

第2版

上册

齿轮手册

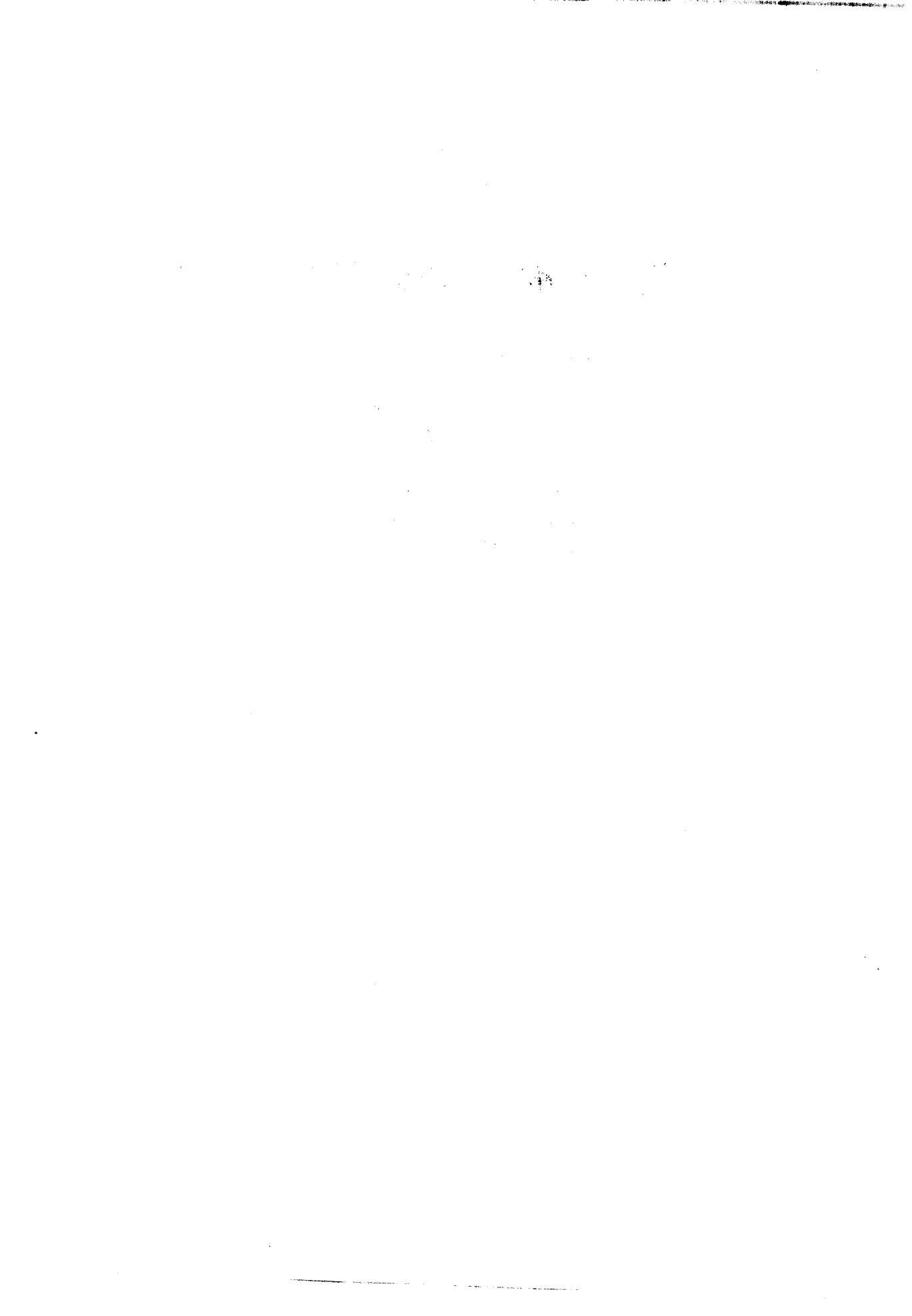
齿轮手册编委会 编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

第 11 篇 非圆齿轮传动

	主 编	吴序堂 (西安交通大学)
	编写人	审稿人
第 1 章	吴序堂	阮忠唐 (西安理工大学)
第 2 章	吴序堂	阮忠唐
第 3 章	吴序堂	阮忠唐
第 4 章	吴序堂	阮忠唐



非圆齿轮副是传递两轴线间的非匀速比运动的。各种机器及仪器仪表,如金属切削机床、重型机械、轻工机械、汽车以及流量计等,在需要有非匀速比的运动时,都可以考虑使用非圆齿轮传动。

和通常用来得到不等速运动的凸轮、连杆等机构相比,非圆齿轮副有如下特点:

1) 可以精确地按要求的非匀速比规律或要求再现的运动函数进行设计,而连杆等机构一般只能近似地实现要求的运动规律。

2) 节曲线封闭的非圆齿轮副可以进行连续的单向周期性变速比运动,而凸轮机构一般只能实现往复运动。

3) 非圆齿轮结构紧凑,刚性好,容易实现动平衡,传动比较平稳,这在高速运动的机构中尤其重要。

由于电子计算机技术及数控技术的发展,顺利地克服了非圆齿轮设计、制造中的许多困难,缩短了设计和制造周期,提高了加工精度,使得非圆齿轮的应用日益广泛。

第 1 章 非圆齿轮的节曲线

1 节曲线的方程式

图 11.1-1 和 11.1-2 分别为外啮合及内啮合非圆齿轮副的节曲线。两图中,齿轮副的中心距为 a , 主动轮 1 的瞬时角速度为 ω_1 , 转角为 φ_1 ; 从动轮 2 的瞬时角速度为 ω_2 , 转角为 φ_2 。在起始位置, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ 。

图 11.1-3 是非圆齿轮与齿条啮合的节曲线。齿轮的瞬时角速度为 ω_1 , 转角为 φ_1 , 齿条平移的瞬时线速度为 v , 移动距离为 S 。在起始位置, $\varphi_1 = 0, S = 0$ 。

上述几种传动形式的非圆齿轮副的节曲线计算公式见表 11.1-1。

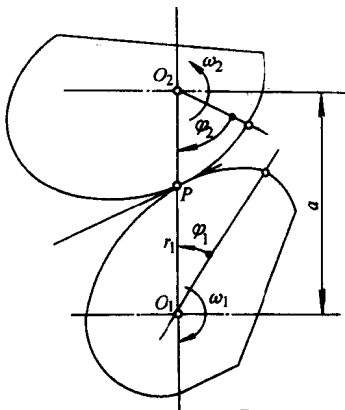


图 11.1-1 外啮合非圆齿轮副的节曲线

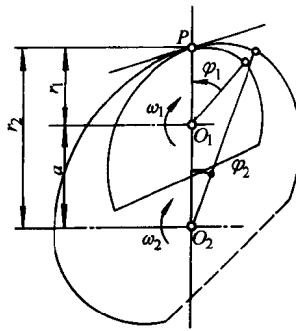


图 11.1-2 内啮合非圆齿轮副的节曲线

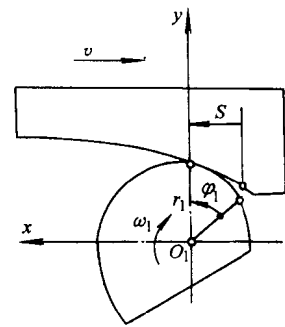


图 11.1-3 非圆齿轮与齿条啮合的节曲线

表 11.1-1 非圆齿轮副的节曲线计算公式

给定的条件	传动形式	节曲线计算公式
给定要求的传动比函数: $\varphi_2 = F(\varphi_1)$ 则传动比 $i_{12} = \frac{1}{F'(\varphi_1)} = f(\varphi_1)$	外啮合	主动轮 1 $r_1 = \frac{a}{1 + f(\varphi_1)}$ 从动轮 2 $r_2 = a - r_1 = \frac{af(\varphi_1)}{1 + f(\varphi_1)}$ $\varphi_2 = \int_0^{\varphi_1} \frac{1}{f(\varphi_1)} d\varphi_1$

