

大连理工大学教授学术丛书

最优控制系统设计

Optimum Control System Design

刘培玉 葛斌 王金城 著



DUTP

大连理工大学出版社 Dalian University of Technology Press

大连理工大学教授学术丛书

最优控制系统设计

刘培玉 葛 斌 王金城 著

大连理工大学出版社

**The Professors Academic Works Series
of the Dalian University of Technology**

Optimum Control System Design

Liu Peiyu

Ge Bin

Wang Jincheng

Dalian University of Technology Press

图书在版编目(CIP)数据

最优控制系统设计/刘培玉等著. —大连:大连理工大学出版社, 2000. 3

(大连理工大学教授学术丛书)

ISBN 7-5611-0155-4

I. 最… II. 刘… III. 最优控制系统-设计 IV. TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 04917 号

大连理工大学出版社出版发行

大连市凌水河 邮政编码 116024

电话:0411-4708842 传真:0411-4708898

E-mail: dulp@mail. dlptt. ln. cn

大连理工大学印刷厂印刷

开本: 850×1168 毫米 1/32 字数: 170 千字 印张: 6.875 插页: 4

印数: 1—3000 册

2000 年 3 月第 1 版

2000 年 3 月第 1 次印刷

责任编辑: 于明珍

责任校对: 长方柘

封面设计: 孙宝福

定价: 15.00 元

本书由

大连市人民政府

大连理工大学学术著作出版基金

资助出版

The published book is sponsored by

The Dalian Municipal Government

and

**The Publishing Academic Works Foundation
of the Dalian University of Technology**

序

近几十年来,尤其是在这世纪之交之际,全世界对信息科学明显地表现出极其浓厚的兴趣,其推动力无疑就是信息技术革命和网络技术的迅猛发展。实际上信息科学并不只是一般理解的计算机和网络,它的研究领域远不止如此,还包括电子、自动化、传感器、执行器、测量与控制技术等广泛的内容。这些现代高新技术的每一次重大突破都给社会进步带来巨大的推动作用,人们越来越感到科学技术已成为日常生活中不可缺少的一部分,发挥着越来越大的作用。

作为自动化技术的一个分支,最优控制的理论研究开始于20世纪50年代末,并且成功地应用于航空航天领域。发展至今,它已逐渐成为一门自成体系、内容丰富的直接为工程实际服务的学科。在计算机技术发展的推动下,各种复杂的最优控制算法已不再只是理论上的研究成果,它已被广泛地应用于工农业生产、航空航天、军事、城市交通控制等许多领域。可以相信在不久的将来,这门学科会像信息技术的其它方面一样深入到人们日常生活的各个方面。

本书虽然是一部研究最优控制理论与应用的专著,但是从一开始作者就避开了高深理论的推导和证明,从问题的提出到理论分析、再到实际应用都是从实际工程的角度出发,将最优控制问题的求解方法呈现在读者面前,这充分体现了作者理论结合实际的的工作作风与丰富的经验。书中以通俗易懂的语言,简明论述了变分法、最大值原理、动态规划等前人的研究成果及其在各类最优控制系统中的应用,重点是介绍作者在研究二级倒立摆最优控制系统

中所取得的科研成果。二级倒立摆是一个复杂的开环不稳定的高阶非线性系统,采用常规的控制方法难以实现其稳定的闭环控制。作者首先对二级倒立摆系统进行了模拟化处理,分别研究了二次最优控制方法和极点配置方法的实际控制效果,最终提出了最优极点配置方法,并给出了理论证明和仿真结果,对实际控制有较大的改善。

本书是作者多年从事最优控制领域教学与科研工作的结晶。全书层次分明、图文并茂、概念清晰准确;在内容上理论联系实际,体现了科技为国家经济建设服务的精神。它的出版对普及和提高我国的自动化水平、特别是对解决控制领域中的实际工程问题将有所裨益。谨此作序以示宣扬,并表示祝贺。

孙宝元

2000年3月

前 言

本书主要向读者展示作者在最优控制理论、计算方法以及对二级倒立摆系统研究中的应用成果,着重于理论联系实际,对于那些具有工程实用价值的问题以及与工程应用有关的条件、约束等问题给予了足够的重视,故本书取名为《最优控制系统设计》。

本书的章节安排也是从便于实际应用出发的,读者可以根据不同需要选读有关章节,而不一定通读全书。作者在写作本书时,力求做到结构紧凑、内容简明扼要、深入浅出、语言通顺精练。

本书共分六章。第一章介绍了变分法及其在求解最优控制问题中当控制变量不受约束或只受开集性约束时的应用;第二章介绍了最大值原理以及计算机求解两点边界值问题的数值解法;第三章介绍了最大值原理在时间、燃料最优控制系统中的应用,并讨论了时间最优控制系统的设计;第四章将最大值原理与自动控制原理相结合,分析了确定性线性二次型最优控制系统的频率特性、稳定性,并讨论了带有状态观测器的最优控制系统的设计问题;第五章是动态规划法在离散和连续最优控制系统中的应用;第六章以二级倒立摆系统为被控对象,讨论了数学模型的建立、系统特性分析、调节器设计和仿真结果分析,在调节器设计中提出了将极点配置法与线性二次型最优控制方法相结合的思想,所设计的调节器经仿真分析,证明该方法是成功的。在仿真研究中采用了最新的数学分析软件 MATLAB 5.0,使控制系统的仿真研究提高到一个新水平。

