  $x$  的方程  $4m - 3x = 1$  的解是 1,则  $m$  应取 ( )

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

解析  $\because 1$  是  $4m - 3x = 1$  的解,

$\therefore 4m - 3 \times 1 = 1, \therefore m = 1$ .

答案 A

5. 已知方程  $-x - 2 = 0$ ,则下列方程中和它同解的是 ( )

A.  $x + 2 = 0$

B.  $x = 2$

C.  $x - 2 = 0$

D.  $0 \cdot (x + 2) = 0 \cdot 0$

解析 方程  $-x - 2 = 0$  的解为  $x = -2$ ,方程  $x + 2 = 0$  的解为  $x = -2$ .

答案 A

#### 三、解答题

1. 解方程  $\left(\frac{1}{4}x + 1\right) + 1 = \frac{2}{3}x$

解析  $\because \left(\frac{1}{4}x + 1\right) + 1 = \frac{2}{3}x,$

$\therefore \frac{1}{4}x + 1 + 1 = \frac{2}{3}x,$

$\therefore \frac{1}{4}x + 2 = \frac{2}{3}x.$

方程两边同乘以 12,得  $3x + 24 = 8x;$

方程两边同减去  $3x$ , 得  $5x = 24$ ;

方程两边同除以 5, 得  $x = \frac{24}{5}$ .

答案  $\frac{24}{5}$

2. 一个各位数字是 5 的三位数, 如果把个位数字移到百位上, 则这个新的三位数是原来三位数的 5 倍少 15. 求原来的三位数

解析 设原来的三位数为  $10x + 5$ , 其中  $x$  表示一个两位数, 则新的三位数为  $5 \times 100 + x$ .

于是有  $5 \times 100 + x = 5(10x + 5) - 15$

$$\therefore 500 + x = 50x + 10,$$

$$\therefore 49x = 490,$$

$$\therefore x = 10,$$

$$\therefore 10x + 5 = 10 \times 10 + 5 = 105.$$

答案 原来的三位数是 105

3. 有含盐 7% 的盐水  $x$  千克

(1) 若加水 2 千克, 求此时盐水的浓度;

(2) 若加盐 1 千克, 求此时盐水的浓度;

(3) 若蒸发掉 0.5 千克水, 求此时盐水的浓度;

(4) 若加入含盐 10% 的盐水  $(2x - 1)$  千克, 求此时盐水的浓度.

解析 (1) 加水 2 千克后, 盐水为  $(x + 2)$  千克, 含盐量仍为  $x \cdot 7\%$ .

$$\therefore \text{盐水的浓度为 } \frac{x \cdot 7\%}{x + 2};$$

(2) 加盐 1 千克后, 盐水为  $(x + 1)$  千克, 含盐量为  $x \cdot 7\% + 1$ .

$$\therefore \text{盐水的浓度为 } \frac{x \cdot 7\% + 1}{x + 1};$$

(3) 蒸发掉 0.5 千克水后, 盐水为  $(x - 0.5)$  千克, 含盐量仍为  $x \cdot 7\%$ .

$$\therefore \text{盐水的浓度为 } \frac{x \cdot 7\%}{x - 0.5};$$

(4) 加入含盐 10% 的盐水  $(2x - 1)$  千克后, 盐水为  $(x + 2x - 1)$  千克, 含盐量为  $x \cdot 7\% + (2x - 1) \cdot 10\%$ .

$$\therefore \text{盐水的浓度为 } \frac{x \cdot 7\% + (2x - 1) \cdot 10\%}{x + (2x - 1)}.$$

$$\text{答案 (1) } \frac{x \cdot 7\%}{x + 2}; (2) \frac{x \cdot 7\% + 1}{x + 1}; (3) \frac{x \cdot 7\%}{x - 0.5};$$

$$(4) \frac{x \cdot 7\% + (2x - 1) \cdot 10\%}{x + (2x - 1)}$$

4. 已知  $\frac{a^2 + b^2}{ab} = 2$ , 求代数式  $\frac{7ab}{a^2 + b^2} + \frac{6a^2 + 5ab + 6b^2}{3ab}$  的值.