(续)

给定的条件	传动形式	节曲线计算公式
给定要求的传动比函数: $\varphi_2 = F(\varphi_1)$ 则传动比 $i_{12} = \frac{1}{F'(\varphi_1)} = f(\varphi_1)$	内啮合	主动轮 1 $r_1 = \frac{a}{f(\varphi_1) - 1}$ 从动轮 2 $r_2 = a + r_1 = \frac{af(\varphi_1)}{f(\varphi_1) - 1}$ $\varphi_2 = \int_0^{\varphi_1} \frac{1}{f(\varphi_1)} d\varphi_1$
给定要求再现的函数: $y = f(x),$ $x_1 \leq x \leq x_2$ 令 $\varphi_1 = k_1(x - x_1)$ $\varphi_2 = k_2[f(x) - f(x_1)]$ 则传动比 $i_{12} = \frac{k_1}{k_2 f'(x)}$	外啮合	主动轮 1 $\varphi_1 = k_1(x - x_1)$ $r_1 = \frac{ak_2 f'(x)}{k_1 + k_2 f'(x)}$ 从动轮 2 $\varphi_2 = k_2[f(x) - f(x_1)]$ $r_2 = a - r_1 = \frac{ak_1}{k_1 + k_2 f'(x)}$
给定运动关系: $S = F(\varphi_1)$ 则传动比 $i_{12} = \frac{dS}{d\varphi_1} = F'(\varphi_1) = f(\varphi_1)$	内啮合	主动轮 1 $\varphi_1 = k_1(x - x_1)$ $r_1 = \frac{ak_2 f'(x)}{k_1 - k_2 f'(x)}$ 从动轮 2 $\varphi_2 = k_2[f(x) - f(x_1)]$ $r_2 = a + r_1 = \frac{ak_1}{k_1 - k_2 f'(x)}$
给定运动关系: $S = F(\varphi_1)$ 则传动比 $i_{12} = \frac{dS}{d\varphi_1} = F'(\varphi_1) = f(\varphi_1)$	齿轮与齿条啮合	齿轮 $r_1 = F'(\varphi_1) = f(\varphi_1)$ 齿条 $x = \int_0^{\varphi_1} r_1 d\varphi_1 = S$ $y = r_1 = f(\varphi_1)$
给定要求再现的函数: $y = f(x)$ $x_1 \leq x \leq x_2$ 同样令 $\varphi_1 = k_1(x - x_1)$ $\varphi_2 = k_2[f(x) - f(x_1)]$ 则 $i_{12} = \frac{k_1}{k_2 f'(x)}$	齿轮与齿条啮合	齿轮 $r_1 = \frac{k_2 f'(x)}{k_1}$ 齿条 $x = S = k_2[f(x) - f(x_1)]$ $y = r_1$

注: 1. 注意按表中各式计算节曲线时, 它们的极角 φ_1, φ_2 的计量方向与回转角速度 ω_1, ω_2 的方向相反。
 2. k_1, k_2 为比例常数。

2 节曲线的曲率及凸性校验

非圆齿轮节曲线上各点的曲率半径是不同的, 其计算公式可见表 11.1-2, 算得的 ρ 是正值时, 节曲线在该点处是外凸的; ρ 是负值时, 则是内凹的。内凹的节

曲线只能用适当直径的插齿刀加工而不能用齿条刀具加工, 所以设计时要对节曲线的凸性进行校验。节曲线上无内凹部分的条件是曲率半径 $\rho \geq 0$, 具体的条件式也可见表 11.1-2。

表 11.1-2 非圆齿轮节曲线的曲率半径及无内凹部分的条件

传动要求	齿 轮	曲 率 半 径	无内凹部分的条件
传动比函数 $i_{12}=f(\varphi_1)$	主动轮 1	$\rho_1 = \frac{a \left[1 + \left(\frac{i'_{12}}{1+i_{12}} \right)^2 \right]^{3/2}}{1+i_{12}+i'_{12}}$	或 $r_1^2 + 2 \left(\frac{dr_1}{d\varphi_1} \right)^2 - r_1 \frac{d^2 r_1}{d\varphi_1^2} \geq 0$ $1+i_{12}+i'_{12} \geq 0$
	从动轮 2	$\rho_2 = \frac{ai_{12} \left[1 + \left(\frac{i'_{12}}{1+i_{12}} \right)^2 \right]^{3/2}}{1+i_{12}-i_{12}i'_{12}+(i'_{12})^2}$	或 $r_2^2 + 2 \left(\frac{dr_2}{d\varphi_2} \right)^2 - r_2 \frac{d^2 r_2}{d\varphi_2^2} \geq 0$ $1+i_{12}-i_{12}i'_{12}+(i'_{12})^2 \geq 0$
再现函数 $y=f(x)$	主动轮 1	ρ_1, ρ_2 的计算公式同上, 注意 $i_{12} = \frac{k_1}{k_2 f'(x)}$	或 $k_1 k_2 [f'(x)]^3 + k_1^2 [f'(x)]^2 + 2[f''(x)]^2 - f'''(x)f'(x) \geq 0$ $1+i_{12}+i'_{12} \geq 0$
	从动轮 2		或 $k_2 [f'(x)]^3 + [k_1 + k_2 f'(x)] + f'(x)f''(x) - [f''(x)]^2 \geq 0$ $1+i_{12}-i_{12}i'_{12}+(i'_{12})^2 \geq 0$

上面各式中, $i'_{12} = \frac{di_{12}}{d\varphi_1}, i''_{12} = \frac{d^2 i_{12}}{d\varphi_1^2}, f'(x) = \frac{df(x)}{dx}, f''(x) = \frac{d^2 f(x)}{dx^2}, f'''(x) = \frac{d^3 f(x)}{dx^3}$

3 典型的非圆齿轮节曲线

公式, 表中的齿轮副中心距 a 都是给定的。

表 11.1-3 是一些典型的非圆齿轮副节曲线计算

表 11.1-4 是几种典型的非圆齿轮齿条传动的节曲线计算公式。

表 11.1-3 典型的非圆齿轮副节曲线

序号	运动要求及传动比	节曲线计算公式
1	传动比随主动轮转角均匀变化。在 $\varphi_1=0$ 时, $i_{12}=i_0$, $\varphi_1=\varphi_{1\max}$ 时, $i_{12}=i_m, i_m < i_0$, 而 $i_{12} = i_0 - k\varphi_1$ $k = \frac{i_0 - i_m}{\varphi_{1\max}}$	主动轮 1 $r_1 = \frac{a}{1+i_0-k\varphi_1}$ 从动轮 2 $r_2 = a \frac{i_0 - k\varphi_1}{1+i_0-k\varphi_1}$ $\varphi_2 = -\frac{1}{k} \ln \left(1 - \frac{k\varphi_1}{i_0} \right)$
2	要求的转角函数为 $\varphi_2 = (A+B\varphi_1^m)^n$ A, B, m, n 均为常数 传动比 $i_{12} = \frac{1}{Bmn\varphi_1^{m-1}(A+B\varphi_1^m)^{n-1}}$	主动轮 1 $r_1 = \frac{aBmn\varphi_1^{m-1}(A+B\varphi_1^m)^{n-1}}{Bmn\varphi_1^{m-1}(A+B\varphi_1^m)^{n-1}+1}$ 从动轮 2 $r_2 = \frac{a}{\frac{m-1}{B^{\frac{m-1}{m}} mn\varphi_2^{\frac{n-1}{n}} \left(\varphi_2^{\frac{1}{n}} - A \right)^{\frac{1}{m}+1}}$
3	要求的转角函数为 $\varphi_2 = m \ln(A+B\varphi_1^n)$ A, B, m, n 均为常数 传动比 $i_{12} = \frac{A+B\varphi_1^n}{Bmn\varphi_1^{n-1}}$	主动轮 1 $r_1 = \frac{aBmn\varphi_1^{n-1}}{Bmn\varphi_1^{n-1}+(A+B\varphi_1^n)}$ 从动轮 2 $r_2 = \frac{ae^{\frac{\varphi_2}{m}}}{e^{\frac{\varphi_2}{m}} + B^{\frac{1}{n}} mn \left(\frac{\varphi_2}{e^{\frac{\varphi_2}{m}} - A} \right)^{\frac{n-1}{n}}}$

