中学理科学习指导丛书



# 初一代数辅导与练习

下册

北京市海淀区教师进修学校主编



重庆出版社

# 初一代数辅导与练习

下册

# 初一代数辅导与练习

## 下 册

北京市海淀区教师进修学校主编

重 庆 出 版 社

一九八三年·重庆

**编 者**

北京铁道附中　　姚印发

北京海淀区教师进修学校　　王增民　朱　英

**初一代数辅导与练习　下册**

重庆出版社出版（重庆李子坝正街102号）
四川人民出版社重印（成都市盐道街三号）
四川省新华书店发行
四川新华印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32　印张 5.75　字数 121 千
1983 年 11 月第一版　1983 年 11 月第一次印刷
印数：1—1,704,800

书号：7114·155　定价：0.42 元

## 内 容 提 要

本册在编写过程中，注意了对教材的基本概念进行通俗的讲解，和各种类型题的归纳，并介绍了解题的思路与方法，为学生能更好地理解教材和掌握所学知识作了努力。

本册还对所讲解的各部分内容，配备了一定数量的练习题；每章后并附有综合性习题及自我检查题，习题用于读者复习和巩固所学的知识，自我检查题可供检查学习效果之用。

# 前　　言

长期以来，我们感到：学生迫切需要一种能帮助他们学好功课的课外读物；家长希望有一种能检查自己孩子学习的材料；教师欢迎出版一种能协助自己辅导学生的书籍。为了解决这个问题，我们组织了一些有教学经验的教师，编写了这套书。

通过教学实践，我们认识到：

（1） 只有把知识的结构分析清楚时，它才易于学生理解、记忆和运用；

（2） 打好基础，是学生学好全部知识的前提．在基础知识之中，重点、难点之处掌握不好，又是学生学习困难的原因；

（3） 引导学生对学过哪些题型心中有数，同时又掌握各类题型的解题规律，是提高学生解题能力的有效途径；

（4） 在学好知识的前提下，提高综合运用知识的能力，以及把知识向深、广两个方面进行适当的引申，对学习较好的学生来说，不但是可以的，而且是应该的；

（5） 知识必须通过不断地复习、检查，才能逐步深化、巩固．

基于以上认识，本书在编写时，在以下几个方面做了一定努力：

（1） 注意知识的系统和结构的分析；

（2） 注意基础知识，尤其是重点、难点部分的详细、通俗的讲解；

（3） 注意把知识归类，列出主要题型，配以典型的例题，并说明解题规律；

（4） 注重介绍教师的经验和体会，并适当启发学生对所学知识做更深入地思考；

（5） 在每单元之后，配备知识性尽量全面、具有一定综合性、且足以检查本单元的学习是否可以“通过”的自我检查题．

本书紧密配合教材，编排顺序与教材一致．

限于编者水平，不免出现错误或不妥之处，我们诚恳地希望读者给予批评指正．

北京市海淀区教师进修学校

1983年7月

# 目　　录

# 第五章 二元一次方程组

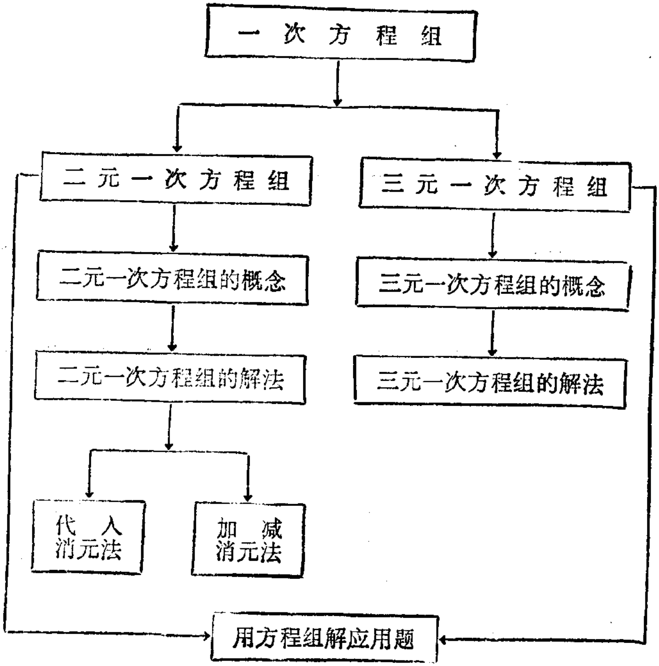
我们以前学习了一元一次方程、分式方程；现在要研究二元一次方程与二元一次方程组，这部分内容是学好二元二次方程组的基础，在生产实际中也有不少问题需要用二元一次方程组来解决的。

