

工商管理、市场营销本科系列教材



运筹学

Yunchouxue

主 编 赵则民



重 庆 大 学 出 版 社

重庆大学出版社

内 容 提 要

运筹学是近几十年发展起来的一门新兴学科。运筹学主要运用数学方法研究各种系统的优化途径和方案,为决策者提供各种决策的科学依据。它是高等院校经济管理专业的一门重要专业基础课。

本书重点介绍了运筹学中应用最广泛的线性规划、整数规划、动态规划、图与网络分析、网络计划技术、决策分析、存贮论和排队论等定量分析的理论和方法。在保持运筹学理论体系完整的前提下,本书力图体现理论与实际相结合。书中备有大量的例题和习题,并给出了相应的答案,不仅适用于课堂教学,也便于读者自学。

本书可作为高等院校经济管理专业本科生的教材或教学参考书,也可供相关专业本科生、研究生及各类经济管理工作者和科技人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

运筹学/赵则民主编. —重庆:重庆大学出版社,2002. 12

(工商管理、市场营销本科系列教材)

ISBN 7-5624-2882-4

I. 运... II. 赵... III. 运筹学—高等学校—教材 IV. 022

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 003576 号

运 筹 学

主 编 赵则民

副主编 陈有禄 林有光

责任编辑:梁 涛 王启志 版式设计:梁 涛

责任校对:蓝安梅 责任印制:张永洋

*

重庆大学出版社出版发行

出版人:张鹤盛

社址:重庆市沙坪坝正街 174 号重庆大学(A 区)内

邮编:400044

电话:(023) 65102378 65105781

传真:(023) 65103686 65105565

网址:<http://www.cqup.com.cn>

邮箱:fxk@cqup.com.cn (市场营销部)

全国新华书店经销

重庆升光电力印务有限公司印刷

*

开本:787×960 1/16 印张:24.25 字数:435 千

2002 年 12 月第 1 版 2002 年 12 月第 1 次印刷

印数:1—5 000

ISBN 7-5624-2882-4/O.212

定价:26.00 元

本书如有印刷、装订等质量问题,本社负责调换

版权所有 翻印必究

前言

运筹学是近几十年发展起来的一门新兴学科,是管理科学、经济科学和现代化管理方法的重要组成部分。它主要运用数学方法研究各种系统的优化途径和方案,为决策者提供各种决策的科学依据,它是高等院校经济管理类专业的一门重要专业基础课。本教材基于运筹学的理论体系,考虑到经济管理类专业的特点,选编了线性规划及单纯形法、线性规划的对偶理论及其应用、整数规划、目标规划、动态规划、对策论、图与网络分析、网络计划技术、决策分析、存贮论和排队论等运筹学的基本内容。在本书的编写中,注意从经济学、管理学的角度介绍运筹学基本知识,试图以各种实际问题为背景引出运筹学各分支的基本概念和模型。编写本书的指导思想是以线性规划和网络理论为重点,突出以方法为主,注意方法的先进性和实用性。

首先,注意到本书理论一定的系统性和严谨性,给出有关原理和方法,有些做了必要的推导和论证,有些用几何直观来加以说明,对于数学基础要求较高的定理证明则予以忽略或少讲,使读者不会感到运筹学内容繁琐枯燥。

其次,着重介绍经济管理类比较实用的模型和方法,配以大量的计算实例,讲清其原理和步骤,便于编制程序和上机计算。

再者,尽量结合一些经济管理中的实际问题,给计算结果以经济解释,做到理论联系实际;同时,还注意培养学生建立数学模型、求解模型以及分析解答结果,提高学生进行经济评估的能力。本书论述力求深入浅出,文字通俗易懂。每章后面附有习题,并给出了大部分习题的答案,便于读者自学时参考。

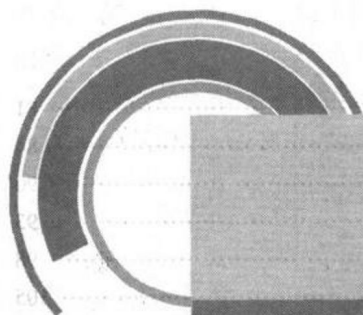
本书是在作者多年为经济、管理类专业学生讲授运筹学的教学经验的基础上编写而成的。本书适用于高等院校经济、管理本科专业以及相关专业的专业,也可供各类经济管理工作者和科研人员参考。