(续)

序号	运动要求及传动比	节曲线计算公式
4	要求的转角函数为 $\varphi_2 = A^{\varphi_1}$ A 为常数 (A > 0) 传动比 $i_{12} = \frac{1}{A^{\varphi_1} \ln A}$	主动轮 1 $r_1 = \frac{a A^{\varphi_1} \ln A}{1 + A^{\varphi_1} \ln A}$ 从动轮 2 $r_2 = \frac{a}{\frac{\ln \varphi_2}{A^{\ln A} \ln A + 1}}$
5	要求的传动比为 $i_{12} = \frac{a}{r_{10} e^{\varphi_1/m}} - 1$ r ₁₀ 、m 为常数	主动轮 1 $r_1 = r_{10} e^{\frac{\varphi_1}{m}}$ 从动轮 2 $r_2 = (a - r_{10}) e^{-\frac{\varphi_2}{m}}$ 主、从动轮的节曲线都是对数螺线
6	要求再现的函数为 $y = kx^2 \quad x_1 \leq x \leq x_2$ k 为常数。令 $\varphi_1 = k_1(x - x_1)$ $\varphi_2 = k_2 k(x^2 - x_1^2)$ 则传动比 $i_{12} = \frac{k_1}{2k k_2 x}$ k、k ₁ 、k ₂ 为比例常数	主动轮 1 $r = \frac{a}{1 + \frac{k_1}{2k k_2 x}}$ $\varphi_1 = k_1(x - x_1)$ 从动轮 2 $r_2 = \frac{a k_1}{k_1 + 2k k_2 x}$ $\varphi_2 = k k_2(x^2 - x_1^2)$
7	要求再现的函数为 $y = \ln x \quad x_1 \leq x \leq x_2$ 令 $\varphi_1 = k_1(x - x_1)$ $\varphi_2 = k_2(\ln x - \ln x_1)$ 则传动比 $i_{12} = \frac{k_1 x}{k_2}$ k ₁ 、k ₂ 为比例常数	主动轮 1 $r_1 = \frac{a k_2}{k_1 x + k_2}$ $\varphi_1 = k_1(x - x_1)$ 从动轮 2 $r_2 = \frac{a k_1 x}{k_1 x + k_2}$ $\varphi_2 = k_2(\ln x - \ln x_1)$
8	要求再现的函数为 $y = \frac{A}{B - Cx} \quad x_1 \leq x \leq x_2$ A、B、C 为常数。令 $\varphi_1 = k_1(x - x_1)$ $\varphi_2 = k_2 \left(\frac{A}{B - Cx} - \frac{A}{B - Cx_1} \right)$ 则传动比 $i_{12} = \frac{k_1(B - Cx)^2}{k_2 AC}$ k ₁ 、k ₂ 为比例常数	主动轮 1 $r_1 = \frac{a A C k_2}{k_1(B - Cx)^2 + k_2 A C}$ $\varphi_1 = k_1(x - x_1)$ 从动轮 2 $r_2 = \frac{a k_1(B - Cx)^2}{k_1(B - Cx)^2 + k_2 A C}$ $\varphi_2 = k_2 \left(\frac{A}{B - Cx} - \frac{A}{B - Cx_1} \right)$

表 11.1-4 典型的非圆齿轮齿条节曲线

序号	运动要求及传动比	节曲线计算公式
1	要求的运动关系为 $S = (A + B\varphi_1^m)^n$ A、B、m、n 为常数 传动比 $i = B m n \varphi_1^{m-1} (A + B\varphi_1^m)^{n-1}$	齿轮 $r_1 = B m n \varphi_1^{m-1} (A + B\varphi_1^m)^{n-1}$ 齿条 $x = S = (A + B\varphi_1^m)^n$ $y = r_1 = B m n \varphi_1^{m-1} (A + B\varphi_1^m)^{n-1}$

(续)

序号	运动要求及传动比	节曲线计算公式
2	要求的运动关系为 $S = m \ln(A + B\varphi_1^n)$ A、B、m、n 为常数 传动比 $i = \frac{Bmn\varphi_1^{n-1}}{A + B\varphi_1^n}$	齿轮 $r_1 = \frac{Bmn\varphi_1^{n-1}}{A + B\varphi_1^n}$ 齿条 $\left. \begin{aligned} x &= S = m \ln(A + B\varphi_1^n) \\ y &= r_1 = \frac{Bmn\varphi_1^{n-1}}{A + B\varphi_1^n} \end{aligned} \right\}$
3	要求的运动关系为 $S = A\varphi_1$ A 为常数 (A > 0) 传动比 $i = A\varphi_1 \ln A$	齿轮 $r_1 = A\varphi_1 \ln A$ 齿条 $\left. \begin{aligned} x &= S = A\varphi_1 \\ y &= r_1 = A\varphi_1 \ln A \end{aligned} \right\}$
4	要求的运动关系为 $S = A\varphi_1 + B\sin\varphi_1$ A、B 为常数 传动比 $i = A + B\cos\varphi_1$	齿轮 $r_1 = A + B\cos\varphi_1$ 齿条 $\left. \begin{aligned} x &= A\varphi_1 + B\sin\varphi_1 \\ y &= A + B\cos\varphi_1 \end{aligned} \right\}$
5	要求的传动比 $i = r_{10} e^{\frac{\varphi_1}{m}}$	齿轮 $r_1 = r_{10} e^{\frac{\varphi_1}{m}}$ 齿条 $\left. \begin{aligned} x &= S = \int_0^{\varphi_1} r_1 d\varphi_1 = m(y - r_{10}) \\ y &= r_1 = r_{10} e^{\frac{\varphi_1}{m}} \end{aligned} \right\}$ 齿轮的节曲线为对数螺旋线, 齿条的节曲线则是通过 (x=0, y=r ₁₀) 点的直线, 它与 x 轴的夹角 $\delta = \arctan\left(\frac{1}{m}\right)$

(续)

4 节曲线封闭的条件

按上节计算出的非圆齿轮节曲线一般是不封闭的, 齿轮副只能在一定的转角范围内往复摆动。在实际的机构中, 常要求非圆齿轮副作连续的单向转动, 此时, 两非圆齿轮的节曲线都应是封闭的、连续的。节曲线封闭的条件见表 11.1-5。

表 11.1-5 非圆齿轮节曲线封闭的条件

运动要求	节曲线封闭的条件
实现传动比函数 $i_{12} = f(\varphi_1)$	1. 主动轮 1: $i_{12} = f(\varphi_1)$ 是 φ_1 的周期函数, 且在 $\varphi_1 = 0 \sim 2\pi$ 范围内, i_{12} 的变化周期数 n_1 是整数 2. 从动轮 2: 设要求在 $\varphi_2 = 0 \sim 2\pi$ 范围内, i_{12} 的变化周期数为整数 n_2 , 则应满足条件式 $\frac{2\pi}{n_2} = \int_0^{2\pi} \frac{1}{f(\varphi_1)} d\varphi_1$ $= \int_0^{2\pi} \frac{r_1(\varphi_1)}{a - r_1(\varphi_1)} d\varphi_1$