## 一 结构分析

二元一次方程、二元一次方程组的概念和解法是本章的重要内容，正确地理解二元一次方程、二元一次方程组的概念是学好二元一次方程组的前提；而掌握好二元一次方程组的解法，才是学好二元一次方程组的根本目的。

通过学习二元一次方程组的概念与解法，不难理解三元一次方程组的概念与解法；由此推而广之，由多个未知数组成的一次方程组的解法也就可以知道了。一次方程组解法的主导思想是：消减未知数的个数。

用二元一次方程组解应用题是本章的最后一段内容，应用题里所含未知数是两个或三个时，采用二元一次方程组或三元一次方程组来解就比用一元一次方程来解方便。




## 二 重点、难点分析

### 1 二元一次方程、二元一次方程组的概念

（1） 二元一次方程

方程里含有两个未知数，并且含有未知数的项的次数都是1，这样的方程叫做二元一次方程．例如 $x-4y+5=0$ 是二元一次方程；而 $xy+5x-y=0$ 就不是，因为 $xy$ 项的次数是二次的；又如 $2x^2-3y=5$ 也不是二元一次方程，因为 $2x^2$ 是

二次的项，$\frac{2}{x}-y+1=0$ 也不是。

（2） 二元一次方程的解

能够适合于一个二元一次方程的一对未知数的值，叫做这个二元一次方程的一个解。这里所说的“一个解”是指“一对未知数的适合于方程的值”，如 $x=1$，$y=\frac{1}{2}$就是 $3x+2y=4$ 的一个解。专门记作 $\begin{cases} x=1 \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$，的形式。此外还有无数对 $x$、$y$ 的值能适合 $3x+2y=4$，所以它有无数个解。

任何一个二元一次方程都有无数个解。

二元一次方程的一个解是由两个互相有关系的数值组成的，不是任何两个数值凑在一起就可以叫一个解。在 $3x+2y=4$ 里，必须是由$x$的三倍与$y$ 的二倍的和等于 4 的一对数值才能组成一个解。

一个二元一次方程的解与一个一元一次方程的解是有区别的，一元一次方程的解是一个数，而二元一次方程的解是一对一对的数；一元一次方程的解只有一个，而二元一次方程的解有无数个。

想一想：

① 你能写出$x+2=5y$的三个解吗？

② 在 $\begin{cases} x=1, \\ y=1; \end{cases}$ $\begin{cases} x=0, \\ y=2; \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{1}{2}, \\ y=-1; \end{cases}$ 及 $\begin{cases} x=-2 \\ y=0 \end{cases}$

各对数值里，哪些是方程 $3x+2y=4$ 的解？哪些是方程

$4x-3y=5$ 的解？

③ 已知$\begin{cases}x=1,\\y=0,\end{cases}$是 $Kx-y=1$ 的一个解，求$K$值.

④ 在方程 $2x-3y+5=0$ 里，当 $y=0$ 时，$x=$____，当 $x=0$ 时，$y=$_____.

（3） 二元一次方程的解的求法

要求二元一次方程的解，可以把二元一次方程化成用含有一个未知数的代数式表示另一个未知数的形式，然后再求解. 如在 $3x+y=5$ 里，先化成 $y=5-3x$，然后给出 $x$ 的一些值，则可求出对应值$y$；如果在 $3x+y=5$ 里，不先变形，而直接把 $x$ 值代入，求对应值 $y$ 就不方便；所以在求二元一次方程的解时，要学会把方程变形，即化成用含有一个未知数的代数式表示另一个未知数的形式.