$$\begin{aligned} \text{解析 } \therefore \frac{7ab}{a^2 + b^2} + \frac{6a^2 + 5ab + 6b^2}{3ab} \\ &= 7 \cdot \frac{ab}{a^2 + b^2} + \frac{6(a^2 + b^2)}{3ab} + \frac{5ab}{3ab} \\ &= 7 \cdot \frac{ab}{a^2 + b^2} + 2 \cdot \frac{a^2 + b^2}{ab} + \frac{5}{3}. \end{aligned}$$

$$\text{又 } \because \frac{a^2 + b^2}{ab} = 2, \text{ 则 } \frac{ab}{a^2 + b^2} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore \text{原式} = 7 \times \frac{1}{2} + 2 \times 2 + \frac{5}{3} = 9 \frac{1}{6}.$$

答案  $9 \frac{1}{6}$

## 【自主选做题】

### 一、填空题

1. 当  $x = -\frac{1}{2}$  时, 代数式  $-x^2 + 2x - 1$  的值为 \_\_\_\_\_.

$$\begin{aligned} \text{解析 } \text{当 } x = -\frac{1}{2} \text{ 时, } -x^2 + 2x - 1 &= \\ &= -\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 1 = -\frac{1}{4} - 1 - 1 = -\frac{9}{4}. \end{aligned}$$

答案  $-\frac{9}{4}$

2. 存 500 元的活期储蓄, 月利率是 0.24%, 存 15 个月利息是 \_\_\_\_\_, 本息和是 \_\_\_\_\_ 元.

解析 本题是运用两个公式.

“利息 = 本金  $\times$  利率  $\times$  期数, 本息和 = 本金 + 本金  $\times$  利率  $\times$  期数”进行计算的. 题中的 500 元为本金, 15 个月为期数. 因此, 500 元的利息应是:  $500 \times 0.24\% \times 15 = 18$ (元).

本息和为:  $500 + 500 \times 0.24\% \times 15 = 518$ (元).

答案 18; 518

### 二、选择题

1. 三个数  $a, b, c$  不全为零, 即 ( )

- A.  $a, b, c$  都不是零
- B.  $a, b, c$  中最多有一个零
- C.  $a, b, c$  中只有一个是零
- D.  $a, b, c$  中至少有一个零

解析 “三个数  $a, b, c$  不全为零”. 意思是其中一个为零或两个为零, 也就是  $a, b, c$  中至少有一个为零.

答案 D

2. 若一个圆的周长是  $C$ , 则其面积为 ( )

- A.  $\pi \left(\frac{C}{2}\right)^2$
- B.  $\frac{C}{4\pi^2}$

C.  $\frac{c^2}{4\pi}$       D.  $\frac{c}{4\pi}$

解析 圆的周长  $C = 2\pi r$   $\therefore r = \frac{C}{2\pi}$

则圆的面积  $S = \pi r^2 = \pi \left(\frac{C}{2\pi}\right)^2 = \frac{C^2}{4\pi}$

答案 C

3. 某项工程,甲、乙两队合作需  $m$  天完成,甲队独做需  $n$  天完成( $n > m$ ),那么乙队单独完成的时间是 ( )

A.  $(n - m)$  天      B.  $\frac{1}{\frac{1}{m} - \frac{1}{n}}$  天

C.  $\frac{1}{m + n}$  天      D.  $\frac{1}{\frac{1}{n} - \frac{1}{m}}$  天

解析 根据题意,得:甲的工作效率为  $\frac{1}{n}$ ,甲、乙两人工作效率和为  $\frac{1}{m}$ , $\therefore$  乙的工作效率为  $\frac{1}{m} - \frac{1}{n}$ ,则乙单独完成工作所需时间为  $\frac{1}{\frac{1}{m} - \frac{1}{n}}$  天.

答案 B

### 三、解答题

1. (1)三个连续整数,最大的一个是  $n$ ,那么另外两个整数应如何表示?

(2)三个连续偶数,中间的一个是  $2n$  ( $n$  是整数),那么另外两个偶数应如何表示?

(3)三个连续奇数,最小的一个是  $2n - 1$  ( $n$  是整数),那么另外两个奇数应如何表示?