运动要求	节曲线封闭的条件
再现函数 $y = f(x)$	1. $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 是周期函数, 且在闭区间 $[x_1, x_2]$ 内的周期数 n_1 是整数 2. 比例常数 k_1, k_2 按下式计算 $k_1 = \frac{2\pi}{x_2 - x_1}$ $k_2 = \frac{2\pi}{f(x_2) - f(x_1)}$ 满足上述条件时, 自变量由 x_1 到 x_2 , 主、从动轮均回转一圈 (转角均为 2π), 节曲线的向径 r_1 则变化 n_1 周

5 常用的封闭非圆齿轮节曲线

5.1 椭圆类节曲线

各种阶数的椭圆齿轮传动是最常见的节曲线封闭的非圆齿轮。设主动轮 1 的节曲线是 n_1 阶椭圆, 齿轮的回转中心在它的一个焦点处, 则其方程式为

$$r_1 = \frac{p_1}{1 - k_1 \cos n_1 \varphi_1}$$

$$p_1 = A_1(1 - k_1^2)$$

式中 A_1 —— 椭圆的长轴半径;

k_1 —— 偏心率。

图 11.1-4 是 $n_1=1, 2, 3$ 的情形。 $n_1=1$ 时就是普通的椭圆。

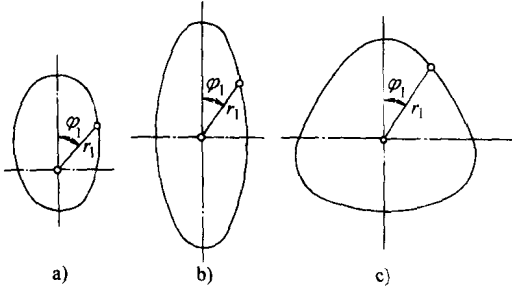


图 11.1-4 一阶、二阶、三阶椭圆

a) $n_1=1$ b) $n_1=2$ c) $n_1=3$

各阶椭圆当然都是封闭的。若要求从动轮 2 回转一

圈中向径 r_2 变化的周期数为整数 n_2 , 且令 $\frac{n_2}{n_1} = n$, 则可由表 11.1-5 的封闭条件式解得齿轮副应有的中心距 a :

$$a = A[1 + \sqrt{n^2 - k_1^2(n^2 - 1)}]$$

从动轮 2 的节曲线方程为

$$r_2 = \frac{p_2}{1 + k_2 \cos n_2 \varphi_2}$$

而

$$p_2 = \frac{n^2 p_1}{\sqrt{n^2 - k_1^2(n^2 - 1)}}$$

$$k_2 = \frac{k_1}{\sqrt{n^2 - k_1^2(n^2 - 1)}}$$

可见从动轮的节曲线是一个 n_2 阶椭圆。

转角函数关系为

$$\varphi_2 = \frac{2}{n_2} \arctan \left[\sqrt{\frac{a - p_1 + ak_1}{a - p_1 - ak_1}} \tan \frac{n_1 \varphi_1}{2} \right]$$

传动比为

$$i_{12} = \frac{k_1(k_1 - \cos n_1 \varphi_1) + (1 - k_1 \cos n_1 \varphi_1) \sqrt{n^2 - (n^2 - 1)k_1^2}}{1 - k_1^2}$$

主动轮节曲线的最小曲率半径及无内凹的条件分别为

$$\rho_{1\min} = \frac{p_1}{1 + k_1(n_1^2 - 1)}$$

$$k_1 \leq \frac{1}{n_1^2 - 1}$$

从动轮节曲线的最小曲率半径及无内凹的条件则为

$$\rho_{2\min} = \frac{p_2}{1 + k_2(n_2^2 - 1)}$$

$$k_2 \leq \frac{1}{n_2^2 - 1}$$

此两式还可化成

$$\rho_{2\min} = \frac{p_1 n^2}{\sqrt{n^2 - k_1^2(n^2 - 1)} + k_1(n^2 n_1^2 - 1)}$$

$$k_2 \leq \frac{1}{\sqrt{n^2 n_1^4 - 2n_1^2 + 1}}$$

把不同的 n, n_1, n_2 值代入, 就得到各种具体应用特例的计算公式。表 11.1-6 是 $n_1=1$, 即主动轮是普通椭圆的情形, 此时 $n=n_2$, 表中列出了 $n_2=1, 2, 3$ 的计算公式。

表 11.1-6 $n_1=1$ 的椭圆齿轮节曲线参数

计算参数	$n_2=1$	$n_2=2$	$n_2=3$
中心距 a	$a=2A_1$	$a=A_1(1 + \sqrt{4-3k_1^2})$	$a=A_1(1 + \sqrt{9-8k_1^2})$
齿轮 2 的节曲线	$r_2 = \frac{p_1}{1+k_1 \cos \varphi_2}$	$r_2 = \frac{4p_1}{\sqrt{4-3k_1^2} + k_1 \cos 2\varphi_2}$	$r_2 = \frac{9p_1}{\sqrt{9-8k_1^2} + k_1 \cos 3\varphi_2}$
转角函数	$\tan \frac{\varphi_2}{2} = \frac{1+k_1}{1-k_1} \tan \frac{\varphi_1}{2}$	$\tan \varphi_2 = \sqrt{\frac{a-p_1+ak_1}{a-p_1-ak_1}} \tan \frac{\varphi_1}{2}$	$\tan \frac{3\varphi_2}{2} = \sqrt{\frac{a-p_1+ak_1}{a-p_1-ak_1}} \tan \frac{\varphi_1}{2}$
传动比	$i_{12} = \frac{1-2k_1 \cos \varphi_1 + k_1^2}{1-k_1^2}$	$i_{12} = \frac{k_1^2 - k_1 \cos \varphi_1 + (1 - k_1 \cos \varphi_1) \sqrt{4-3k_1^2}}{1-k_1^2}$	$i_{12} = \frac{k_1^2 - k_1 \cos \varphi_1 + (1 - k_1 \cos \varphi_1) \sqrt{9-8k_1^2}}{1-k_1^2}$
最小曲率半径	主动轮 $\rho_{1\min} = p_1$ 从动轮 $\rho_{2\min} = p_1$	$\rho_{1\min} = p_1$ $\rho_{2\min} = \frac{4p_1}{\sqrt{4-3k_1^2} + 3k_1}$	$\rho_{1\min} = p_1$ $\rho_{2\min} = \frac{9p_1}{\sqrt{9-8k_1^2} + 8k_1}$
齿轮 2 无内凹部分的条件	—	$k_1 \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$	$k_1 \leq \frac{1}{\sqrt{8}}$

齿轮副的节曲线形状见图 11.1-5。 $n_2=1$ 时，从动轮 2 的节曲线是和主动轮相同的椭圆，只是极轴的方向相差 180° 。

表 11.1-7 是 $n=1$ 时的情形，此时 $n_1=n_2$ ，主、从动轮的节曲线是阶数和尺寸相同的椭圆。

$n_1=n_2=2$ 的二阶椭圆一般称为卵形齿轮，它在流量计中应用广泛。图 11.1-6 是两种卵形齿轮副的节曲线：图 a 的参数为 $A_1=30\text{mm}$ ， $k_1=0.15 < \frac{1}{3}$ ，满足无内凹部分的条件，图 b 的参数为 $A_1=30\text{mm}$ ， $k_1=0.7 > \frac{1}{3}$ ，不满足无内凹部分的条件，有明显的内凹。

图 11.1-7 是一种三阶椭圆齿轮副的节曲线，其参数为 $A_1=30\text{mm}$ ， $k_1=0.3$ ，因为 $k_1 > \frac{1}{8}$ ，所以有内凹。

