



大学本科小学教育专业教材

大学数学 下册

DAXUE SHUXUE

姚绍义 主编

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19



人民教育出版社

大学本科小学教育专业教材

大 学 数 学

下 册

主 编 姚绍义

副主编 李必胜

人民教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

大学数学. 下册/姚绍义主编. —北京: 人民教育出版社, 2003
大学本科小学教育专业教材
ISBN7-107-16113-X

I. 大…

II. 姚…

III. 高等数学-高等学校-教材

IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 086106 号

人民教育出版社出版发行

(北京沙滩后街 55 号 邮编: 100009)

网址: <http://www.pep.com.cn>

人民教育出版社印刷厂印装 全国新华书店经销

2003 年 2 月第 1 版 2003 年 2 月第 1 次印刷

开本: 890 毫米×1 240 毫米 1/32 印张: 16.5

字数: 400 千字 印数: 0 001~3 000 册

定价: 23.30 元

大学本科小学教育专业教材编写委员会

顾 问 顾明远 吴履平 马 立

主任委员 刘新成

委 员 (以汉语拼音字母为序)

黄海旺 康学伟 李全顺 林奇青

刘国权 刘克勤 刘立德 刘新成

马云鹏 唐京伟 王保才 王万良

王智秋 张启庸 赵宏义

秘 书 长 王智秋

秘 书 卢 冰 刘树信

本书编写人员

主 编 姚绍义

副 主 编 李必胜

撰 稿 (以汉语拼音字母为序)

李必胜 刘 艳 李雪梅 苏凤霞 姚绍义 张孟祥

特约审稿 李文琦

大学本科小学教育专业教材编审委员会

主任委员 吕 达 王 岳

副主任委员 (以汉语拼音字母为序)

林奇青 刘立德 唐京伟 王 莉 邢克斌

委 员 (以汉语拼音字母为序)

黄海旺 林奇青 刘立德 吕 达

唐京伟 邢克斌 王 莉 王 岳

魏运华 诸惠芳 邹海燕

秘 书 长 刘立德

秘 书 韩华球

丛书责任编辑 刘立德

本书责任编辑 刘 捷 燕敦验

审 稿 范秋君 张 正

如发现印、装质量问题,影响阅读,请与出版社联系调换。

(联系地址:北京市方庄小区芳城园三区 13 号楼 邮编:100078)

大学本科小学教育专业教材

总 序

为了适应社会主义现代化建设和人民群众对教育需求不断增长的新形势，经国家教育部批准，全国各地相继成立了以培养大学本科学历小学教师为主要任务的初等教育学院（系），大学本科小学教育专业应运而生。该专业的设立是我国初等教育改革和发展的需要，是提高我国小学教师素质的重要举措，也是我国师范教育改革和发展的必然趋势。

《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》指出：建设高质量的教师队伍是全面推进素质教育的基本保障。目前，培养小学教师的现行课程、教材和教法，已不能完全满足全面推进素质教育的客观要求，受到了前所未有的挑战。新的课程教材建设势在必行。鉴于此，教育部师范教育司组织有关高等学校成立了“面向 21 世纪培养本科程度小学师资专业建设研究”的全国性总课题组，制订了大学本科小学教育专业培养目标和课程方案，在此基础上形成了“全国小学教育专业建设协作会”，对该专业课程教材建设进行了深入研究。

为了加强对教材编写工作的管理，教育部师范司、教育部课程教材研究所及有关高师院校的领导和专家组成了“大学本科小学教育专业教材编写委员会”。中国教育学会会长顾明远、教育部课程教材研究所原所长吴履平、教育部师范司司长马立为编写委员会顾问，首都师范大学副校长刘新成为编写委员会主任。编写委员会聘请具有丰富教学经验和较高学术水平的学科带头人分别担任各教材主编，并聘请知名专家审核编写大纲和初稿。为了加强对这套教