本书由赵则民担任主编,陈有禄、林有光担任副主编。其中,绪论、第1,2章由赵则民编写;第3章由母小曼编写;第4,6,7,8章由陈有禄编写;第5,11章由林有光编写;第9,10章由李建波编写。最后由赵则民负责统稿定稿。

由于我们水平有限,书中难免有疏漏和不妥之处,恳请各方面专家、学者及广大读者批评指正。

编者

2002年10月



目 录

绪论

0.1 运筹学发展的历史和现状	1
0.2 运筹学模型	2
0.3 运筹学研究的基本特征与工作步骤	4

第1章 线性规划及单纯形法

1.1 线性规划问题及其数学模型	7
1.2 线性规划问题的图解法	16
1.3 线性规划的解及其性质	19
1.4 单纯形法	22
1.5 单纯形法的进一步讨论	30
习题	39

第2章 线性规划的对偶理论及其应用

2.1 线性规划的对偶问题	47
2.2 对偶问题的基本性质	53
2.3 对偶问题的经济意义	58
2.4 对偶单纯形法	62
2.5 灵敏度分析	66
习题	74

第3章 整数规划

3.1 整数规划概述	81
3.2 分枝定界解法	84
3.3 割平面解法	90
3.4 0-1 型整数规划	93
3.5 指派问题	98
习题	105

第4章 目标规划

4.1 目标规划问题及其数学模型	109
4.2 目标规划问题的图解法	113
4.3 目标规划的单纯形解法	115
4.4 目标规划的灵敏度分析	118
4.5 应用举例	120
习题	124

第5章 动态规划

5.1 动态规划研究的问题	128
5.2 动态规划的基本概念和基本原理	130
5.3 动态规划模型的建立与求解	137
5.4 动态规划在经济管理中的应用	150
习题	162

第6章 对策论

6.1 引言	167
6.2 矩阵对策的基本理论	171
6.3 矩阵对策的解法	179
6.4 两人有限非零和对策的简介	188
6.5 应用举例	193
习题	196

第7章 图与网络分析

7.1 图与网络的基本知识	199
7.2 树与最小生成树	203
7.3 最短路问题	206
7.4 网络最大流问题	213
7.5 最小费用流问题	219
7.6 运输问题	223
习题	233

第8章 网络计划技术

8.1 网络图	238
8.2 时间参数的计算	244
8.3 网络计划的优化	254
8.4 网络计划技术的推广和应用	262
习题	263

第9章 决策分析

9.1 决策分析的基本问题	267
9.2 风险型决策方法	275
9.3 不确定型决策	286
9.4 效用函数方法	290
9.5 层次分析法	294
习题	297

第10章 存贮论

10.1 存贮论的基本概念	302
10.2 确定性存贮模型	305
10.3 随机性存贮模型	317
习题	325

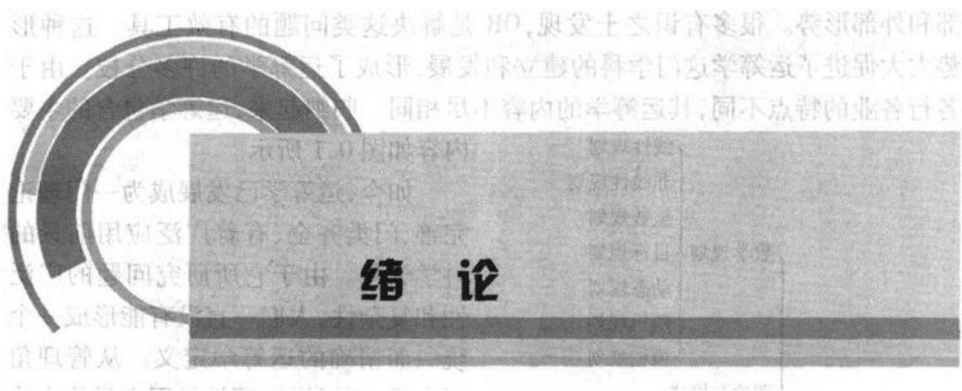
第 11 章 排队论

11.1 基本概念	329
11.2 Poisson 过程和生灭过程简介	336
11.3 常见的排队模型	339
11.4 排队系统的优化设计	355
习题	359

习题答案

主要参考文献

.....	362
-------	-----



运筹学是近几十年发展起来的一门新兴学科,是管理科学、经济科学和现代管理方法的重要组成部分。它主要运用数学方法研究各种系统的优化途径和方案,为决策者提供各种决策的依据。运筹学是高等院校经济管理类专业的一门重要专业基础课。

