

6-8176



谈谈怎样 学好数学

苏步青

上海教育出版社

中学生数学課外讀物

谈谈怎样学好数学

苏步青

上海教育出版社

一九六四年·上海

中学生数学課外讀物
谈谈怎样学好数学
苏步青

*

上海教育出版社出版

(上海水福路123号)

上海市书刊出版业营业许可证出G90号

上海市印刷三厂印刷

新华书店上海发行所发行 各地新华书店經售

*

开本：787×1092 1/32 印张：3/4 字数：12,000

1964年2月第1版 1964年5月第2次印刷

印数：9,001—104,000本

统一书号：7150·1499

定 价：(七) 0.08元

編輯說明

数学，在中学里是一門基本工具学科，通过这一学科的教学，必須使中学生掌握数学这个工具，为他們参加生产劳动和进一步学习打下扎实的基础。为了使中学生学好数学，除了必須用最大的努力提高教学质量以外，还需要各方面的配合。我們編輯这套“中学生数学課外讀物”，目的就在于配合教学；使中学生更好地掌握基础知識，进一步提高基本技能，同时扩大他們的眼界，培养他們对数学的爱好，以幫助他們适应参加生产劳动和进一步学习的需要。

这套讀物的內容主要包括下列两个方面：一、就中学数学課程中的一些問題，介紹为深透理解这些問題所需要的基础知識，并提供一些必要的习题，以加强基本訓練和提高运用知識解决实际問題的能力；二、就一些与中学数学有关的专题，介紹数学方法，邏輯知識，数学某些分支的概况，数学史方面的知識，等等。

这套讀物的編写还是一种新的尝试。無論在选题、要求、內容、体裁等方面是否能适合中学生的需要，希望教育工作者和讀者對我們提出寶貴的意見，同时还希望数学工作者为中学生写出更多更好的数学課外讀物，幫助我們做好这套讀物的編輯工作。

中学生数学課外讀物編审委员会

1963年12月

目 录

- 一 数学是怎样发展起来的····· 1
- 二 数学在社会主义建设中的作用····· 5
- 三 什么是正确的学习态度····· 8
- 四 学好数学的方法····· 15

一 数学是怎样发展起来的

我們平常一談起数学，誰都会联想到小学里学习的算术，特別感到算术的四則运算，就是加法、減法、乘法、除法用处很大。到了中学以后，开始学习初中代数、平面几何，进一步学习三角学、高中代数、立体几何、解析几何。有些中学生毕业后进入高等学校，一部分学理、工等科的还要学微积分、微分方程，一部分学数学专业的还要学数学分析、高等代数、高等几何、微分方程、函数論、概率統計等等。一个学生从小学到大学所学的数学科目确实不少，内容大多是数学的基础知識，由淺到深，由少到多，由簡單到繁雜，由具体到抽象，真是五花八門，琳琅滿目。但是，如果把它們的内容分析一下，就可以看出大致分为两类：一类是现实世界中量的关系，一类是空間形式。例如，算术、代数属于前一类，几何属于后一类。人們不禁要問：为什么要学这些内容？这些内容有什么用处？数学的特点是什么？怎样学好数学？

在对这些問題作出初步回答之前，讓我們先回顾一下数学是怎样发展起来的。

在很早的时候，人类在生产實踐中，由于比較大小的需

要，获得了数的概念。最初是自然数，就是 1, 2, 3, 4……。后来逐渐发展成为分数，从正数发展到负数，从有理数发展为无理数，它们全体构成一个所谓实数域。在获得数的概念的同时，也发现具有特定形状的物体具有特定的性能，获得一些简单几何形体的概念，例如，三角形、四边形、圆、棱柱、圆柱、球等等。据说，古代埃及人曾经用绳子撑成边长分别是 3 个单位、4 个单位、5 个单位的直角三角形，借以作出直角，而把它应用到建筑基础上。有了简单几何形体的概念之后，再用数量来表示一些简单几何形体的面积、体积等等，例如圆的面积、球的体积等，并且把这些数量关系归纳为公式来表示出一种规律。人们几千年来就是这样应用这些公式计算耕地的面积和建筑物的体积的。这应该说是形与数结合了。所以，早在人类文化的初期，就已经积累了一些数学知识。到了十六世纪，包括算术、初等代数、初等几何和三角学的初等数学已大体上完备了。