材编审工作的领导、协调和统筹，人民教育出版社还成立了“大学本科小学教育专业教材编审委员会”。

本套教材的编写以“教育要面向现代化，面向世界，面向未来”为指针，以党和国家的教育方针以及大学本科小学教育专业培养目标为依据，以思想性、科学性、时代性和师范性为原则，致力于培养未来小学教师的创新精神和实践能力，全面体现“大学本科程度”和“面向小学教育”的要求，力求建立合理的教材结构，以满足 21 世纪对新型小学教师素质结构的需要。

本套教材是从大多数地区的情况出发而编写的全国通用教材，主要供培养本科层次小学教师的高等院校使用，也可供培养专科层次小学教师的院校使用，还可供广大在职小学教师进修或自学使用。这套教材由人民教育出版社于新世纪第一年开始陆续推出。

本套教材的编写出版得到了教育部师范教育司、高等教育司、社会科学研究与思想政治工作司、课程教材研究所、人民教育出版社，以及部分省市教委（教育厅）和有关高等院校的领导和同志们的大力支持，谨在此一并致谢。

编写出版大学本科小学教育专业系列教材，是我们贯彻国家教育部师范教育课程教材改革精神、全面落实《面向 21 世纪教育振兴行动计划》的初步尝试，如有不当之处，敬请广大师生不吝指正，以使本套教材日臻完善。

大学本科小学教育专业教材编写委员会

2000 年 12 月

本书编者说明

《大学数学》是为小学教育专业非数学方向本科学生学习高等数学而编写的教材。通过本课程的学习，使小教专业非数学方向的本科生，基本掌握从事小学数学教育工作必需的知识和能力，同时促进学生的自我完善和自我发展。

在本书编写过程中，我们力求做到概念清楚，重点突出，条理清晰，文字准确，通俗易懂；做到既注重学生基本运算能力的培养，又加强学生数学思维能力的培养，使学生开阔视野，活跃思维，逐步建立敏锐的数学意识。在教材中我们精选了适量的例题，通过对这些例题的分析，帮助学生加深对基本内容的理解，提高学生用数学分析和解决问题的能力。在本书编写中我们贯彻少而精的原则，力求把基本内容写清楚、写透彻、写详细。

本书分上、下册，共十九章。上册内容为函数、极限、连续、导数与微分、中值定理与导数应用、不定积分、定积分、定积分应用、微积分简史。下册内容为行列式与线性方程组、向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、重积分、曲线积分、无穷级数、常微分方程、随机事件与概率、随机变量的概率分布与数字特征、随机向量、统计初步。

全书上下册授课时数计划约为 200 学时。使用本书的教师可根据课时要求及学生的实际需要，在教学时可以对书中内容作适当的取舍。

本书每节后都配有一定数量的习题。在各章内容之后有总结，指出本章的基本要求、重点与难点、学习中应注意的几个问题。每

章后配有综合测验题，用来检查学生对本章基本内容掌握的程度。

本书上册由刘艳编写第一章函数、第五章中值定理与导数应用和微积分简史（附录）；姚绍义编写第二章极限、第三章连续函数、第四章导数与微分；苏凤霞编写第六章不定积分、第七章定积分、第八章定积分的应用。

本书下册由李必胜编写第九章行列式及线性方程组、第十二章重积分、第十三章曲线积分、第十八章随机向量、第十九章统计初步；张孟祥编写第十章向量代数与空间解析几何、第十一章多元函数微分学；李雪梅编写第十四章级数、第十五章微分方程；姚绍义编写第十六章随机事件与概率、第十七章随机变量的概率分布与数字特征。最后由姚绍义、李必胜修改和定稿。

天津师范大学初等教育学院数学系教授李文琦先生对本书进行了认真审阅，并提出了宝贵的修改意见和建议。担任本书责任编辑和审稿工作的，除有人民教育出版社的编审人员外，还有中国科学院数学研究所的博士后燕敦验和首都师范大学数学系的范秋君教授、张正副教授。他们为提高本书的质量付出了辛勤的劳动。在此，编者对以上各位老师表示真诚的谢意。