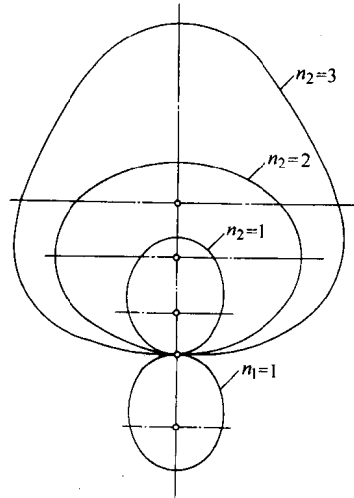


图 11.1-5 $n_1=1$ 的椭圆齿轮副的节曲线

表 11.1-7 $n=1, n_1=n_2=2, 3$ 的椭圆齿轮节曲线参数

计算参数		$n_1=n_2=2$	$n_1=n_2=3$
中心距		$a=2A$	
齿轮副的节曲线	主动轮 1	$r_1 = \frac{p_1}{1 - k_1 \cos 2\varphi_1}$	$r_1 = \frac{p_1}{1 - k_1 \cos 3\varphi_1}$
	从动轮 2	$r_2 = \frac{p_1}{1 + k_1 \cos 2\varphi_2}$	$r_2 = \frac{p_1}{1 + k_1 \cos 3\varphi_2}$
转角函数		$\tan \varphi_2 = \frac{1+k_1}{1-k_1} \tan \varphi_1$	$\tan \frac{3\varphi_2}{2} = \frac{1+k_1}{1-k_1} \tan \frac{3\varphi_1}{2}$
传动比		$i_{12} = \frac{1+k_1^2 - 2k_1 \cos 2\varphi_1}{1-k_1^2}$	$i_{12} = \frac{1+k_1^2 - 2k_1 \cos 3\varphi_1}{1-k_1^2}$
最小曲率半径 (两齿轮相同)		$\rho_{\min} = \frac{p_1}{1+3k_1}$	$\rho_{\min} = \frac{p_1}{1+8k_1}$
节曲线无内凹部分的条件 (两齿轮相同)		$k_1 \leq \frac{1}{3}$	$k_1 \leq \frac{1}{8}$

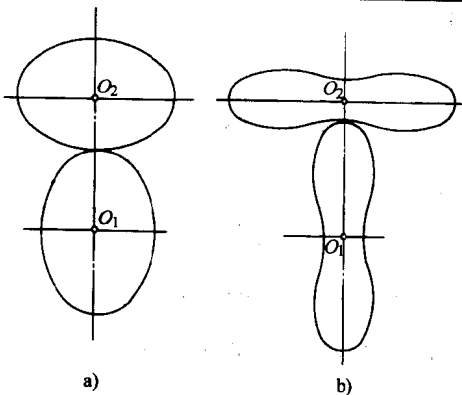


图 11.1-6 卵形齿轮副

a) $A_1=30\text{mm}, k_1=0.15$ b) $A_1=30\text{mm}, k_1=0.7$

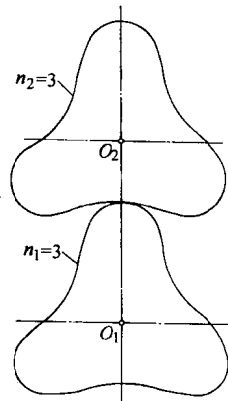


图 11.1-7 三阶椭圆齿轮副

($A_1=30\text{mm}, k_1=0.3$)

5.2 变性椭圆节曲线

变性椭圆是由几段阶数不同的椭圆组成的封闭曲线,图 11.1-8 是由两段曲线组成的:

第一段 $0 \leq \varphi_1 \leq \frac{\pi}{m_{11}}$, 曲线为 m_{11} 阶椭圆, m_{11} 可以不是整数,其方程式为

$$r_{11} = \frac{\rho_1}{1 - k_1 \cos m_{11} \varphi_1}$$

第二段 $\frac{\pi}{m_{11}} \leq \varphi_1 \leq 2\pi$, 曲线为 m_{12} 阶椭圆,其方程式为

$$r_{12} = \frac{\rho_1}{1 - k_1 \cos [m_{12} (2\pi - \varphi_1)]}$$

为了使整个曲线封闭, m_{11} 与 m_{12} 应满足条件

$$m_{12} = \frac{m_{11}}{2m_{11} - 1}$$

m_{12} 也不一定是整数。

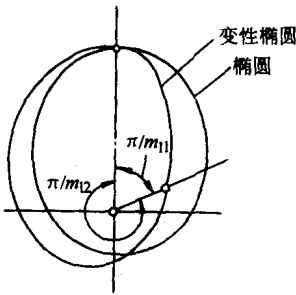


图 11.1-8 变性椭圆

在 $\varphi_1 = 0, \frac{\pi}{m_{11}}, 2\pi$ 处, 两段曲线的向径相同, 而且曲线相切, 所以是连续而封闭的。

以此变性椭圆为主动轮 1 的节曲线, 设要求主动轮转一圈时从动轮也转一圈, 且

$$n = \frac{m_{11}}{m_{21}} = \frac{m_{12}}{m_{22}} = 1$$

则从动轮的节曲线也由两段曲线组成, 它们的方程式为

$$r_{21} = \frac{\rho_1}{1 + k_1 \cos m_{11} \varphi_1}$$

$$r_{22} = \frac{\rho_1}{1 + k_1 \cos [m_{12} (2\pi - \varphi_2)]}$$

中心距 $a = 2A_1$

从动轮的节曲线形状和主动轮一样。

第一段的转角函数及传动比为

$$\tan \frac{m_{11} \varphi_2}{2} = \frac{1 + k_1}{1 - k_1} \tan \frac{m_{11} \varphi_1}{2}$$

$$i_{12} = \frac{1 + k_1^2 - 2k_1 \cos m_{11} \varphi_1}{1 - k_1^2}$$

第二段的转角函数及传动比为

$$\tan \frac{m_{12} (2\pi - \varphi_2)}{2} = \frac{1 + k_1}{1 - k_1} \tan \frac{m_{12} (2\pi - \varphi_1)}{2}$$

$$i_{12} = \frac{1 + k_1^2 - 2k_1 \cos m_{12} (2\pi - \varphi_1)}{1 - k_1^2}$$

由上面诸式, 传动比的最大值及最小值为

$$i_{12\max} = \frac{1 + k_1}{1 - k_1}$$

$$i_{12\min} = \frac{1 - k_1}{1 + k_1}$$

给定最大、最小传动比的比值 $\frac{i_{12\max}}{i_{12\min}}$, 就可以求得应有的偏心率 k_1 ,

$$k_1 = \frac{\sqrt{\frac{i_{12\max}}{i_{12\min}} - 1}}{\sqrt{\frac{i_{12\max}}{i_{12\min}} + 1}}$$

节曲线上无内凹部分的条件为

$$k_1 \leq \frac{1}{m_{11}^2 - 1} \text{ 及 } k_1 \leq \frac{1}{m_{12}^2 - 1}$$

例如, 要求 $\frac{i_{12\max}}{i_{12\min}} = 6$, 取 $m_{11} = 1.5$, 则可以算得 $m_{12} = 0.75, k_1 = 0.4202$, 满足无内凹的条件。此非圆齿轮副的 $i_{12} - \varphi_1$ 曲线如图 11.1-9 中的实线所示, 由图可知, 变性椭圆齿轮副的传动比 i_{12} 与转角 φ_1 不对称, $i_{12\max}$ 在 $\varphi_1 = \pi/m_{11}$ 处。利用这个特性可以设计出不对称运动要求的非圆齿轮副, 这是它的特点。