十七世纪，生产力的发展推动了自然科学和技术的发展，不但已有的数学成果得到进一步巩固、充实和扩大，而且由于实践的需要，开始研究运动着的物体和变化着的现象，从而获得了变量的概念。这是数学发展史上的一个转折点。于是数学不仅研究不变的数量和个别的图形，而且开始研究变化中的量与量之间的相互制约关系和图形间的相互变换。这样，运动和辩证法就进入了数学。随着生产力的发展，科学技术对深入探讨各种量的关系的要求越来越

越高。这对准确掌握各种自然现象的变化过程，包括各种质变现象发生的规律起了推动的作用，而数学的研究范围也就不断地扩大，内容日益丰富。

在这里，我们要提出经常听到的一个疑问：为什么数学家在研究室里思考出来的高等数学法则，在土木、建筑的现场里，在机械、电机的技术设计中都会发生作用呢？要解答这个问题，并不困难，我们只要观察周围的日常用品，象茶杯、桌子、皮鞋等，就可以发现没有一样物品是不同数学打过交道的。在双手制造物品的过程中，那里花费劳动力越多，那里数学的思维加工也越多。数学是研究现实世界中量的关系和空间形式的。但是无论量的关系也好，空间形式也好，它们都是从现实世界中的具体现象里抽象出来的，经过反复实践才得出的一些规律。只有那些在实践中经得起考验的，就是正确地反映了客观外界的规律的才留传下来，而其余不符合客观规律的部分被淘汰无遗了。所以把这些公式应用到土木、建筑的现场里和机械、电机的技术设计中去，是不会出差错的。

二十世纪的数学比过去任何时期都发展得更快，内容分得更细了。这就不但在研究的对象和方法上，而且也在使用的语言上，产生了各分支之间“隔行如隔山”的感觉。固然，现代数学涉及的问题范围非常广泛，要理解数学全盘的结构似乎尤为困难，但是事实并不这样，因为数学各分支并不是孤立的、毫无联系的，而恰恰相反，代数、几何、数学

分析等一类基础知识相互关联着，并且通过它们使数学的所有分支形成一个有机体结构。不但如此，由于现代物理学的辉煌成就，又不断地揭露出隐藏在数学与物理学之间的密切关系。正如十七世纪发现的微积分原先起源于力学一样，现代数学里的广义函数的产生是和量子力学分不开的。一句话，现代数学的发展有赖于物理学，特别是现实世界中力学方面的结构深刻地反映到数学的内部结构里来。这样，数学各分支间的有机联系根深蒂固地存在于现实世界的这种结构里，并且从中吸取感性的养料而成长壮大起来。但是，必须指出，数学决不溶化在其他自然科学里，数学与其他自然科学之间存在着本质上的区别。换言之，在现实世界的各种各样范畴里，数学是通过量的关系和空间形式的研究发展起来的；其他自然科学则是适应所探讨的自然界的深度而进展的。只是在数学里，为了把这些关系和形式变成纯粹的方式来研究，总是把它们从内容分离出来、抽象化之后进行考察的。所以，数学的最大特点就是，它的理论往往具有非常抽象的形式，但它同时也是现实世界中量的关系和空间形式的深刻反映，因而可以广泛地应用到自然科学和技术的各个部门里，对人类认识自然和改造自然，起着重要的作用。因此，研究数学决不能完全离开实际单独来思考问题、解决问题，否则，就有走上形而上学唯心论道路的危險。从古以来，似乎一直存在于数学与其他自然科学之间的一条鸿沟，由于现代科学的发展正逐渐地趋于消失了。