解析 因为连续的两个整数应相差 1,连续的两个奇数或偶数应相差 2. 然后再根据大小关系决定是加上 1 还是减去 1,是加上 2 还是减去 2. 所以

(1)三个连续整数为  $n - 2, n - 1, n$ ;

(2)三个连续偶数为  $2n - 2, 2n, 2n + 2$  ( $n$  是整数);

(3)三个连续奇数为  $2n - 1, 2n + 1, 2n + 3$  ( $n$  是整数).

答案 (1) $n - 2, n - 1$ ; (2) $2n - 2, 2n + 2$ ; (3) $2n +$

$1, 2n + 3$ .

2. 当  $x = 5t, y = 4t, z = 2t$  ( $t \neq 0$ ) 时,求代数式  $\frac{x^2 + y^2 - z^2}{x^2 + y^2 + z^2}$  的值.

解析 当  $x = 5t, y = 4t, z = 2t$  时.

$$\begin{aligned} \frac{x^2 + y^2 - z^2}{x^2 + y^2 + z^2} &= \frac{(5t)^2 + (4t)^2 - (2t)^2}{(5t)^2 + (4t)^2 + (2t)^2} \\ &= \frac{25t^2 + 16t^2 - 4t^2}{25t^2 + 16t^2 + 4t^2} \\ &= \frac{(25 + 16 - 4)t^2}{(25 + 16 + 4)t^2} = \frac{37t^2}{45t^2} \end{aligned}$$

$\therefore t \neq 0$ , 则  $t^2 \neq 0$ ,  $\therefore$  原式 =  $\frac{37}{45}$ .

答案  $\frac{37}{45}$

### 【创新拓展题】

1. 代数式  $(a + b)^2 + 6$  的最大值是 ( )

- A.  $a + b$       B. 6  
C. 0      D. 无法确定

解析 在我们所学过的数中没有最大的数,  $(a + b)^2$  是个代数式,无论  $a, b$  取什么值,  $(a + b)^2$  都不会是一个最大的数. 显然  $(a + b)^2 + 6$  也不会是一个最大的数. 因此,代数式“ $(a + b)^2 + 6$ ”的值无法确定.

答案 D

2. 若  $x = 2$  是关于  $x$  的方程  $2x + 3 = \frac{x}{3} + a$  的解,则代数式  $a - \frac{1}{a^2}$  的值是 ( )

- A.  $6 \frac{334}{1083}$       B.  $6 \frac{335}{1083}$   
C.  $6 \frac{332}{1083}$       D.  $6 \frac{331}{1083}$

解析  $\because x = 2$  是方程  $2x + 3 = \frac{x}{3} + a$  的解.

$$\therefore 2 \times 2 + 3 = \frac{2}{3} + a, \therefore a = \frac{19}{3}.$$

当  $a = \frac{19}{3}$  时,则  $a - \frac{1}{a^2} = \frac{19}{3} - \frac{9}{361}$

$$= \frac{6859 - 27}{1083} = 6 \frac{334}{1083}.$$

答案 A

## 第二章 有理数

### 【知识要点】

1. 有理数的有关概念(正数与负数、数轴、相反数、绝对值、有理数的大小比较)。
2. 有理数的混合运算(加、减、乘、除、乘方)。
3. 近似数和有效数字的概念。

### 【考点预测】

本章考试内容大约占3~5分,且主要以填空、选择题型方式出现,对于有理数概念及近似数,有效数字的概念的考题一般直接考查法则的识记和公式的运用,而有关有理数的简单混合运算的考题,只要运算结果,不看运算过程。故本章属考试的基础题,得分题。

### 【演示观摩题】

例1 计算  $(-2) \times (-\frac{1}{2}) \times (-3) =$  \_\_\_\_\_

解析 此题是三个不等于0的有理数相乘,负因数的个数是3个,因此可以确定积的符号为“-”号,所以

$$(-2) \times (-\frac{1}{2}) \times (-3) = -(2 \times \frac{1}{2} \times 3) = -3.$$