本书是以 1990 年 2 月出版的《应用最优控制》为基础,经修改、充实并加入了近年来的研究成果而完成的。第一章、第二章和

第三章由葛斌执笔;第四章、第五章和第六章由王金城执笔。尤其是第六章的研究成果,更具先进性和科学性,具有较高的应用价值。

海军工程学院黄继起教授对原稿提出了许多宝贵的意见和建议;大连海事大学邢月华教授对原稿进行了重点审阅,并提出改进意见;大连理工大学孙宝元教授系统地审阅了全部书稿,并提出修改意见。值本书出版之际,向他们一并表示衷心的感谢。

由于水平所限,书中不当之处在所难免,敬请读者批评指正。

著者

2000年3月

目 录

序

前言

第一章 变分法与最优控制	1
1.1 引言	1
1.2 变分法中的三类问题	5
1.3 泛函的变分	11
1.4 欧拉方程	19
1.5 泛函局部极值的充分条件	27
1.6 等式约束条件下的变分问题	29
1.7 利用变分法求解最优控制问题	36
第二章 最大值原理	48
2.1 引言	48
2.2 最大值原理	49
2.3 最大值原理的证明	58
2.4 两点边界值问题的计算——扫描法	66
第三章 时间最优控制系统	70
3.1 时间最优控制原理	70
3.2 时间最优控制系统的设计	76
3.3 在阶跃干扰作用下的时间最优控制问题	96
3.4 燃料最优控制问题	102
第四章 线性二次型最优控制系统	105
4.1 引言	105
4.2 状态调节器问题	108

4.3	非时变状态调节器问题	116
4.4	输出调节器问题	119
4.5	跟踪问题	122
4.6	黎卡提方程的求解问题	125
4.7	状态调节器的频率特性	131
4.8	具有指定稳定度的最优调节器问题	137
4.9	在阶跃干扰作用下的状态调节器问题	139
4.10	带有观测器的最优调节器问题	145
第五章	离散系统的最优控制——动态规划法	150
5.1	引言	150
5.2	离散系统最优控制问题的提法	150
5.3	离散动态规划	156
5.4	线性二次型最优控制问题的解	163
5.5	非时变控制器	169
5.6	连续系统的动态规划	172
第六章	二级倒立摆最优控制系统设计	180
6.1	引言	180
6.2	数学模型的建立	182
6.3	二级倒立摆系统特性分析	189
6.4	二级倒立摆最优控制系统设计	190
6.5	二级倒立摆最优控制系统仿真分析	197
	参考文献	202

Contents

Foreword

Preface

Chapter 1	Extremization and optimum control	1
1.1	Introduction	1
1.2	Three kinds of problems in extremization	5
1.3	Extremization of functionals	11
1.4	Euler equation	19
1.5	Sufficient condition for local extremum of functionals	27
1.6	Functional problems subject to equal boundary conditions	29
1.7	Evaluating optimum control problems by extremization	36
Chapter 2	Maximum principle	48
2.1	Introduction	48
2.2	Maximum principle	49
2.3	Proof of maximum principle	58
2.4	Calculation of the problem with two points terminal condition—scanning method	66
Chapter 3	Optimum control systems on time	70
3.1	Principle of optimum control on time	70
3.2	Design of optimum control systems on time	76
3.3	Optimum control problems on time subject	

to step disturbance	96
3.4 Optimum control problems on fuel	102
Chapter 4 Optimum control problems of linear	
quadratic function	105
4.1 Introduction	105
4.2 State regulator problem	108
4.3 Time-invariant state regulator problem	116
4.4 Output regulator problem	119
4.5 Tracking problem	122
4.6 Evaluation of Riccati equation	125
4.7 Frequency characteristic of state regulator	131
4.8 Optimum regulator problem with designated stability	137
4.9 State regulator problem subject to step disturbance	139
4.10 Optimum regulator problem with observability	145
Chapter 5 Optimum control of discrete	
systems—dynamic programming	150
5.1 Introduction	150
5.2 Formulation of optimum control problem of discrete systems	150
5.3 Discrete dynamic programming	156
5.4 Solution of optimum control problem with linear quadratic function	163
5.5 Time-invariant regulator	169
5.6 Dynamic programming for continuous systems	172

Chapter 6 Optimum control system design of

inverted double pendulum	180
6.1 Introduction	180
6.2 Building the mathematical model	182
6.3 Characteristic analysis of inverted double pendulum	189
6.4 Optimum control system design of inverted double pendulum	190
6.5 Simulation analysis of optimum control of inverted double pendulum	197
References	202

第一章 变分法与最优控制

1.1 引言

最优控制,又称为动态或过程最优化,是现代控制理论的一个最重要、最基本的组成部分。它所研究的中心问题是:如何根据受控系统的动态特性,去选择控制规律,才能使得系统按照一定的技术要求进行运转,并使得描述系统性能或品质的某个“指标”在一定的意义下达到最优值。