二 数学在社会主义建設中的作用

为了明确数学在社会主义建設中所占的重要地位，我們將分別举出一些例子來說明在科学技术方面和国民經济方面如何迫切需要解决大量的、繁复的計算問題。

在解决科学技术方面的計算問題中，首先要充分发挥电子計算机的作用，以便更有效地解决問題，为祖国社会主义建設服务。試以水利樞紐为例吧！比方說，要在我国某大江上兴修一条大水坝，把江水拦成一个又闊又深的水庫，再利用高度水位落差发电，給全国供应电力。不难想象，这条水坝不是普通常見的規模，它必然具有几百米的高度和极为寬闊的幅度，不然怎么能够拦住滾滾的洪流，怎么能够充分利用水位落差呢？新安江水电站的水坝，就比上海国际飯店高得多。另一方面，即使筑好了这样的水坝，在坝的下面怎样安装渦輪机，由于这时一定会遇到以往在小型水坝时所沒有的一系列力学問題而变成一个需要解决的新問題。要修筑大型水坝也好，要安装大型渦輪机也好，因为沒有現成的方案和可靠的数据可以利用，必須先做各色各样的模型試驗，这就要进行大量的計算，然后从中找出实际可行的最优解，再制訂方案，才能着手筑坝或安装渦輪机。过去在建設佛子岭水庫的时候，一位工程师告訴我：在設計、

施工过程中，遇到需要解 180 个元的一次方程组。这一类数学问题从理论上看来，当然是早已解决了，没有什么困难。但是在实际工程中需要解决的不是这个方程组的解存在不存在的问题，而是 180 个未知数的数值等于多少的问题。要解答这个问题，就要算出 181 个行列式的值，而且每一个行列式又都是 180 阶。这时，如果单靠纸上演算求解的话，不但要花费很长很长的时间，使工程不能按照预定计划完成，而且在演算过程中还不可避免地会发生错误，这一来问题就更大了。何况，象这样的多元一次方程组不只是一个，计算工作量之大可想而知了。所以我们必须使用电子计算机，应用数值计算的方法，通过程序设计把问题搬上机器算出解答，这既节省时间，又可避免差错。在解决其他大型机械、大地测量等方面的重大计算问题中，都有同样的情况。另外，原子能、高速飞行、天气预报等方面的尖端重大问题的解决，也需要电子计算机。在国民经济方面，推广电子计算机的应用，将带来巨大的、直接的经济效益。因此，数学工作者必须解决适合于电子计算机的数值计算方法、计算机的数学理论等重要课题，使数学在建设事业中起更大的作用。

数学问题还产生在其他工程技术设计与认识自然、改造自然等工作中，也大量出现于国民经济计划中，这些都是要求数学工作者去解决的。例如，航空机械、电机等工程设计中的弹性力学问题、不稳定流计算、振动理论、天气长期预

报中的数学問題、地球物理中的非古典定解問題和海浪問題等都属于前一方面。国民經济計划中的数学問題也有不少。如所周知，社会主义經济是有計划、按比例发展的。作为制訂計划的参考，就需要研究部門間联系的問題。我国幅員广大，各地区資源分布都不尽相同，这就需要研究地区間联系的問題。此外，为了确定产品的价格、分配投資总额、扩大再生产等，就需要研究价格形成問題、投資效果問題和扩大再生产問題。在經济計划中还需要考虑到物資的运输，这就涉及全国範圍內的合理运输問題。在研究这些問題时，运筹学是一个得力的工具。在制訂和执行計划时，迅速及时地預估出当年农业产量的数值是具有重大意义的，这又促使我們研究大面积估产的問題。在这里，数理統計是不可或缺的方法。