答案 -3

点评 几个不等于0的有理数相乘,先决定积的符号,再把它们的绝对值相乘。

例2 数轴上的点A、B分别表示数1和数2,点C是A、B两点间的中点,则点C表示的数是\_\_\_\_\_。

解析 因为点C处于数1和数2的二等分点,因此点C应是表示数1.5。

答案 1.5

点评 说出数轴上的点表示的数,一、要弄清数轴的单位长度;二、要看准已知点所在数轴上的位置。

例3 (1)  $|-6| =$  \_\_\_\_\_; (2)若  $a < 0$ ,则  $|a| =$  \_\_\_\_\_。

解析 (1)由于-6是一个负数,根据“负数的绝对值是它的相反数”,即得  $|-6| = -(-6) = 6$ ;

(2)  $a < 0$ ,说明  $a$  是一个负数,因此  $|a| = -a$ 。

答案 (1)6; (2)  $-a$ 。

点评 求一个数的绝对值,必须首先判定这个数是正数、零还是负数,然后再由绝对值的定义确定符号,并去掉绝对值符号。

例4 若  $|m| = -m$ ,则  $m$  是 ( )

- A. 正数                                      B. 负数  
C. 非正数                                    D. 非负数

解析  $|m| = -m$ ,表示数  $m$  的绝对值是它的相反数,而负数的绝对值是它的相反数,0的相反数还是0,所以数  $m$  的绝对值是它的相反数时,这个数  $m$  是负数或0。

答案 C

点评 绝对值概念中“0的绝对值是0”这句话的实质,既可理解为“0的绝对值等于它本身”,也可理解为“0的绝对值等于它的相反数”。因此,在回答此类问题时,必须强调这句话的双重含义。

例5  $a$ 、 $b$  两数在数轴上的位置如图2-1所示,  $M = a + b$ ,  $N = -a + b$ ,  $H = a - b$ ,  $G = -a - b$ ,则下列正确的是 ( )

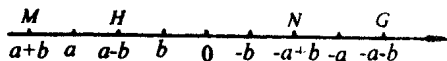


图2-1

- A.  $G > H > M > N$                       B.  $G > N > M > H$   
C.  $G > M > N > H$                       D.  $G > N > H > M$

解析 要比较  $M$ 、 $N$ 、 $H$ 、 $G$  的大小,首先从考虑  $M$ 、 $N$ 、 $H$ 、 $G$  是正数还是负数入手,从  $a$ 、 $b$  在数轴的位置可看出,  $a < b < 0$ ,即  $|a| > |b|$ ,因此  $-a > -b > 0$ ,由加减运算法则可知  $M = a + b < 0$ ,  $N = -a + b > 0$ ,  $H = a - b < 0$ ,  $G = -a - b > 0$  且  $-a - b > -a + b$ ,  $a - b > a + b$ ,所以  $G > N > H > M$ 。

答案 D

点评 本题涉及了数轴、相反数、有理数大小比较、有理数加减法法则等几方面的知识,并且此题渗透了数形结合的数学方法,要求学生弄清以上几个知识点之间的内在联系。这类题的练习,可进一步加深

对有理数加减法法则的理解.

例6 计算  $(-4\frac{3}{17}) + 2\frac{2}{15} - 8\frac{3}{17} + 14\frac{13}{15} - 4$   
 $(-14\frac{13}{15})$

解析 原式  $= (-4\frac{3}{17}) + 2\frac{2}{15} - 14\frac{13}{15}$   
 $= -(8\frac{3}{17} + 4)$   
 $= (-4\frac{3}{17}) + 2\frac{2}{15} - 14\frac{13}{15} + 4\frac{3}{17}$   
 $= 4\frac{3}{17} (-2\frac{2}{15} - 14\frac{13}{15})$   
 $= 4\frac{3}{17} \times (-17) = -71.$

答案 -71

点评 运算的目的不只是求出结果,而且应当把注意力放在求解过程中,这样就可以达到从运算中培养思维能力的目的.

### 【规定必做题】

#### 一、填空题

1. 若  $x$  与  $y$  互为相反数,则  $-\frac{2}{3}(x+y)^{2002} =$

解析  $\because x$  与  $y$  是互为相反数,  
 $\therefore x+y=0, \therefore -\frac{2}{3}(x+y)^{2002}=0.$

答案 0

2. 比负数大的所有有理数中,最小的数是

解析 零大于一切负数,零小于一切正数,所以大于负数的最小有理数是零.