由于我们水平有限，错误和不妥之处一定很多。希望广大读者不吝赐教，我们将不胜感激。

编 者

2002年7月于天津师范大学

大学本科小学教育专业教材
(已出书目)

大学语文 (上册)

大学语文 (下册)

现代汉语

中国史纲

美学教程

形式逻辑

大学数学 (上册)

大学数学 (下册)

高等代数

初等数论

数学思维方法

物理学 (上册)

生物学 (上册)

教育原理

教育科学研究方法

小学教育统计与测量

小学数学教学论

现代教育技术学

普通心理学

目 录

(下册)

第九章 行列式与线性方程组	(1)
第一节 二阶行列式与二元线性方程组	(1)
第二节 三阶行列式概念及其性质	(5)
第三节 行列式的按行按列展开	(12)
第四节 三元线性方程组	(16)
第五节 齐次线性方程组	(20)
第六节 高阶行列式	(26)
本章总结	(28)
综合测验题	(30)
第十章 向量代数与空间解析几何	(32)
第一节 空间直角坐标系	(32)
第二节 向量代数	(38)
第三节 平面及其方程	(51)
第四节 空间直线及其方程	(61)
第五节 几种常见的曲面	(68)
第六节 空间曲线及其在坐标面上的投影曲线	(78)
本章总结	(82)
综合测验题	(85)
第十一章 多元函数微分学	(86)
第一节 多元函数的概念	(86)
第二节 偏导数	(96)
第三节 全微分	(102)

第四节	复合函数微分法	(109)
第五节	隐函数微分法	(117)
第六节	多元函数微分在几何上的应用	(120)
第七节	二元函数的极值	(127)
本章总结		(136)
综合测验题		(140)
第十二章	重积分	(142)
第一节	二重积分的概念与性质	(142)
第二节	二重积分的计算	(150)
第三节	三重积分的概念与计算	(164)
第四节	利用柱面坐标和球面坐标计算三重积分	(170)
第五节	重积分的应用	(176)
本章总结		(183)
综合测验题		(186)
第十三章	曲线积分	(187)
第一节	对弧长的曲线积分	(187)
第二节	对坐标的曲线积分	(193)
第三节	格林公式及平面曲线积分与路径无关	(203)
本章总结		(213)
综合测验题		(216)
第十四章	级数	(217)
第一节	无穷级数的概念与性质	(217)
第二节	正项级数	(226)
第三节	任意项级数	(235)
第四节	幂级数	(240)
第五节	函数的幂级数展开式	(250)
第六节	傅里叶级数	(261)
本章总结		(270)

综合测验题	(274)
第十五章 微分方程	(276)
第一节 微分方程的基本概念	(276)
第二节 一阶微分方程	(281)
第三节 可降阶的高阶微分方程	(292)
第四节 二阶线性微分方程解的结构	(296)
第五节 二阶线性常系数齐次微分方程	(300)
第六节 二阶线性常系数非齐次微分方程	(305)
本章总结	(312)
综合测验题	(315)
第十六章 随机事件与概率	(316)
第一节 随机事件及其概率	(316)
第二节 古典概型	(320)
第三节 事件的关系及运算	(327)
第四节 概率的加法定理	(332)
第五节 条件概率、乘法公式、独立性	(336)
第六节 独立试验序列概型	(343)
第七节 全概率公式与贝叶斯公式	(348)
本章总结	(352)
综合测验题	(355)
第十七章 随机变量的概率分布与数字特征	(357)
第一节 随机变量	(357)
第二节 离散型随机变量	(359)
第三节 连续型随机变量	(368)
第四节 分布函数与随机变量函数的分布	(375)
第五节 期望	(386)
第六节 方差及其简单性质	(396)
本章总结	(405)

综合测验题	(407)
第十八章 随机向量	(409)
第一节 随机向量的联合分布与边缘分布	(409)
第二节 两个随机变量的函数分布	(427)
第三节 随机向量的数字特征	(432)
第四节 大数定律与中心极限定理	(440)
本章总结	(443)
综合测验题	(444)
第十九章 统计初步	(446)
第一节 参数估计	(446)
第二节 假设检验	(466)
本章总结	(494)
综合测验题	(496)
附表	(498)