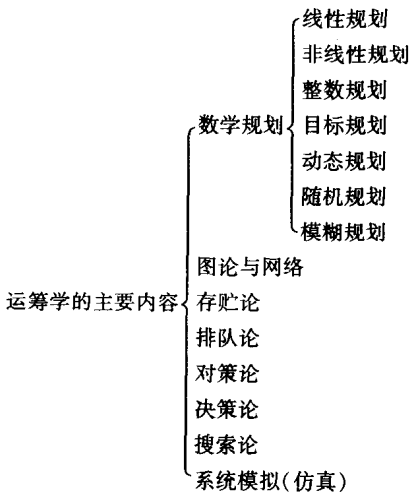
0.1 运筹学发展的历史和现状

1

运筹学(operations research or operational research,缩写为OR)这一名称是在第二次世界大战期间出现的,当时指的是英、美等国因战争需要而成立的研究小组的研究活动。这些小组由多种学科的专家组成,他们的任务是审查和研究各种军事行动,探求如何提高各种武器装备和作战系统的使用效率,如何有效地分配和供应各类军事资源。这些研究工作取得了极大的成效,为同盟国最后战胜法西斯侵略者做出了巨大的贡献。

自第二次世界大战后,OR小组中的很多人回到了原先工作的科研和教学岗位。这时,时间和精力允许他们将战时提出的方法进一步科学化、条理化,可用于经济和社会发展的非军事目的。在战后恢复时期,生产规模空前扩大,科学技术获得迅速发展,新型设备层出不穷,从而使社会需求的多样性日益增强,生产和服务的专业分工越来越细。另一方面,随着原来落后地区的开发,人力、设备和其他资源在空间上的分布更加广泛,使经济、社会的纵向联系日趋复杂,生产和服务的社会性空前增加,竞争也日渐加剧,科学决策的重要性显得十分突出。这一切表明,很多方面都要求用科学的方法进行管理,以适应不断变化的内

部和外部形势。很多有识之士发现,OR 是解决这类问题的有效工具。这种形势大大促进了运筹学这门学科的建立和发展,形成了运筹学的许多分枝。由于各行各业的特点不同,其运筹学的内容不尽相同。归纳起来,运筹学包含的主要内容如图 0.1 所示。



内容如图 0.1 所示。

如今,运筹学已发展成为一门理论完善、门类齐全、有着广泛应用前景的科学学科。由于它所研究问题的广泛性和复杂性,人们一直没有能形成一个统一而精确的运筹学定义。从管理角度来看,可以说运筹学是用定量化方法为管理决策提供依据的一门学科。运筹学把复杂的管理系统归结为模型(多数是数学模型),然后使用数学方法和计算机求解与分析,从而得到系统最优运行方案,供管理人员和决策人员作参考。

英文“OR”一词,直译是“作战研究”或“运用研究”,日本人译为“运用学”。我国学者从《史记·高祖本纪》书中的“夫运筹帷幄之中,决胜千里之外”,摘取了“运筹”一词作为它的意译,比较贴切地反映了 OR 一词的含义——既有运用,也有筹划。

0.2 运筹学模型

运筹学研究 and 解决问题的核心是正确建立和使用模型,通常模型可以认为是客观世界或现实系统的代表或抽象的描述,是帮助人们认识、分析和解决实际问题的有力工具,人们在管理工作或其他工作中,为了研究某些问题的共性,有助于解决实际问题,经常使用一些文字、符号、公式、图表以及实物,用以描述客观事物的某些特征和内在联系,从而表示或解释某一系统的过程,这就是模型。模型有三种基本形式:

1. 形象模型

形象模型是指规模缩小或放大的由实物制成的模型。如建筑模型、航空模型、物质的原子结构模型等。

2. 模拟模型

这种模型是用具有某种性质的简单东西去代替具有另一种性质的复杂东西,当然这两种不同性质的东西要具有相同的对应关系。体温表就是模拟模型的一个例子,体温表上的刻度用来代表温度的度数。同样,一把计算尺也是一个模拟模型。

3. 符号或数学模型

符号或数学模型是用符号和数学工具来描述现实系统的一种数学结构。它是目前使用最广泛、作用最大的一种模型。数学模型是运筹学中最常用的模型。它是对系统行为的一种定量描述和本质抽象,它包含常数、参数、变量和函数关系,由目标和限制条件组成。目标一般要求某个或某些评价函数最佳(最大或最小)或满意,限制条件根据问题的性质和决策者的意愿确定,常称为约束(条件)。若模型不含随机因素,称它为确定性模型,否则称它为非确定性模型。当变量只取离散值时,称它为离散模型,否则称为连续模型。如果按用途来划分,有运输模型、分配模型、设备更新模型、排队模型、存贮模型等。按研究对象分,则有宏观经济模型、教育模型、能源模型、社会模型、人口模型、生态环境模型和管理模型等。