除此以外，在一般的工农业生产中，我們也会遇到大量的数学問題。以基本建設为例，数学的应用也非常广泛。例如《中学生》1960年第3期里刊登的一篇“人民大会堂和数学”，它就告訴我們建造人民大会堂这样一座宏偉的建筑物，除了工程技术人員要作复杂細致的計算以外，广大工人同志在实际施工过程中，也需要用到一些基本的数学知識。其他要用到数学之处很多。例如，各个生产部門为了努力增产、厉行節約，各行各业都要考虑节省原材料、降低成本、提高設備利用率、合理安排劳动力等等，这些問題沒有不涉及数学的。又如，农业生产中作物的布局問題、估产問題、

蓄水問題、梯級水庫的合理調度問題、农药的配制和使用問題等等，也都要用到数学。

总之，解决以上所提出的一些課題以及在社会主义建設中还会遇到的其他大大小小的数学課題，是我国数学工作者的光荣任务，也是广大有文化的劳动者的神圣职责。而且以上很多問題的解决，单纯依靠已有的数学方法和工具显然是不够的，还必须在各个数学領域里进行大量的、創造性的理論工作；在許多方面，还要求理論工作走在实践工作的前面，如前面所提到的，电子計算机的数学理論就是其中的一个例子。因此，这些課題将成为我国数学发展的一个动力，而这些課題的解决，无疑地将成为我国数学接近世界先进水平的一个标志。

三 什么是正确的学习态度

今天我們中学的同学是在十分优越的条件下学习的。有很好的教师，有完备的校舍，有足够的教学設備，比我的中学时代不知好多少倍。别的学科姑且不談，单就数学这门学科的教学回顾一下当年的中学情况吧。我过去学习的中学是四年制，担任数学課的教师大多是旧制中学毕业生，或学法律、教育的高等院校毕业生，很少有大学或师范学院数学系科毕业的。例如，有一年教我們平面几何的老师是高

等师范学校数学系毕业的，但是，不久他就被調到北京去了。看来，我所以把几何定做自己的专门組課，同这位老师的教导是很有关系的。那时候，算术、几何（包括平面几何与立体几何）各学一年，三角、初等代数各学半年，高等代数学一年；用的教本是溫德华士編的几何（英文本）的中譯本，另外也用过秦汾編的几何和其他一些教本；課外讀物連一冊也看不到。老师教我們，也不象现在的老师这样认真負責。我还記得，我所在的一班有四十五人，那年考代数的試題里有一題是 $x^{12}-y^{12}$ 的因式分解，全班只有我一个人做出来。可見当时教学质量是不高的。其他物质条件更不能同今天相比了。

今天同學們生长在毛泽东时代，在十分良好的环境里学习，真是莫大的幸福，應該記住，这是中国共产党和毛主席领导全国人民革命斗爭得来的，是无数先烈抛头顛、流鮮血换来的。但是，我們也不能不看到，我国在經濟上、文化上还是很落后的。正是因为这样，我国人民在中国共产党的领导下，有信心，有志气，主要依靠自己的努力，經過长期的斗爭，来改变貧穷落后的面貌，逐步把我国建設成为农业現代化、工业現代化、国防現代化和科学技术現代化的强大社会主义国家。这个重大責任落在我們大家的身上，特别是你們年青一代的身上。如前所述，建設社会主义是离不开数学的，所以應該充分利用当前的大好形势，努力学好数学，也要学好其他学科，扎实地打好中学阶段的基础，准备