例 在方程 $4x-5y-1=0$ 里，设 $x=-1$、$-\frac{1}{2}$、$-\frac{1}{4}$、$0$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{2}$、$1$ 时，求对应的 $y$ 值，并把各对对应的值列成表. 然后写出这方程的七个解.

解：把 $4x-5y-1=0$ 变形，得 $y=\frac{4x-1}{5}$，把所设 $x$ 的值分别代入 $y=\frac{4x-1}{5}$右边的 $x$，计算出对应的 $y$ 的值.

| $x$ | $-1$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{4}$ | $0$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $-1$ | $-\frac{3}{5}$ | $-\frac{2}{5}$ | $-\frac{1}{5}$ | $0$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{3}{5}$ |

$\therefore\ \begin{cases} x=-1, \\ y=-1; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-\frac{1}{2}, \\ y=-\frac{3}{5}; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-\frac{1}{4}, \\ y=-\frac{2}{5}; \end{cases}$ $\begin{cases} x=0, \\ y=-\frac{1}{5}; \end{cases}$

$\begin{cases} x=\frac{1}{4}, \\ y=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{1}{2}, \\ y=\frac{1}{5}; \end{cases}$ $\begin{cases} x=1, \\ y=\frac{3}{5}; \end{cases}$ 是二元一次方程 $4x-5y-1=0$ 的七个解。

练一练：在下列方程中，用含 $x$ 的代数式表示 $y$：

① $3x+y=5$；　　② $2x-y=7$；

③ $2y-x=1$；　　④ $2x+y=0$。

现在我们来总结一元一次方程与二元一次方程的相同点及不同点。

相同点：1）一元一次方程与二元一次方程都是整式方程，2）含有未知数的项的次数都是一次。

不同点：1）一元一次方程只含有一个未知数，而二元一次方程含有两个未知数；2）一元一次方程只有一个解，二元一次方程有无数个解；3）一元一次方程的解也叫做根，二元一次方程的解不能叫根。

此外，一元一次方程的一般形式是

$$ax+b=0 \qquad (a\neq 0)$$

二元一次方程的一般形式是

$$ax+by+c=0 \qquad (a\neq 0、b\neq 0)$$

（4） 二元一次方程组

含有相同的两个未知数的几个一次方程所组成的方程

组，叫做二元一次方程组，例如上面的方程 $4x-5y-1=0$ (1) 与另一个方程 $2x+3y+5=0$ (2) 所组成的方程组就是二元一次方程组。这是因为方程(1)、(2)里含有的两个未知数是相同的；记作 $\begin{cases}4x-5y-1=0,\\2x+3y+5=0.\end{cases}$ 这里"{"叫做联立符号，通过这个符号把方程(1)、(2)联系起来，组成一个方程组。即表示方程(1)、(2)中的两个未知数 $x$、$y$ 分别代表相同的一个量，如果 $x$ 在方程 $4x-5y-1=0$ 里代表 $-1$，那么 $x$ 在方程 $2x+3y+5=0$ 里也代表 $-1$；同样如果 $y$ 在方程 $4x-5y-1=0$ 里代表 0，那么 $y$ 在方程 $2x+3y+5=0$ 里也代表 0。

又如 $\begin{cases}x=3,\\y=5\end{cases}$ 也是二元一次方程组，而 $\begin{cases}x+y=6,\\x^2-y^2=8\end{cases}$ 就不是；

$\begin{cases}x+y=3,\\x+z=4\end{cases}$ 也不是。而 $\begin{cases}x+y=8,\\x-y=-6,\\y=7\end{cases}$ 是二元一次方程组。因为它符合定义。

练一练：在下列方程组中，哪些是二元一次方程组？哪些不是？为什么？

① $\begin{cases}3x+y=7,\\x-y=3;\end{cases}$ ② $\begin{cases}x+y=7,\\2x-y=-1,\\x+2y=12;\end{cases}$

③ $\begin{cases}x-3y=2,\\z+x=3;\end{cases}$ ④ $\begin{cases}\dfrac{x}{2}+\dfrac{3}{y}=5,\\x-3y=2;\end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x^2-y=8, \\ y-x=0; \end{cases}$　　⑥ $\begin{cases} x+2y=3, \\ \dfrac{x}{6}+\dfrac{2y}{3}=\dfrac{5}{6}. \end{cases}$

