

丛书主编：黄东坡

徐菊华 陈凤英 著

小学数学 培优竞赛 新帮手

XIAOXUE SHUXUE
PEIYOU JINGSAI
XINBANGSHOU

四年级

● 创新从课堂上起步 ● 能力在训练中提高

湖北辞书出版社

数学培优竞赛

新帮手

SHUXUE PEIYOU JINGSAI XINBANGSHOU

徐菊华 陈凤英 著

丛书主编：黄东坡

数学培优竞赛

SHUXUE PEIYOU JINGSAI XINBANGSHOU

新帮手

小学四年级

湖北辞书出版社

(鄂)新登字 07 号

图书在版编目(CIP)数据

小学数学培优竞赛新帮手, 四年级 徐菊华 陈凤英著. — 武汉: 湖北辞书出版社, 2002. 1

ISBN7-5403-0462-6

I. 小… II. (1)徐…(2)陈… III. 数学课—小学—习题

N. G624.505

小学数学培优竞赛新帮手(四年级)

丛书主编: 黄东坡

出版发行: 湖北辞书出版社(武汉市黄陂路 75 号 430077)

印刷: 湖北科学技术出版社黄冈印刷厂

经销: 新华书店

开本: 787×1092 1/16

插页: 1

印张: 9

版次: 2002 年 1 月第 1 版

印次: 2002 年 3 月第 3 次印刷

字数: 100 千字

印数: 16 001—26 000 册

定价: 11.00 元

ISBN 7-5403-0462-6/G·204

目 录

知识篇

1. 乘除法的速算	(1)
2. 数列求和	(5)
3. 寻找规律	(9)
4. 四则运算关系	(15)
5. 定义新运算	(19)
6. 连续数问题	(23)
7. 推算时间	(26)
8. 巧解幻方	(30)
9. 求平均数问题	(36)
10. 方阵问题	(40)
11. 盈亏问题	(44)
12. 年龄问题	(48)
13. 相遇问题	(52)
14. 追及问题	(56)
15. 火车过桥问题	(60)
16. 行船问题	(64)
17. 数字问题	(68)
18. 最大和最小	(72)
19. 图形的计数	(76)
20. 图形的剪拼	(81)
21. 面积的计算	(87)
22. 趣题精讲	(92)

方法篇

23. 用假设法解应用题	(96)
24. 用图解法解应用题	(100)
25. 统筹安排	(104)
综合测试题	(109)
参考答案或提示	(111)

1 乘除法的速算

阅读与思考

速算是根据四则运算的辩证关系、数的特点及运算定律、性质、公式等，把常规计算转化为简便迅速的计算。在三年级里已经介绍了加减法的速算，这里主要介绍乘除法的速算。主要的解题方法有：

- (1) 分解因数，凑整先乘；
- (2) 利用运算定律和性质进行巧算；
- (3) 乘除混合运算中改变运算顺序或运算符号进行巧算。

下面是乘除法的运算定律和性质：

(一) 乘法的运算定律

1. 乘法交换律：两个数相乘，交换因数的位置，积不变。用字母表示： $a \times b = b \times a$ ；

2. 乘法结合律：三个数相乘，可以先把前两个数相乘，再和第三个数相乘；也可以先把后两个数相乘，再和第一个数相乘，它们的积不变。用字母表示： $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ ；

3. 乘法分配律：两个加数的和与一个数相乘，可以用每个加数分别与这个数相乘，再把所得的积相加。用字母表示： $(a + b) \times c = a \times c + b \times c$ 。

(二) 除法的性质：被除数和除数同乘以或同除以一个数（零除外），它们的商不变。用字母表示： $a \div b = (a \times n) \div (b \times n) = (a \div n) \div (b \div n)$ ($n \neq 0$)。

例题与求解

例 1 用简便方法计算下面各题。

- (1) $37 \times 5 \times 20$
- (2) $25 \times (23 \times 4)$
- (3) $25 \times 32 \times 125$

解题思路 此题中的三道题都是几个数连乘，可以根据乘法结合律，把能凑成 100 或 1000 的先乘。

记住几个特殊的式子：

$$2 \times 5 = 10$$

$$4 \times 25 = 100$$

$$8 \times 125 = 1000$$

多个数连乘时，我们可以选择两个因数相乘，得出整十、整百、整千的积，再与其他的数相乘，这样可以巧算。

例 2 用简便方法计算下面各题.