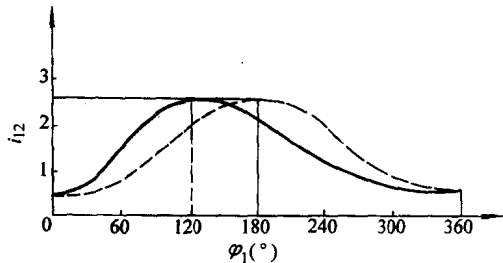


图 11.1-9 变性椭圆副的 $i_{12} - \varphi_1$ 曲线

5.3 偏心圆齿轮及与其共轭的非圆齿轮

主动轮的节曲线是一个偏心圆, 其半径为 R , 偏心距为 e , 偏心率 $\epsilon = \frac{e}{R}$, 相对于其回转中心 O_1 来说, 它也是一个非圆齿轮(图 11.1-10)。

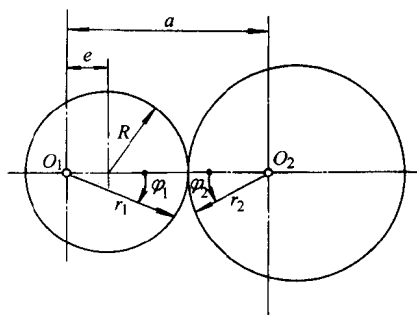


图 11.1-10 偏心圆齿轮

偏心圆节曲线的方程为

$$r_1 = R(\sqrt{1 - \epsilon^2 \sin^2 \varphi_1} + \epsilon \cos \varphi_1)$$

它当然是封闭、全凸的，周期数 $n_1=1$ 。设要求从动轮 2 一转中 r_2 的变化周期数为 n_2 ，则由表 11.1-5，齿轮 2 节曲线封闭的条件式为

$$\frac{2\pi}{n_2} = \int_0^{2\pi} \frac{1 - \epsilon^2}{\frac{a}{R}(\sqrt{1 - \epsilon^2 \sin^2 \varphi_1} - \epsilon \cos \varphi_1) - (1 - \epsilon^2)} d\varphi_1 \quad (a)$$

由此式解出中心距 a 。

齿轮 2 的节曲线方程为

$$\left. \begin{aligned} r_2 &= a - r_1 = a - R(\sqrt{1 - \epsilon^2 \sin^2 \varphi_1} + \epsilon \cos \varphi_1) \\ \varphi_2 &= \int_0^{\varphi_1} \frac{a}{a - \sqrt{R^2 - \epsilon^2 \sin^2 \varphi_1} - \epsilon \cos \varphi_1} d\varphi_1 - \varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

齿轮副的传动比为

$$i_{12} = \frac{a - \epsilon \cos \varphi_1 - \sqrt{R^2 - \epsilon^2 \sin^2 \varphi_1}}{\epsilon \cos \varphi_1 + \sqrt{R^2 - \epsilon^2 \sin^2 \varphi_1}}$$

式(a)、(b)中的积分式可以用数值积分法求解。对于式(a)，还可以用下式近似解得中心距 a ：

$$a = dR = R(1 + n_2) \times \left[1 - \frac{(n_2 - 2)\epsilon^2}{4n_2} + \frac{(-3n_2^3 + 2n_2^2 + 12n_2 + 24)\epsilon^4}{64n_2^3} \right]$$

也可由表 11.1-8 查出不同 n_2 、 ϵ 值时的 d 值。

表 11.1-8 不同 n_2 、 ϵ 值时的 d 值

$\epsilon \backslash n_2$	1	2	3	4	5
0.1	2.00498	3.0000	3.99666	4.99375	5.99099
0.2	2.01976	3.0000	3.98663	4.97490	5.96381
0.3	2.04379	2.99999	3.96978	4.94318	5.91804
0.4	2.07632	2.99995	3.94595	4.89812	5.85286
0.5	2.11637	2.99980	3.91476	4.83870	5.76701

齿轮 2 的节曲线无内凹部分的条件为

$$\frac{(n_2 + 1)(n_2 - 2)}{4n_2} \epsilon^3 + \epsilon^2 - (n_2 - 1)\epsilon + 1 \geq 0$$

由上式可见，当 $n_2=1, n_2=2, n_2=3$ 时，偏心率 ϵ 可以任意选取，都能满足无内凹的条件， $n_2=4$ 时， $\epsilon \leq 0.40$ ； $n_2=5$ 时， $\epsilon \leq 0.27$ 。

从动轮 2 节曲线的最小曲率半径取下面两式中数值小的一个：

$$(\rho_{2\min})_1 = R(R - \epsilon) \frac{a - (R - \epsilon)}{(R - \epsilon)^2 + ae}$$

$$(\rho_{2\min})_2 = R(R + \epsilon) \frac{a - (R + \epsilon)}{(R + \epsilon)^2 - ae}$$

第 2 章 非圆齿轮的设计

1 非圆齿轮的齿廓

非圆齿轮的齿廓可以这样形成(图 11.2-1)：设一对非圆齿轮的节曲线 I、II 某瞬时相切在 P 点，在两节曲线之间放入一假想的工具齿条，它的节线和节曲线 I、II 也相切在 P 点。当 I、II 作纯滚动时，齿条的节线也和它们作纯滚动(齿条平移并有转动)。齿条的齿廓和齿轮 1 共轭，包络出齿廓 1；同样，齿条齿廓和齿轮 2 共轭，包络出齿廓 2。根据齿廓啮合基本定理，齿条齿廓和齿廓 1 的切点处的法线应通过该瞬时的节点 P。同样，齿条齿廓和齿廓 2 的切点处的法线也应通

过节点 P，所以齿廓 1、2 和齿条齿廓有共同的切点。因此，若抽去齿条而由齿廓 1 直接和齿廓 2 接触传动，是能够保证节曲线 I、II 的纯滚动关系的。

由上可知，非圆齿轮的齿廓是由齿条刀具的节线和齿轮节曲线作纯滚动时齿条的齿廓包络而成的。非圆齿轮也可用插齿刀加工，它的齿廓形成原理和齿条刀具类似。下面分析用直廓齿条刀具加工的非圆齿轮齿廓。

图 11.2-2 是用直廓齿条刀具加工非圆齿轮的情形。取三个坐标系： $(P-x, y)$ ——固定坐标系； (O_1-x_1, y_1) ——与齿轮固联的坐标系； (O_3-x_3, y_3) ——与

齿条刀具固联的坐标系。在加工过程中,齿条刀向左平移。齿轮绕中心 O_1 转动,同时 O_1 沿 y 轴上下移动。已知非圆齿轮的节曲线方程为 $r=r(\varphi)$,在某个瞬时,齿条节线和齿轮节曲线相切于 b 点, $O_1b=r$, O_1b 与 x 轴的夹角为 μ , 齿轮的转角为 θ , 则此时的中心距 $a=r\sin\mu$ 。