使用数学模型有以下几方面的优点:首先,它比其他类型的模型更加精确,其精确度能根据使用者的要求进行调整。其次,在数学的训练方面有一种固有的严密性,迫使决策者详细写出问题中的重要因素以及这些因素间存在的关系。再者,容易通过增减变量、修改关系式来重塑模型并进行灵敏度分析,因此,它比其他模型更灵活。特别需要提到的是,数学是一种使用数据的强有力的方法,并可以从已知的假设条件导出结论,通过高速计算机,就有可能去处理非常复杂的模型,并且能节省时间和费用。

针对实际问题所建立的运筹学模型,一般应满足两个基本要求:一是要能完整地描述所研究的系统,以便能代替现实供人们分析研究;二是要在适合所研究问题的前提下,模型应尽量简单。但是,要实现这些要求,在开始建模时,往往不容易做到,而且选择什么样的模型和确定建立模型的范围,在开始阶段也很难判断,需要有丰富的实践经验和熟练的技巧,有时需要多次反复修改,最后确定下来。所以建立模型是一种创造性的劳动,一般来说,这项工作应由运筹学工作者与专业实际工作者共同协作进行最为适宜。

0.3 运筹学研究的基本特征与工作步骤

0.3.1 运筹学研究的基本特征

作为一门定量优化决策科学,运筹学利用了现代数学、计算机科学以及其他科学的最新成果来研究人类从事各种活动中处理事务的数量化规律,使有限的人、财、物、时、空、信息等资源得到充分和合理的利用,以期获得尽可能满意的经济和社会效果。就其理论和应用意义来归纳,运筹学具有以下的基本特征:

1. 科学性

运筹学的研究是建立在科学的基础之上的。运筹学研究的科学性表现在两个方面:首先,它是在科学方法论的指导下通过一系列规范化步骤进行的;其次,它是广泛利用多种学科的科学知识进行的研究。运筹学的研究不仅仅涉及数学,还要涉及经济学、系统科学、工程物理科学等其他学科。

2. 实践性

运筹学是一门实践的科学,它完全是面向应用的。离开了实践,运筹学就失去了存在的意义。运筹学以实际问题为分析对象,通过鉴别问题的性质、系统的目标以及系统内主要变量之间的关系,利用数学方法达到对系统进行优化的目的。更为重要的是分析获得的结果要能被实践检验,并被用来指导实际系统的运行。

3. 系统性

运筹学用系统的观点来分析一个组织(或系统),它着眼于整个系统而不是一个局部,要把有关的各种主要因素和条件,从相互联系中尽量全面地去考察问题,强调总效果,而不是某个方面的局部“最优”。

4. 综合性

用运筹学方法解决实际问题时,除了要熟悉与研究对象有关的科学知识之外,还要运用适宜的数学方法和计算机技术,有时还可能需与经济学、社会学和有关技术科学的知识相交叉,才能建立起适宜的模型,使问题得以很好地解决。为了在组织上得到保证,常常需要建立包括有关学科成员在内的组织机构,以利实施。

0.3.2 运筹学的工作步骤

运用运筹学方法分析和解决实际问题,作为一个过程实际上是一个科学决策的过程,这个过程的核心是建立运筹学模型和对模型进行分析、求解。正确地进行这个过程一般要经过如下工作步骤:

1. 明确问题

通过调查和分析,将所要解决的问题弄清楚,包括问题所在、要求目标、限制条件、假设前提、可能的各种决策方案等,在此基础上把问题明确地表现出来。

2. 建立模型

即把问题中可控变量、参数和目标与约束之间的关系用一定的模型表示出来。模型是客观事物的一种映像,它既要反映实际,又要进行抽象而“高于”实际。建立模型是一种创造性活动,是非常重要的一步工作。本教材介绍了一些基本模型,可供建模时使用和参考。但很多实际系统往往复杂得多,难以套用现成的模型,因而建模时必须结合实际情况进行认真的分析。