(1) $125 \times (4 + 8)$

(2) 404×25

(3) 99×63

解题思路 第(1)小题可直接用乘法分配律进行简算;第(2)、(3)两小题可先把404变为 $(400 + 4)$,把99变为 $(100 - 1)$,再运用乘法分配律进行简算.

例 3 用简便方法计算下面各题.

(1) $123 \times 45 + 123 \times 55$

(2) $11 \times 40 + 8 \times 11 + 39 \times 48$

(3) $64 + 792 \times 8$

解题思路 这几题都是把乘法分配律反过来运用,第(2)题先算 $11 \times 40 + 8 \times 11$,再加上 39×48 ;第(3)题先把64变为 8×8 ,再运用乘法分配律进行简算.

乘法巧算中,一定要认真观察题中数的特点后,再根据运算定律进行计算.乘法分配律要熟练掌握,正反灵活运用.

例 4 用简便方法计算下面各题.

(1) $825 \div 25$

(2) $23400 \div 900$

解题思路 此题可根据商不变的性质把被除数和除数同时扩大或缩小相同的倍数.第(1)题同时扩大4倍,第(2)题同时缩小100倍.

例 5 用简便方法计算下面各题.

(1) $9600 \div 25 \div 4$

(2) $756 \div (7 \times 9)$

(3) $8400 \div (28 \div 6)$

解题思路 这几题可根据除法的运算规律及去括号法则进行巧算.

在乘除混合运算中,可以用“去括号”或“添括号”来改变运算顺序和运算符号,使计算简便,但同学们要把方法和算理

第(1)题可先把两个除数相乘;第(2)题可用756先除以7再除以9;
第(3)题去括号把8400除以28再乘以5.

结合起来才能记得牢.

例6 用简便方法计算下面各题.

(1) $(14 + 21 + 42 + 63) \div 7$

(2) $17 \div 8 + 19 \div 8 + 21 \div 8 + 23 \div 8$

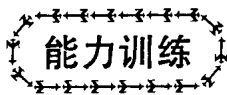
解题思路 这两题是乘法分配律在除法中的运用. 第(1)题可先把每个加数分别除以7, 再把所有的商相加; 第(2)题除数都是8, 可以把几个被除数相加后再除以8.

例7 用简便方法计算下面各题.

(1) $87 \div 13 \times 39$

(2) $99999 \times 88888 \div 33333 \div 22222$

解题思路 这两题可根据乘除法的运算规律, 调换因数与被除数和除数的位置. 第(1)题先用39除以13, 再用87乘以所得的商; 第(2)题先用99999除以33333, 88888除以22222, 再把两个商相乘.



A 级

1. 用简便方法计算下面各题.

(1) $78 \times 2 \times 50$

(2) $125 \times (8 \times 43)$

(3) $125 \times 5 \times 32 \times 5$

(4) $36 \times 8 \times 125 \times 25$

(5) $75 \times 101 \quad 37 \times 98$

- (6) 125×56
(7) $63 \times 81 + 81 \times 37$
(8) $42 \times 29 - 18 \times 42 - 21 \times 2$
(9) $29 \times 62 + 42 \times 31$
(10) $21 \div 9 + 22 \div 9 + 23 \div 9 + 24 \div 9$
(11) $91 \div 14 \times 42$
(12) $56 \times 165 \div 7 \div 11$
(13) $400000 \div 8 \div 125 \div 25 \div 4$
(14) $123 \times 456 \div 789 \div 456 \times 789 \div 123$

B 级

1. $2 \times \star + 3 \times \star + 4 \times \star + \cdots + 10 \times \star = 1998$ $\star = (\quad)$.
($\star$ 表示相同的数).