答案 0

3. 若  $|a-1| + (2b + \frac{1}{2})^2 = 0$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_,  
 $b =$  \_\_\_\_\_.

解析  $\because |a-1| + (2b + \frac{1}{2})^2 = 0.$

又  $\because$  其中  $|a-1| \geq 0, (2b + \frac{1}{2})^2 \geq 0.$

$\therefore |a-1| = 0$  且  $(2b + \frac{1}{2})^2 = 0,$

$\therefore a-1=0, 2b + \frac{1}{2} = 0,$

$\therefore a=1, b = -\frac{1}{4}.$

答案 1;  $-\frac{1}{4}$

4. 如果  $|x-4|=1$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_.

解析  $\because |x-4|=1, \therefore x-4=1$  或  $x-4=-1$   
 $\therefore x=5$  或  $x=3.$

答案 5 或 3

#### 二、选择题

1. 如果  $a, b$  在数轴上的位置如图 2-2, 则  $a, b$  所表示的数是 ( )

- A.  $a, b$  均是正数      B.  $a, b$  均是负数  
 C.  $a < 0, b > 0$       D.  $a > 0, b < 0$

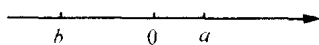


图 2-2

解析 因为  $a$  在原点右侧, 而  $b$  在原点的左侧, 且右侧为正方向, 所以  $a > 0, b < 0.$

答案 D

2. 下列说法中正确的是 ( )

- A. 符号不同的两个数一定是互为相反数  
 B. 一个数的相反数一定是负数  
 C. 若  $a$  和  $b$  是互为相反数, 则  $a+b=0$   
 D.  $\pi$  的相反数是  $-3.14$

解析 因为符号不同的两个数不一定是相反数, 如  $-2$  与  $+3$ , 故 A 不正确, 一个数的相反数不一定是负数, 如零的相反数还是零, 故 B 不正确; 因为  $\pi$  的相反数不等于  $-3.14$ , 故 D 不正确.

答案 C

3. 绝对值小于 4 的所有整数的和是 ( )

- A. 6      B. -6      C. 10      D. 0

解析 因为绝对值小于 4 的所有整数为  $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$  其和为 0.

答案 D

4. 设  $a$  是有理数, 且  $a^3 < 0$ , 则  $a$  一定是 ( )

- A. 任意有理数      B. 一定是正有理数  
 C. 一定是负有理数      D. 上述答案都不正确

解析 因为  $a$  为有理数, 则  $a > 0$ , 或  $a = 0$  或  $a < 0$ . (1) 若  $a > 0$ , 则  $a^3 > 0$  与  $a^3 < 0$  矛盾, 故  $a > 0$  不成立, 即  $a$  不是正有理数; 故 B 不正确;

(2) 若  $a = 0$ , 则  $a^3 = 0$  与  $a^3 < 0$  矛盾, 故  $a$  不等于零, 进而 A 不正确;

(3) 若  $a < 0$ , 则  $a^3 < 0$ , 符合题意, 故  $a$  是负有理数.

答案 C

5. 若  $|a-1|=a-1$ , 则  $a$  的取值范围应当是 ( )

- A.  $a > 1$  B.  $a < 1$  C.  $a \geq 1$  D.  $a \leq 1$

解析  $\because |a-1| \geq 0$ ,

又  $\because |a-1|=a-1, \therefore a \geq 1$ .

答案 C

6. 若  $|x|=3, |y|=-7$ , 则  $x+y$  的值是 ( )

- A.  $\pm 4$  B.  $\pm 10$   
C.  $-4$  或  $-10$  D.  $+4, +10$

解析  $\because |x|=3, |y|=7$ ,

$\therefore x = \pm 3, y = \pm 7$ .

当  $x=3, y=7$  时,  $x+y=10$ .

当  $x=3, y=-7$  时,  $x+y=-4$ .

当  $x=-3, y=7$  时,  $x+y=4$ .

当  $x=-3, y=-7$  时,  $x+y=-10$ .