3. 模型求解

用各种手段(主要是数学方法,也可用其他的方法)将模型求解,解可以是最优解、次优解、满意解。复杂模型的求解需用计算机,解的精度要求可由决策者提出。

4. 解的检验

解的检验即是检查求解过程有无错误,结果是否与现实一致。如出现问题,要分析问题所在,必要时要修改模型或解法。

5. 解的控制

解的控制即通过控制解的变化过程决定对解是否要做一定的改变。

6. 解的实施

解的实施即对实际问题来说,求出的解往往就是某种决策方案,要考虑具体实施中可能遇到的问题以及实施中需要的修改。

上述过程有时需要反复进行。

马克思曾经说过:“一门科学只有成功地应用数学时,才算达到了完善的地步。”随着科学技术的进步,特别是计算机技术的发展,数学已迅速渗透到各门学科之中。管理科学的发展中,同样感受到应用数学的重要性。然而,运筹学作

为经济、管理同数学密切结合的一门学科,它的诞生还只有五十多年,尚属一门年轻的学科,现有的分枝、理论和方法还远远满足不了描述复杂的管理运动过程和规律的需要。可以预期,管理科学的发展必将为运筹学的进一步发展开辟更加广阔的领域,而运筹学的发展必将进一步研究和解决管理学中越来越多的问题。



第 1 章 线性规划及单纯形法

线性规划(linear programming, 缩写为 LP)是运筹学的一个重要分枝。1939 年,苏联数学家康脱洛维奇研究并发表了《生产组织与计划的数学方法》一书,首次提出了线性规划问题,以后美国学者希奇柯克(F. L. Hitchcock, 1941)和柯普曼(T. C. Koopman, 1947)又独立地提出了运输问题这样一类特殊的线性规划问题。特别是在 1947 年,美国学者丹捷格(G. B. Dantzig)提出了线性规划的单纯形法和许多有关的理论,为线性规划奠定了理论基础。在过去的三四十年间,线性规划已经成了经济学家手中的一项重要分析工具。在这方面,康脱洛维奇和柯普曼的贡献尤为突出,在 1975 年联合得到诺贝尔经济学奖金。随着电子计算机的发展,线性规划已广泛应用于工业、农业、商业、交通运输、经济管理和国防等各个领域,成为现代管理的有力工具之一。

本章将通过管理中的几个实例引出线性规划问题,建立它的数学模型,介绍线性规划的一些基本概念和解的基本性质,讨论线性规划的单纯形解法。

1.1 线性规划问题及其数学模型

1.1.1 线性规划问题的实例

在生产活动中,人们总希望在一定的人力、财力、物力条件下,创造出最多的产值,或在产值一定时,希望能消耗最少的人、财、物。搞运输,人们希望完成一

定的运输任务且运费最省;搞调度,希望跑空车的路程越短越好,以便节约燃料,提高车辆利用率;搞计划,人们希望统筹考虑各种条件,以便找到最佳方案。总之,在整个生产活动中,人们总是希望能合理地使用人力、财力、物力,做到人尽其才,物尽其用,在最短的时间内创造出最多的财富。线性规划就是研究这一类问题的一种数学方法。在这一领域内,所研究的问题,“因”、“果”成线性关系。下面通过经济管理中的几个实例来说明这类问题,并建立它们的数学模型。

例 1.1 资源利用问题。

某工厂计划期内要安排生产 A, B 两种产品(假定产品畅销)。已知生产单位产品的利润与所需的劳动力、设备台时及原材料的消耗,如表 1.1 所示。问应如何安排生产方可使该厂获利最大?

表 1.1

	产品 A	产品 B	资源限额
劳动力/工时	9	4	360
设备/台时	4	5	200
原材料/kg	3	10	300
利润/(元·件 ⁻¹)	70	120	

首先,建立问题的线性规划模型,通常有以下几个步骤:

(1) 确定决策变量

决策变量是模型所要决定的未知量,也是模型最重要的参数。在此例中,工厂要确定各种产品的生产数量,因此可设 x_1, x_2 分别表示工厂在计划期内生产产品 A, B 的产量。

(2) 确定目标函数

就是将决策者所追求的目标表示为决策变量的函数。它决定了线性规划优化的方向,是线性规划的重要组成部分。很明显,此例中目标函数是使 $Z = 70x_1 + 120x_2$ 达到最大。可写为:

$$\max Z = 70x_1 + 120x_2$$

(3) 确定约束条件

这些约束条件可用含有决策变量的等式或不等式来表示。此例中资源的使用量必须受到限制,因此有:

$$9x_1 + 4x_2 \leq 360$$

$$4x_1 + 5x_2 \leq 200$$