(江苏省吴江市小学数学竞赛试题)

2. $562 \times 397 \div (281 \times 397)$

3. $1999 + 999 \times 999$

4. $99999 \times 7 + 11111 \times 37$

(吉林省第六届小学数学夏令营试题)

5. $53 \times 46 + 71 \times 54 + 82 \times 54$

(吉林省第六届小学数学夏令营试题)

2 数列求和

阅读与思考

在小学数学中，常出现一类有规律的数的求和问题。如在三年级已讲过的高斯加法： $1+2+3+4+\cdots+100$ 。那么，我们把按一定次序排列的一列数叫做数列。数列中的数称为项，第一个数叫第一项，又叫首项；第二个数叫第二项；……，最后一个数叫做末项。如果一个数列从第二项开始，每一项与它前面一项的差都相等，就称这个数列为等差数列，后项与前项的差叫做这个数列的公差。

由高斯加法巧算可知，在等差数列中，有如下规律：

$$\text{项数} = (\text{末项} - \text{首项}) \div \text{公差} + 1$$

$$\text{第几项} = \text{首项} + (\text{项数} - 1) \times \text{公差}$$

$$\text{前几项和} = (\text{首项} + \text{末项}) \times \text{项数} \div 2$$

例题与求解

例 1 计算 $3+7+11+\cdots+79+83$

解题思路 3、7、11……83 显然是个公差为 4 的等差数列，要求出这个数列所有项的和，必须先求出这个数列共有多少项，然后再利用求和公式求和。

例 2 求 100 以内所有 7 的倍数的和。

解题思路 100 以内 7 的倍数中，最小的数是 7，最大的数是 98，并且每相邻两个数都相差 7，可根据这几个条件求出倍数的个数（即项数），再利用求和公式求和。

同学们不要死记这几个公式，应该像高斯那样用发现规律的办法解决问题。

此题关键要会找首项、末项和项数。

例 3 按 1, 4, 7, 10, 13……排列的一列数中，第 51 个数是多

少?

(山东省莱州市 2000 年小学数学竞赛试题)

解题思路 在这个公差为 3 的等差数列中, 首项为 1, 项数是 51, 可利用通项公式直接求出第 51 项.

例 4 已知等差数列 2, 7, 12, 17, 22……. 问 107 是这个数列的第几项?

解题思路 此题已知首项是 2, 末项是 107, 公差是 5, 可把这些条件代入通项公式就可以求出项数.

例 5 在 12 与 60 之间插入 3 个数, 使这样 5 个数成等差数列.

解题思路 这题关键是理解题意, 从题目“在 12 与 60 之间”中可知首项是 12, 末项是 60, 从“使这样的 5 个数成等差数列”可知项数为 5 的等差数列. 可根据末项 = 首项 + (项数 - 1) × 公差, 求出这个数列的公差, 然后再推出中间三个数.

例 6 某体育馆西侧看台有 30 排座位, 后面一排都比前面一排多 2 个座位, 最后一排有 132 个座位, 体育馆西侧看台共有多少个座位?

解题思路 从条件可知: 这是一个末项是 132, 项数是 30, 公差为 2 的等差数列. 要求这 30 个数的和, 必须先求出第一排 (即首项) 的座位数. 可根据第一排座位数 + $2 \times (30 - 1) = 132$, 求出第一排的座位数.

例 7 把所有的奇数排列成下面的数表, 根据规律, 请指出:

(1) 197 排在第几行的第几个数?

(2) 第 10 行的第 9 个数是多少?

1
3 5 7
9 11 13 15 17
19 21 23 25 27 29 31
33 35 37 39 41 43 45 47 49
.....

解题思路 这是从 1 开始的连续奇数, 197 是奇数中的第 99 个数 $(197-1) \div 2 + 1 = 99$. 从表中可看出: 第 1 行有 1 个数, 第二行有 3 个数, 第三行有 5 个数……, 第 n 行有 $(2 \times n - 1)$ 个数, 那么, 前 n 行中共有奇数的个数为: $1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + (2n - 1) = [1 + (2 \times n - 1)] \times n \div 2 = n \times n$.

因为 $9 \times 9 < 99 < 10 \times 10$, 所以第 99 个数位于数表的第十行的倒数第 2 个数, 即第十行的第 18 个数.

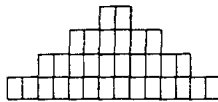
(2) 第 10 行的第 9 个数是奇数中的第 90 个数. (因为 $9 \times 9 + 9 = 90$), 它是 179.

能力训练

A 级

1. 计算 $6 + 11 + 16 + \cdots + 501$.
2. 求从 1 开始的连续 100 个奇数的和.
3. 自然数中所有三位数之和是多少?
4. 已知数列 5, 11, 17, 23, 29……, 按照前几项的规律, 写出该数列的第 15 项.
5. 已知等差数列 5、8、11……, 求出它的第 21 项和第 35 项.
6. 数列 1, 5, 9, 13, 17……, 前 30 项的和是多少?
7. $A = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 1999$, $B = 2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 1998$, 这两个数中谁大? 大多少?
8. 有一本书共 169 页, 小明第一天看了 1 页, 以后每天都比前一天多看 2 页, 则看完这本书需用多少天?
9. 某班共买来 66 本课外书, 把它们分别放在书架上, 每次摆放都是上面一层比下面一层多放一本书, 则至多要放多少层?