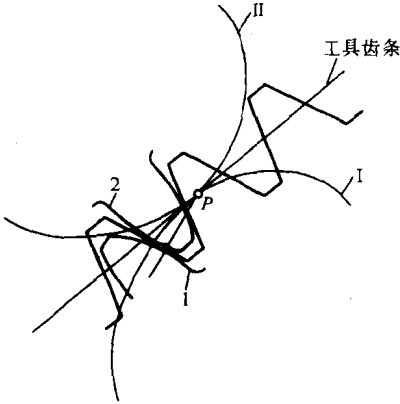


图 11.2-1 非圆齿轮的齿廓形成

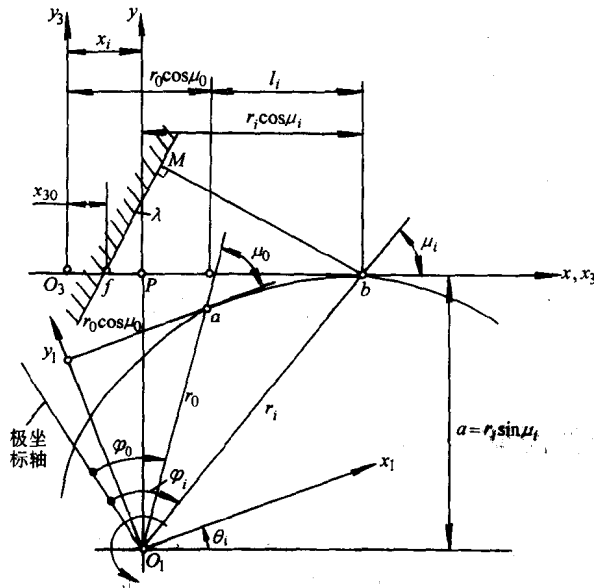


图 11.2-2 用直廓齿条刀具加工非圆齿轮

在起始位置: O_3 与 P 重合, y_3 与 y 轴重合, 又转角 $\theta_i=0$, 此时的 μ, r_i 用 μ_0, r_0 表示, 则起始位置的中心距为 $a_0=r_0\sin\mu_0$ 。

齿条的直线齿廓在 (O_3-x_3, y_3) 中的方程为

$$\left. \begin{aligned} x_3 &= x_{30} + \lambda \sin \alpha_0 \\ y_3 &= \lambda \cos \alpha_0 \end{aligned} \right\}$$

式中 α_0 ——直线齿廓的齿形角;

x_{30} ——齿条齿廓与节线的交点到 O_3 的距离;

λ ——参变数, 其意义见图, $\lambda=fM$ 。

接触点 M 应满足的条件式为

$$l_i = \frac{\lambda}{\sin \alpha_0} - r_0 \cos \mu_0 + x_{30}$$

而

$$l_i = \int_{\varphi_0}^{\varphi_i} \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2} d\varphi$$

$$\tan \mu_i = \frac{r_i}{\left|\frac{dr}{d\varphi}\right|_{r_i}}$$

$$x_i = l_i - r_i \cos \mu_i + r_0 \cos \mu_0$$

$$\theta_i = \varphi_i + \mu_i - (\varphi_0 + \mu_0)$$

啮合线的方程式为

$$\left. \begin{aligned} x &= x_{30} + \lambda \sin \alpha_0 - x_i \\ y &= \lambda \cos \alpha_0 \end{aligned} \right\}$$

齿轮齿廓的方程式为

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x \cos \theta_i + y \sin \theta_i + r_i \sin \mu_i \sin \theta_i \\ y_1 &= -x \sin \theta_i + y \cos \theta_i + r_i \sin \mu_i \cos \theta_i \end{aligned} \right\}$$

确定一个 φ_i 角, 可由上列各式算出 x_1, y_1 , 依次变化 φ_i , 就可得到加工出来的非圆齿轮齿廓。

齿轮齿廓在 M 点处的曲率半径 ρ 为

$$\rho = \overline{Mb} + \rho_{p1} \sin \alpha_0$$

式中 ρ_{p1} ——节曲线在 b 点的曲率半径。

和加工圆齿轮时一样, 非圆齿轮在齿槽的根部也有过渡曲线, 它是加工过程中齿条刀具角在齿轮上的包络。

2 压力角

图 11.2-3 是非圆齿轮节曲线上的齿廓在 P 点接触传动的情形。齿廓在 P 点的法线和节曲线在 P 点的切线的夹角就是齿条刀具的齿形角 α_0 , 而 P 点的压力角 α_{12} 应是从动轮在 P 点处的绝对速度 v_p 与其齿廓法向力之间的夹角。则在主动轮 1 以右侧齿廓传动时(图 a), 齿轮 1 顺时针方向转动, 节曲线 $r_1=r_1(\varphi_1)$ 中的 φ_1 角应逆时针方向计量, 所以右侧齿廓的压力角 α_{12} 为

$$\alpha_{12} = \mu_1 + \alpha_0 - \frac{\pi}{2}$$

式中 μ_1 为 P 点的节曲线的切线正方向 (φ_1 加大的方向) 与向径之间的夹角

$$\tan \mu_1 = \frac{r_1}{\frac{dr_1}{d\varphi_1}} = -\frac{1+i_{12}}{i_{12}}$$

如果主动轮 1 以左侧齿廓传动, ω_1 的转向及 φ_1 的计量方向均相反, 如图 b 中的实线所示, 则压力角 α_{12} 为

$$\alpha_{12} = \mu_1 + \alpha_0 - \frac{\pi}{2}$$

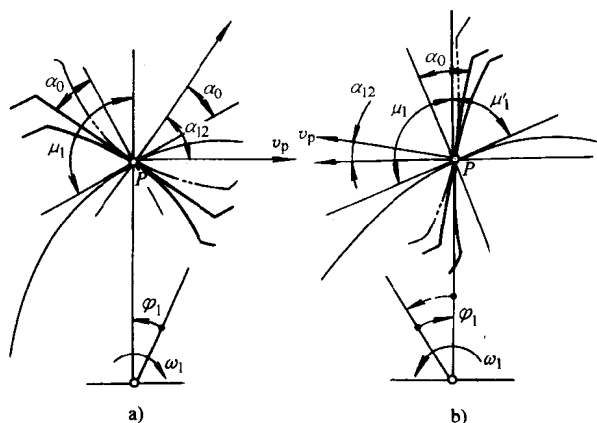


图 11.2-3 非圆齿轮传动的压力角

a) 右侧齿廓传动 b) 左侧齿廓传动

如果 φ_1 角的计量方向和图 a 一样, 见图 b 的双点划线, 则

$$\alpha_{12} = -\mu_1 + \alpha_0 + \frac{\pi}{2}$$

实际上, 因 $\mu_1 + \mu_1' = \pi$, 所以上面两式的结果是一样的。

非圆齿轮节曲线上各点齿廓的压力角是不同的, α_{12} 大时, 传递同样转矩时的作用力就大, 轴承承受的压力也相应增大。 α_{12} 过大甚至可能产生自锁, 使齿轮副无法传动, 为了保证非圆齿轮的传动性能, 一般要求 $45^\circ \leq \mu_1 \leq 135^\circ$, 此时最大的压力角 α_{12max} 不超过 65° 。设计非圆齿轮时要进行必要的验算。

几种常用的节曲线的非圆齿轮压力角计算公式见表 11.2-1, 其中各个参数的意义和前面有关部分相同, 可以参看。

表 11.2-1 几种常用节曲线的非圆齿轮传动压力角

节曲线型式	压力角计算公式
主动轮为椭圆 $n_1 = 1$	$\alpha_{12max} = \arctan\left(-\frac{\sqrt{1-k_1^2}}{k_1}\right) + \alpha_0 - \frac{\pi}{2}$ $\alpha_{12min} = \arctan\left(\frac{\sqrt{1-k_1^2}}{k_1}\right) + \alpha_0 - \frac{\pi}{2}$
主动轮为 n_1 阶椭圆	$\alpha_{12max} = \arctan\left(-\frac{\sqrt{1-k_1^2}}{n_1 k_1}\right) + \alpha_0 - \frac{\pi}{2}$ $\alpha_{12min} = \arctan\left(\frac{\sqrt{1-k_1^2}}{n_1 k_1}\right) + \alpha_0 - \frac{\pi}{2}$
主动轮为偏心圆齿轮	$\alpha_{12max} = \arctan\left(-\frac{\sqrt{1-\epsilon^2}}{\epsilon}\right) + \alpha_0 - \frac{\pi}{2}$ $\alpha_{12min} = \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\epsilon^2}}{\epsilon}\right) + \alpha_0 - \frac{\pi}{2}$