第九章 行列式与线性方程组

第一节 二阶行列式与二元线性方程组

考察两个二元线性方程所组成的方程组，

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \quad (1)$$

为了求方程组(1)的解，我们先用 b_2 去乘第一个方程的两边， b_1 去乘第二个方程的两边，然后用所得的第一个方程减去第二个方程，便可消去 y 而得

$$(a_1b_2 - a_2b_1)x = c_1b_2 - c_2b_1. \quad (2)$$

用同样的方法也可以消去 x ，得

$$(a_1b_2 - a_2b_1)y = a_1c_2 - a_2c_1. \quad (3)$$

如果代数式 $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$ ，就可以用它去除(2)和(3)的两边，得

$$x = \frac{c_1b_2 - c_2b_1}{a_1b_2 - a_2b_1}, y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}. \quad (4)$$

为了使结果(4)便于记忆，我们引入二阶行列式的概念.

设已知四个数排成的正方表

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$$

则数 $a_1b_2 - a_2b_1$ 称为对应于这个表的二阶行列式, 记为

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

即

$$\text{定义} \quad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1 \quad (5)$$

其中 a_1, a_2, b_1, b_2 称为行列式的元素, 横排称为行列式的行, 竖排称为行列式的列.

例如

$$\begin{vmatrix} 10 & -9 \\ -3 & 7 \end{vmatrix} = 10 \times 7 - (-3) \times (-9) = 43.$$

由定义(5)容易得出

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} b_1 & a_1 \\ b_2 & a_2 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

这就是说, 二阶行列式的第 i ($i=1, 2$) 行改为第 i 列, 第 i 列改为第 i 行, 行列式的值不变; 二阶行列式两列 (或两行) 对调, 则行列式的值要改变符号.

方程组(1)的解(4)用行列式表示为

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} \quad (6)$$

其中分母中的行列式是由方程组(1)的系数组成的, 这个行列称为方程组(1)的系数行列式, 记为 Δ , 即

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

分子中的行列式分别记为 Δ_x 和 Δ_y , 其中 Δ_x 是用方程组(1)的常数

项代换行列式 Δ 中 x 的系数; Δ_y 是用方程组(1)的常数项代换行列式 Δ 中 y 的系数.

此时(2)和(3)可写为

$$\Delta \cdot x = \Delta_x, \Delta \cdot y = \Delta_y. \quad (7)$$

如果 $\Delta \neq 0$, 则方程组(1)的解为

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, y = \frac{\Delta_y}{\Delta}.$$

如果 $\Delta = 0$, 而 Δ_x 与 Δ_y 至少有一个不为零, 这时无论 x 和 y 取什么值, 都不能使(7)中的两个等式同时成立. 因此, 方程组(1)没有解.

如果 $\Delta, \Delta_x, \Delta_y$ 都等于零, 即

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0, c_1 b_2 - c_2 b_1 = 0, a_1 c_2 - a_2 c_1 = 0,$$

不妨设 a_2, b_2, c_2 全不等于零, 则有

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}.$$

这说明, 方程组(1)中两个方程未知数的系数成比例, 也就是说, 其中一个方程可由另一个方程乘以一个适当的常数得到. 要解方程组(1), 只要解其中一个方程就够了. 这时方程组(1)有无限多组解.

综上所述可知:

(1) 若 $\Delta \neq 0$, 则方程组(1)有唯一一组解,

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, y = \frac{\Delta_y}{\Delta}.$$

(2) 若 $\Delta = 0$, Δ_x 与 Δ_y 至少有一个不为零, 则方程组(1)无解.

(3) 若 $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = 0$, 则方程组(1)有无限多组解.

例 1 解方程组
$$\begin{cases} 7x - 8y = 10 \\ 6x - 7y = 11 \end{cases}$$

解

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & -8 \\ 6 & -7 \end{vmatrix} = -1 \neq 0, \text{ 故方程组有唯一一组解.}$$