众所周知,在工程技术领域里所发生的过程,其中包括物理的或化学的过程,通常都是可以控制的,即可以按照人们的需要,以不同的方式予以实现。于是就产生了在某种条件下选择最佳的方式予以实现的问题,即所谓的最优控制过程的问题。

例如,升降机的最速降落问题。某一升降机,它一方面受重力作用,另一方面又受到控制器作用力的作用,我们所要讨论的问题是如何选择控制作用的变化规律,使得升降机最快地到达地面,并且要求到达地面的速度为零。

又如,为了使宇宙飞船登月舱在月球表面实现软着陆,需要选择发动机推力的变化规律,以便使燃料消耗最少。针对这些由工程实际中提出来的最优控制问题,如何将其抽象成一个数学问题,是最优控制理论首先要解决的问题。

凡是最优控制问题,通常都包括以下四个组成部分:

(1)受控动态系统的数学模型,即动态系统的状态方程。它反映了动态系统在运动过程中所应遵循的规律。在集中参数情况下,

受控动态系统的数学模型,一般写成向量微分方程的形式,即

$$\dot{X}(t) = f[X(t), U(t), t]$$

式中, $X(t)$ 是 n 维状态变量, $U(t)$ 是 m 维控制变量。对于线性时变系统来说,状态方程为

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)U(t)$$

而对于线性定常系统来说,状态方程为

$$\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t)$$

式中, $A(t)$ 与 A 分别是 $n \times n$ 时变与定常矩阵,而 $B(t)$ 与 B 分别是 $n \times m$ 时变与定常矩阵。

(2)受控动态系统的初态与终态,即状态方程的边界条件。一个动态系统的运动过程,就是系统在状态空间中由一种状态到另一种状态的转移过程。如果将这种转移视为 n 维状态空间中点的运动,那么一个动态过程就对应于状态空间中的一条轨线。在最优控制问题中,初始时刻 t_0 和初始状态 $X(t_0)$ 通常都是给定的,即 $X(t_0) = X_0$,而终端时刻 t_f 和终端状态 $X(t_f)$ 却因问题而异。就终端时刻 t_f 来说,可能有两种情况:一种是给定的;另一种是可变的或自由的。至于终端状态 $X(t_f)$,情况要复杂得多,它可能是状态空间中一个固定的点,也可能是状态空间中变动的点。还可能有这样的情况:在终端向量 $X(t_f)$ 中的某些分量是固定的,而另一些分量是自由的。但是无论属于上述的哪一种情况,都可以利用一个目标集予以概括。并记为

$$X(t_f) \in M$$

(3)容许控制。在最优控制问题中存在着两类控制:一类是其变化范围不受限制的;另一类是受限制的。

对于每一个最优控制问题来说,控制 $U(t)$ 都有一个取值范围,这个取值范围对应于 m 维控制函数空间中的一个集合 Ω 。这样, $U(t)$ 的每一个值对应于集合 Ω 中一个元素。凡属于集合 Ω 中

的控制, $U(t)$ 都称为容许控制。在前面提到的两类控制中, 前一类控制属于某一开集, 而后一类控制则属于某一闭集。最优控制一定是容许控制, 即

$$U(t) \in \Omega \subseteq R^m$$

(4) 性能指标。在状态空间 R^n 中, 为了完成状态从初态 $X(t_0)$ 到终端 $X(t_f)$ 的转移, 可以通过不同的控制作用来实现。为了衡量受控系统在每一个控制函数的作用下工作的好坏, 就需要规定一个技术的或经济的指标来判别, 该指标通常称为性能指标或性能泛函、目标函数、代价函数等等。性能指标的内容通常取决于最优控制问题所要完成的任务。因此对于不同的最优控制问题, 则有各不相同的性能指标。为了恰当地确定最优控制问题的性能指标, 不仅需要坚深的理论知识, 而且还需要丰富的实践经验。

由上述分析可以看出, 求解一个最优控制问题, 关键在于确定其最优控制。而只有完全满足下列三个条件的控制函数, 才是最优控制, 即

(1) 最优控制一定是容许控制, 即

$$U(t) \in \Omega \subseteq R^m$$

(2) 最优控制必须将状态 $X(t)$ 由初态 $X(t_0)$ 转移到目标集 M 中的某个终态 $X(t_f)$ 。

(3) 最优控制必须使性能指标达到极大值或极小值, 即在某种意义下达到最优值。

有关最优控制的研究工作, 早在本世纪 50 年代初期就开始出现从工程观点出发研究时间最优控制问题的文章。尽管其最优性的证明, 多数是凭借几何语言, 带有启蒙的性质, 但是它毕竟为发展现代控制理论提供了第一批实际模型。由于最优控制问题的严格的数学表达形式以及三航技术发展的迫切需要, 引起了大批数学家的关注。经过反复深入地研究, 人们发现, 最优控制问题就其本质来说是求泛函极值的变分学的问题。但是, 古典变分理论只能