10. 建筑工地有一批砖，堆成如右图形状，最上层两块砖，第二层6块砖，第三层10块砖，……，依次每层都比其上面一层多4块砖，已知最下层2106块砖，那么这堆砖共有多少块？



B 级

1. 已知一串数：1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, ……试问：

(1) 10是这串数中的第几到第几个数？

(2) 这串数中的第80个数是几？

2. 在从1到 n 的 n 个连续自然数中，所有奇数的和比所有偶数的和多10，那么 n 是多少？

(德阳市第十二届小学数学邀请赛试题)

3. 若两个等差数列5, 8, 11, ……，与3, 7, 11, ……都有100项，它们有多少个相同的项？

4. 一楼梯最高一级宽32厘米，最低一级宽110厘米，中间还有9级，各级宽度的差相同，求中间一级的宽度。

5. 下表是一个数字方阵，求表中所有数之和。

1, 2, 3, 4, 5, 6……98, 99, 100

2, 3, 4, 5, 6, 7……99, 100, 101

3, 4, 5, 6, 7, 8……100, 101, 102

……

100, 101, 102, 103, 104, 105……197, 198, 199

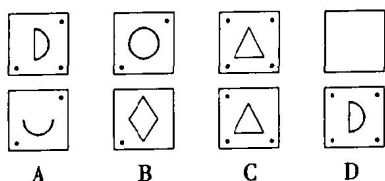
3 寻找规律

阅读与思考

找规律是我们日常生活、学习、工作中经常用到的一种思想方法。在解答数学题中，也常常遇到一些数、式或者图形中，它们的排列或者计算总有一定的规律，这时我们就要通过观察、思考发现其中的规律，也就是发现和总结数与数、式与式、图形与图形的内在联系和变化规律，从而达到解决问题的目的。

例题与求解

例 1 如图，在题目后面给出的四个图形中，哪一个图形填在空白处能符合图形的变化规律？



解题思路 从图中可以发现：外面的正方形不变，而内部的图形的笔画数比图形中的黑点数少 1。

例 2 观察分析下面各列数的变化规律，然后填空。

- (1) 3, 9, 27, 81, (), 729, 2187;
- (2) 87, 79, 72, 66, (), 57, 54, 52;
- (3) 5, 11, 23, 47, 95, 191, ()。

解题思路 第 (1) 组数依次用后一个数除以前一个数，发现后一个数为前一个数的 3 倍。

第 (2) 组数依次用前一个数减去后一个数，可以发现其差成连续自然数。即 8、7、6、5、4、3、2、1。

找数列的变化规律的一般方法：先观察分析，可以看前后两项的关系，也可分组进行分析，有目的地对这列数中相邻的几个数进行相同的四则运算，再把结果进行比较，从中找出排列规律。

第(3)组数也观察相邻两数,可以发现:

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & & 11 & & 23 & & 47 & & 95 & & 191 & & () \\ \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow \\ & \times 2 + 1 & & \times 2 + 1 & & \times 2 + 1 & & \times 2 + 1 & & \times 2 + 1 & & \times 2 + 1 & & \times 2 + 1 \end{array}$$

也就是说后一个数比前一个数的2倍多1.

例3 找规律填数. 7, 8, 14, 16, 21, 24, (), ().

(无锡市小学数学邀请赛试题)

解题思路 这列数的规律是: 奇数项按7的倍数递增, 偶数项按8的倍数递增.

例4 下面的算式是按某种规律排列的: $1+2$, $2+4$, $3+6$, $4+8$, $1+10$, $2+12$, $3+14$, $4+16$, $1+18$ ……问第2001个算式是 () + ().

解题思路 首先注意观察这些算式中第一个加数、第二个加数各自的排列规律, 然后推算.

第一个加数依次为 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 每4个数循环一次, 重复出现. 用 $2001 \div 4 = 500 \cdots 1$. 即第一个数为 1.