答案 D

7. 有理数  $a, b$  在数轴上位置如图 2-3 所示, 则下面关系式中正确的个数为 ( )

- ①  $a-b > 0$  ②  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$  ③  $ab < 0$  ④  $a^2 > b^2$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

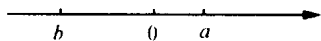


图 2.3

解析 如图所示  $a > 0, b < 0$  且  $|a| < |b|$  所以  $a > 0, ab < 0, \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ , 而  $a^2 < b^2$ .

答案 C

### 三、解答题

1. 计算:  $(+\frac{1}{3}) + (-\frac{1}{2}) + (-0.75) + (+\frac{2}{3})$ .

解析 在进行同时含有小数和分数计算时, 一般情况下, 是将小数化成分数, 然后计算结果的数值, 但不能千篇一律, 要根据具体情况具体分析, 为了简化计算也可将分数化成小数再计算, 如本例将分数化成小数就较简便

$$(+\frac{1}{3}) + (-\frac{1}{2}) + (-0.75) + (+\frac{2}{3})$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{2} - 0.75 + \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} - 0.5 - 0.75$$

$$1 - 1.25 = -0.25$$

答案  $-0.25$

2. 比较  $a$  和  $a^2$  的大小.

解析 比较两个有理数的大小, 一般分为正数、负数和零三种情况讨论. 即  $a > 0, a = 0, a < 0$ . 此题是一个数与这个数的平方比较大小. 在解此题时注意的是: 一个真分数的平方比原数小; 1 的平方是它本身. 因此我们在讨论时, 这两种情况不能漏掉, 全面考虑, 才能得到准确、完整的结果.

答案 ① 当  $a < 0, a < a^2$ ;

② 当  $a = 0$  时,  $a = a^2$ ;

③ 当  $0 < a < 1$  时,  $a > a^2$ ;

④ 当  $a = 1$  时,  $a = a^2$ ;

⑤ 当  $a > 1$  时,  $a < a^2$ .

## 【自主选做题】

### 一、填空题

1. 如果  $|x-1|=2$ , 则  $x^3 =$  \_\_\_\_\_.

解析  $\because |x-1|=2$ ,

$\therefore x-1 = -2$  或  $x-1 = 2$ ,

$\therefore x = -1$  或  $x = 3$ ,

$\therefore x^3 = (-1)^3 = -1$  或  $x^3 = 3^3 = 27$ .

答案  $-1$  或  $27$

2. 若  $(x+y)^2 + |3-y| = 0$ , 则  $\frac{x+y}{xy} =$  \_\_\_\_\_.

解析 已知两个数的和为零, 且  $(x+y)^2 \geq 0, |3-y| \geq 0$ , 只有  $(x+y)^2 = 0, |3-y| = 0$ , 和才能为零, 即  $x+y=0, 3-y=0$ , 由此得  $x=-3, y=3$ .  $\therefore$  原式  $= \frac{0}{xy} = 0$ .

答案 0

3. 当  $a =$  \_\_\_\_\_ 时, 代数式  $2+a^2$  的值最小, 最小值是 \_\_\_\_\_.

解析  $\because a^2 \geq 0, \therefore a^2$  的最小值是 0, 因此, 当  $a=0$  时, 代数式  $2+a^2$  的值最小, 最小值为 2.

答案 0; 2

4. 如果  $2.468^2 = 6.091$ , 则  $246.8^2 =$  \_\_\_\_\_,  $0.2468^2 =$  \_\_\_\_\_.

解析 由小数点移动规律可知:  $\because 2.468^2 = 6.091, \therefore 246.8^2 = 60910, 0.2468^2 = 0.06091$ .

答案 60910; 0.06091

### 二、选择题

1. 下列说法正确的有 ( )

(1) 绝对值等于它本身的数只有正数;



(2)相反数等于它本身的数只有零;

(3)倒数等于它本身的数只有1;

(4)平方数等于它本身的数只有1.