（5） 二元一次方程组的解

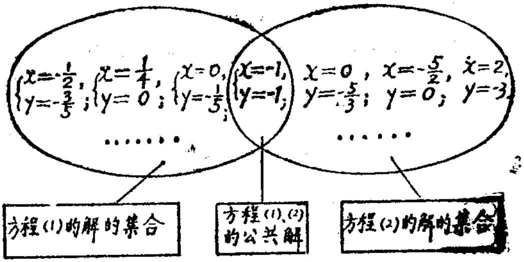
方程组里各个方程的公共解，叫做这个方程组的解．例如方程 $4x-5y-1=0$ 的解有

$$\begin{cases} x=-\dfrac{1}{2}, \\ y=-\dfrac{3}{5}; \end{cases} \begin{cases} x=-1, \\ y=-1; \end{cases} \begin{cases} x=0, \\ y=-\dfrac{1}{5}; \end{cases} \begin{cases} x=\dfrac{1}{4}, \\ y=0; \end{cases} \cdots\cdots.$$

方程 $2x+3y+5=0$ 的解有

$$\begin{cases} x=0, \\ y=-\dfrac{5}{3}; \end{cases} \begin{cases} x=-1, \\ y=-1; \end{cases} \begin{cases} x=-\dfrac{5}{2}, \\ y=0; \end{cases} \begin{cases} x=2, \\ y=-3; \end{cases} \cdots\cdots.$$

∴ 方程组 $\begin{cases} 4x-5y-1=0, & (1) \\ 2x+3y+5=0; & (2) \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=-1, \\ y=-1. \end{cases}$ 用图来表示：

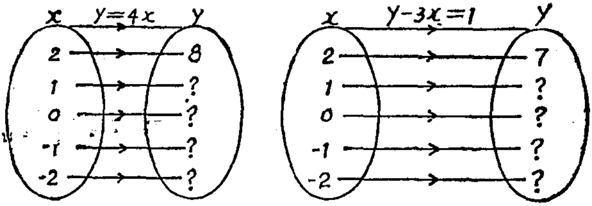



求方程组的解的过程，叫做解方程组．

想一想：在 $\begin{cases} x=-2, \\ y=2 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x=1, \\ y=-1 \end{cases}$ 两对数值中，哪一对数值是方程组 $\begin{cases} x+y=0, \\ 2x-y=3 \end{cases}$ 的解？哪一对数值是方程组

$\begin{cases} x+2y=2, \\ 2x+y=-2; \end{cases}$ 的解？

再想想：求下列各图中“？”表示的数。




并找出方程组 $\begin{cases} y=4x, \\ y-3x=1; \end{cases}$ 的解。

小结：(i)一个二元一次方程组是用符号“{”把几个含有相同的两个未知数的一次方程联立起来的；每个二元一次方程都有无数个解，可是用符号“{”把它们联立起来以后，就组成一个二元一次方程组，这时二元一次方程组的解在一般情况下，只有唯一解；通常我们只研究有唯一解的二元一次方程组，如 $\begin{cases} x+3y=5, \\ 2x-y=3 \end{cases}$ 的解只有 $\begin{cases} x=2, \\ y=1. \end{cases}$ (ii)有的方程组貌似二元一次方程组，其实它仍是一个二元一次方程，所以这样的二元一次方程组仍有无数个解，如方程组 $\begin{cases} x+y=5, & (1) \\ 2x+2y=10; & (2) \end{cases}$ 在(1)里，$x$与$y$的和等于5；在(2)里，$x$与$y$的和的二倍等于10，这个(2)与(1)表示的是一个关系，所以能适合这个关系的$x$、$y$的值有无数个，这样的方程组有无数个解。(iii)有的方程组也貌似二元一次方程组，其实它是把两个没有公共解的二元一次方程组合在一起了，如 $\begin{cases} x+y=5, & (1) \\ x+y=-3; & (2) \end{cases}$ 在(1)里，$x$与$y$的和等于5，而在(2)里，$x$与$y$的和又等于$-3$，这是不可能的，没有一对数值既