这些算式中的第二个加数依次为 2, 4, 6, 8, 10……即首项为 2, 公差为 2 的等差数列. 根据通项公式可知 2001 个算式中的第二个加数.

找周期性变化规律就要通过观察、计算发现存在于问题之中的周期性, 确定周期, 找出对应关系, 为了达到这一目的, 常用计算比较和列表比较两种方法.

例5 观察下列算式的规律, 在 () 中填上符合同样规律的数:

$$2^2 = 1^2 + 3$$

$$3^2 = 2^2 + 5$$

$$4^2 = 3^2 + 7$$

$$5^2 = 4^2 + 9$$

$$24^2 = ()^2 + ()$$

(天津市小学数学竞赛试题)

解题思路 把原来的式子变形为： $2^2 - 1^2 = 3$ ； $3^2 - 2^2 = 5$ ； $4^2 - 3^2 = 7$ ； $5^2 - 4^2 = 9$ ，也就是说相邻两个自然数的平方差等于这两个自然数的和，根据这一规律，括号内的数也就容易填了。

例 6 观察下面各题中所给出的数的排列规律，然后填出各题中所缺的数。

(1)

24	60	84
4	10	

(2)

5	45	9
3		6
7	56	8

(3)

1	4	3	8
8	12	()	60
3	2	5	22

解题思路 当数排成两行或两行以上时，观察规律往往从上至下考虑。

(1) 竖着看：上格的数是下格数的 6 倍；

(2) 横着看：每行第一个数与第三个数的积正好等于中间的数；

(3) 竖着看：每列的第二行的数等于相应的第一行的数与第三行的数的和的 2 倍。

例 7 按下图规律排列的一个数表，已经写出了前五，第七行所有数的和是多少？

(贵阳市第二届小学数学竞赛试题)

1				
1		1		
1	2	1		
1	3	3	1	
1	4	6	4	1
...	...	...		

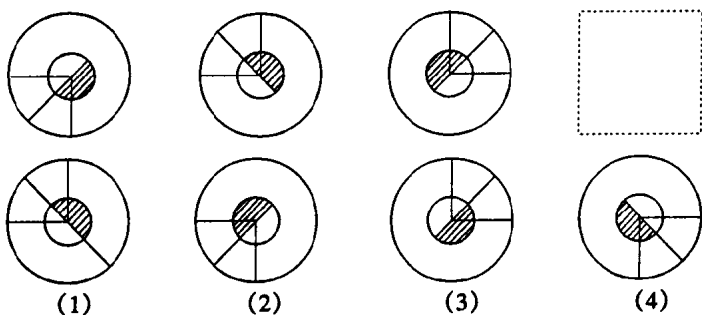
此图表叫做杨辉三角形。它对我们进一步学习数学很有好处。

解题思路 先分别算出每一行的和. 可以发现: 后一行所有数的和是前一行和的2倍, 且第二行所有数的和是 2^1 , 第三行的和是 2^2 , 第四行的和是 2^3 ……, 那么第七行的和是 2^6 .

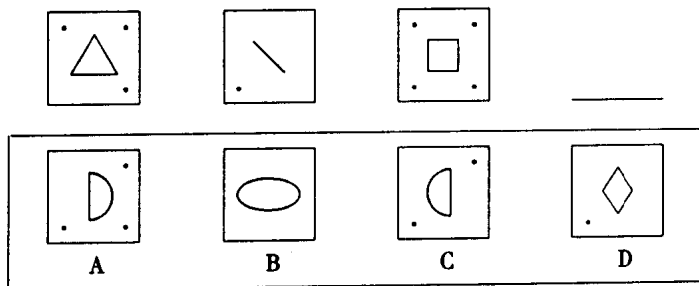
能力训练

A 级

1. 根据图形的变化规律, 空白处应是哪个编号所代表的图形?



2. 如图, 在题目后面所给出的4个图形中, 哪一个图形填在空白处能符合图形的变化规律?



3. 按规律填数.

(1) 0, 2, 6, 12, 20, 30, ();

(2) 1, 3, 7, 15, 31, (), 127;

(3) 12, 19, 33, 61, 117, ();

(4) 10, 14, 22, 38, 70, 134, 262, ()

(哈尔滨市第十三届“萌芽杯”数学竞赛试题)

4. 找规律填数: 15, 20, 12, 25, 9, 30, (), 35, 3, ().