将来同全国人民一起劳动，一起斗争，创造更加美好的未来——共产主义社会。要学好数学，应该采取什么样的学习态度呢？我想提出如下的三点意见。

第一，要为社会主义发挥学习的积极性。在中学里努力学习，将来争取升学，这样做是不是为个人打算呢？升学是为取得更进一步学习的机会，学到更好的本领，为劳动人民服务。但是，高等学校入学人数根据国家建设需要来规定，不可能而且也不应该招收全部中学毕业生。如果招收全部毕业生，工厂和农村的劳动力又从何而来呢？所以中学毕业生中能够升入高等学校学习的只能是少数，而大部分都要直接参加生产劳动，特别是到农村参加劳动。那么，是不是由于自己不一定能升学就认为不能实现自己的“理想”，从而就学得马马虎虎呢？这当然就不对了。任何人总有一个理想，只不过理想有伟大和渺小之差罢了。如果学习的动机只是为了个人将来成名成家，那么这种理想未免太渺小了。要为共产主义奋斗，这才是伟大的理想。要使这个理想能够实现，不致成为空想，我们就要关心政治、关心集体、遵守纪律、参加劳动、为社会主义奋发学习，要警惕并抵制资产阶级思想的影响，要做到又红又专。“红”是政治，政治要挂帅；“专”是业务，要把业务学好，使它为劳动人民服务，而不是为个人成名成家服务，就必须依靠政治领导，把业务引导到正确的方向。我们的“专”应该表现在为社会主义建设上，“红”不是抽象的，也不能只停留在口头上

或文字上，而應該用“專”把它具體表現出來。我們說，要有全面發展的觀點，重要意義就在這裡。我們在中學里把數學學得更好些，對畢業後直接參加生產勞動或升入高等學校進一步學習當然都有很大幫助；只要注意我們學好數學的目的不僅僅是為了升學，也是為了能夠把數學更好地應用到社會主義建設中去。能升學的同学，將來高等學校畢業後還是同樣為社會主義、勞動人民服務，同不升學的同学稍有不同之處是在時間上相差幾年，在業務分工上有所不同，如此而已。有的同学認為，如果將來不能升學，就低人一等，因而“發奮”學習，目的只是為了升學；有的同学認為，反正將來沒有希望升學，不升學，數學好象沒有多大用處，就馬馬虎虎學習數學；有的同学雖然在道理上也懂得在我國社會主義建設中，需要大量的知識青年，中學里學到的數學知識在工農業生產中也大有用處，但是學習中怕艱苦，不肯鑽研；等等。這些看法和態度都是不正確的。正確的看法和態度應該是，大家更好地發揮學習數學的積極性，畢業後不論升學或者到農村勞動，都要使數學這門學科的知識在祖國社會主義建設事業中發揮最大的作用。

第二，既要爭取指導，又要進行獨立思考。對中學同學說來，最能了解你們學習數學的情況的，了解你們現階段數學程度的，再也沒有人能比得過你們的數學老師了。因此，同學們要多向老師請教，爭取老師的教導，要按照老師的要求進行學習。如果有人問我過去怎樣學習數學的話，

我回答三句話：一、听从老师的教导，学好数学，也学好其他学科；二、刻苦钻研，迅速养成独立思攷能力；三、坚持下来，风雨无阻。要听从老师的教导，这并不排斥同学在学习中發揮主觀能动性，只是說，不要不恰当地發揮“主觀能动性”，甚至把自己抬高到比老师还要“內行”的程度，錯誤地解釋“一代好一代”，“青出于藍而胜于藍”。只有今天接受老师的教导，将来才可以而且也必須超过老师。即使能够做到这一点，那也是将来的事，并且也不可能一下子在所有方面都胜过老师。我經常同大学里数学系的同学和青年教师談起：“你們既要解放思想，破除‘老师万能’的想法，又要认真的向老师学习尙未学到家的某些知識和經驗，来提高自己的业务水平，譬如我讀外文书的能力，你們就不是一年、两年可以学到的。千万不要一脚把我踢开。”这段話，我自认为是很誠懇的。所以同学們必須尊敬老师，对老师要有禮貌，不要評头品足。我們要把自己的学校看成是最好的学校，自己的老师看成是最好的老师。只有这样，才能虚心学习，才能虚心向老师請教，也才能真正学得到东西，才能一代胜一代。个别新老老师的教学方法不能完全令人滿意，总是难免的。这也是教育事业迅速发展中的暫時現象。只要同学們养成善于思考、善于抓中心的习惯，做好預习和复习，把時間更好地、更合理地分配起来，把上課和做作业很好地配合起来，这样也就可以把知識、技能学好。古語說：“名师出高徒。”名师当然要出高徒，天下沒有不出高