A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

**解析** 据相反数定义,零的相反数是零;而一个正数的相反数是一个负数;一个负数的相反数是一个正数,故相反数等于它本身的数只有零.

**答案** A

2. 如果两个数之和为负数,它们的积也是负数,则这两个数 ( )

A. 同为正数

B. 同为负数

C. 一正一负,且正数的绝对值较大

D. 一正一负,且正数的绝对值较小

**解析** 由于两个数的积是负数,则这两个数为一正一负;再由这两个数的和为负数,知正数的绝对值较小.

**答案** D

3. 设  $a$  是不等于零的有理数,则  $\frac{|a-|a||}{a}$  的值为 ( )

A. 0 或 1

B. 0 或 2

C. 0 或 -1

D. 0 或 -2

**解析** 当  $a > 0$  时,  $\frac{|a-|a||}{a} = \frac{|a-a|}{a} = 0$ ;

当  $a < 0$  时,  $\frac{|a-|a||}{a} = \frac{-2a}{a} = -2$ ;

$\therefore \frac{|a-|a||}{a}$  的值为 0 或 -2.

**答案** D

### 三、解答题

1. 已知圆锥体体积 =  $\frac{1}{3} \times$  底面积  $\times$  高. 求高为 7.8 厘米底面半径为 2.7 厘米的圆锥的体积(结果保留两个有效数字,  $\pi$  取 3.14)

**解析** 在近似计算时,一般情况都要在计算过程中要比题中要求多保留一位,最后结果再把多保留的那一位进行四舍五入

$$\begin{aligned} \text{圆锥体积} &= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 2.7^2 \times 7.8 \\ &= 3.14 \times 7.29 \times 2.6 \approx 60 (\text{厘米}^3). \end{aligned}$$

**答案** 圆锥的体积约是 60 厘米<sup>3</sup>.

2. 已知  $|x+1|=3$ , 求  $-4|1-x|-5$  的值

**解析**  $\because |x+1|=3, \therefore x+1=\pm 3,$

$\therefore x=-1\pm 3, \therefore x=-4$  或  $x=2.$

当  $x=-4$  时,

$$-4|1-x|-5 = -4 \times |1+4| - 5 = -20 - 5 = -25.$$

当  $x=2$  时,

$$-4|1-x|-5 = -4 \times |1-2| - 5 = -4 - 5 = -9.$$

**答案** -25 或 -9

### 【创新拓展题】

1. 若  $m, n$  互为相反数,  $x, y$  互为倒数, 且  $m, n$  均不为 0, 则  $xy(m+n) - \frac{m}{n} + xy =$  \_\_\_\_\_.

**解析**  $\because m, n$  互为相反数, 且均不为零.

$$\therefore m+n=0, \frac{m}{n} = -1.$$

$$\therefore x, y \text{ 互为倒数, } \therefore xy=1,$$

$$\therefore \text{原式} = 1 \times 0 - (-1) + 1 = 2.$$

**答案** 2

2. 若  $a, b, c$  为整数, 且  $|a-b|^{19} + |c-a|^{99} = 1$ , 试计算  $|c-a| + |a-b| + |b-c|$  的值为 \_\_\_\_\_.

**解析**  $\because a, b, c$  均为整数, 则  $a-b, c-a$  也应为整数, 且  $|a-b|^{19} \geq 0, |c-a|^{99} \geq 0$  且和为 1,

所以只能是  $|a-b|^{19} = 0$  且  $|c-a|^{99} = 1$ ; ①

或  $|a-b|^{19} = 1$  且  $|c-a|^{99} = 0$ . ②

由①有  $a=b$  且  $c=a+1$ , 于是  $|b-c| = |c-a| = 1$ ;

由②有  $c=a$  且  $a=b+1$ , 于是  $|b-c| = |a-b| = 1$ .

无论①或②都有

$$|b-c|=1 \text{ 且 } |a-b| + |c-a| = 1,$$

所以  $|c-a| + |a-b| + |b-c| = 2$ .

**答案** 2

3. 若  $x+y=0, |x|=4$ , 则  $|x-y|$  等于 ( )

A. 0      B. 8

C. 16      D. 以上答案都不对

**解析**  $\because |x|=4,$

$$\therefore x=-4 \text{ 或 } x=4. \because x+y=0,$$

$$\therefore \text{当 } x=-4 \text{ 时, } y=4.$$

$$\text{当 } x=4 \text{ 时, } y=-4.$$

(1) 当  $x=-4, y=4$  时,

$$|x-y| = |-4-4| = |8| = 8.$$

(2) 当  $x=4, y=-4$  时,

$$|x-y| = |4-(-4)| = 8. \therefore |x-y| = 8.$$

**答案** B