3 非圆齿轮的根切校验

和加工圆齿轮时相似, 在用齿条刀具和插齿刀加工非圆齿轮时, 在节曲线曲率半径小的部位也可能发生根切, 削弱了轮齿的强度, 这是应该避免的, 在设计时应进行必要的校验。不发生根切的条件如下:

用齿条刀加工时

$$h_a^* m \leq \rho_{min} \sin^2 \alpha_0$$

用插齿刀加工时

$$m^2 h_{a0}^* (z_0 + h_{a0}^*) - \rho_{min} \sin^2 \alpha_0 (m z_0 + \rho_{min}) \leq 0$$

式中 ρ_{min} ——齿轮节曲线的最小曲率半径;

α_0 ——刀具的齿形角;

h_a^* ——齿条刀齿顶非修缘部分的齿顶高系数, 一般 $h_a^* = 1$;

h_{a0}^* ——插齿刀的齿顶高系数;

z_0 ——插齿刀的齿数;

m ——齿轮的模数。

由此还可以得到用齿条刀加工时不产生根切允许的齿轮最大模数为

$$m_{max} \leq \frac{\rho_{min} \sin^2 \alpha_0}{h_a^*}$$

4 节曲线不封闭的非圆齿轮设计

非圆齿轮的基本参数见表 11.2-2。

表 11.2-2 非圆齿轮的基本参数

参数名称	符号	计算公式	说明
模数	m	—	按非圆齿轮的负载情况及机构尺寸, 参考类似的圆柱齿轮选择一个标准值
刀具齿形角	α_0	—	一般 $\alpha_0 = 20^\circ$
轮齿在节曲线上的节距	p	$p = \pi m$	
轮齿在节曲线上的弧齿厚	s	$s = \frac{1}{2} p$ $= \frac{1}{2} \pi m$	
齿顶高	h_a	$h_a = h_a^* m$	h_a^* ——齿顶高系数; h_f^* ——齿根高系数; c^* ——顶隙系数。
齿根高	h_f	$h_f = h_f^* m$ $= (h_a^* + c^*) m$	一般 $h_a^* = 1, c^* = 0.25$ $h_f^* = 1.25$

非圆齿轮的齿顶高应在节曲线的法线方向计量, 所以非圆齿轮的齿顶曲线理论上是其节曲线的法向等距线, 法向距离为 h_a 。实际上, 由于齿顶高的精度要求不高, 为了便于加工, 可以采用别的近似曲线代替。

设计非圆齿轮和设计圆齿轮的一个重要区别是要精确确定其轮齿位置, 现说明如下。

已知节曲线的极坐标方程为 $r=r(\varphi)$, 则其弧长为

$$l = \int_{\varphi_0}^{\varphi} \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2} d\varphi$$

在节曲线 1 上选定一个点 I_1 作为起点, 通过计算弧长按节距 p 及弧齿厚 s 依次确定各个轮齿左右侧在节曲线上的位置 I_2, I_3, \dots (图 11.2-4), 并计算出节曲线在有效工作段内的总齿数。齿轮 2 上的起点 II_1 是节曲线 2 上和节曲线 1 的 I_1 相切的点, 同样通过计算节曲线 2 的弧长依次确定 II_2, II_3, \dots 。注意若 I_1, I_2 是齿轮 1 上一个轮齿的齿厚, 则相应的 II_1, II_2 应是齿轮 2 上的一个齿槽宽。

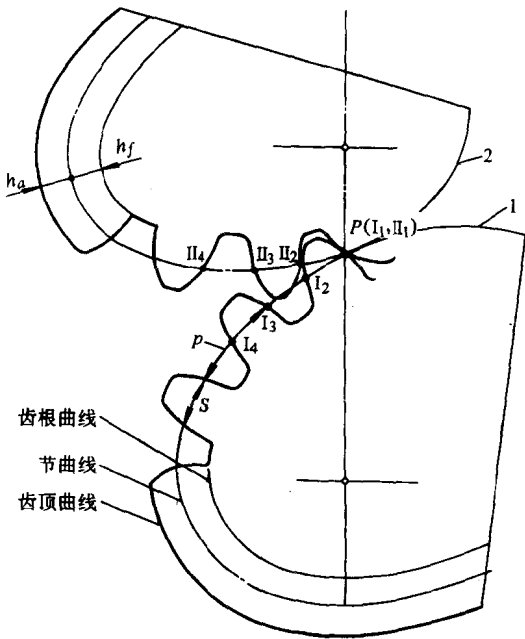


图 11.2-4 节曲线不封闭的非圆齿轮

在非圆齿轮的工作图上, 应标明第一个轮齿的位置。

5 节曲线封闭的非圆齿轮设计

这种齿轮副的节曲线一般按下列步骤计算:

- 1) 给定封闭的主动轮节曲线方程 $r=r_1(\varphi_1)$, 确定其一圈中 r_1 的变化周期数 n_1 ;
- 2) 由传动要求确定从动轮一圈中 r_2 的变化周期

数 n_2 , 按表 11.1-5 的条件式计算非圆齿轮副应有的中心距 a ;

3) 计算从动轮的节曲线;

4) 由公式 $i_{12} = \frac{a}{r_1(\varphi_1)} - 1$ 计算齿轮副的传动比。

封闭节曲线非圆齿轮的基本参数和不封闭的相同, 见表 11.2-2。它的设计特点是要考虑节曲线上轮齿的均布问题: 设齿轮的齿数为 z 、模数为 m , 则封闭节曲线的周长 L 必须满足下式, 才能保证轮齿在节曲线上均匀分布:

$$L = zp = \pi mz$$

一般说来, 随意设计确定的一个节曲线是很少恰好满足这个条件的。为此, 设计时要通过改变节曲线的某些参数或者改变齿数、模数等重复进行计算, 直到满足条件为止。

表 11.2-3 是几种常用的非圆齿轮封闭节曲线的周长计算公式。

表 11.2-3 常用非圆齿轮封闭节曲线的周长计算公式

节曲线类型	周长计算公式
n 阶椭圆 A ——长轴半径 k ——偏心率	$L = 4nAM \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - K^2 \sin^2 \psi} d\psi$ <p>式中 $M = \frac{\sqrt{1 + k^2(n^2 - 1)}}{n}$ $K = \frac{nk}{\sqrt{1 + k^2(n^2 - 1)}}$</p>
椭圆 ($n = 1$)	$L = 4A \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi} d\psi$
卵形线 ($n = 2$)	$L = 4A \sqrt{1 + 3k^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \frac{4k^2}{1 - 3k^2} \sin^2 \psi} d\psi$
偏心圆及与其共轭的非圆齿轮节曲线	<p>偏心圆 $L_1 = 2\pi R$</p> <p>共轭齿轮节曲线 $L_2 = n_2 L_1 = 2\pi n_2 R$</p>

下面以椭圆齿轮为例说明节曲线封闭的非圆齿轮的设计方法: 由表 11.2-3, 椭圆节曲线的周长 $L_1 = 4A \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k_1^2 \sin^2 \psi} d\psi$, 它必须等于 $\pi m z$, 如果不相等, 则要对节曲线作一定的修正。例如, 若保持 k_1 不变, 则可由 $L_1 = \pi m z$ 的条件由周长计算式解出 A_1 来, 把此值作为椭圆的长轴半径, 中心距 $a = 2A_1$ 也要作相应的修正。

椭圆齿轮的齿数 z 一般设计成奇数。此时, 如果在

长轴的一端做一个轮齿,它的另一端就恰好是一个齿槽,而且齿轮副的两个椭圆齿轮完全一样,加工调整比较方便。

椭圆齿轮的齿顶曲线通常也做成椭圆,它的长、短轴半径分别比节曲线的长、短轴半径大一个齿顶高 h_a 。

下面举几个设计实例。

【例1】椭圆齿轮副

设计一对椭圆齿轮,其齿数 $z_1 = z_2 = 41$,模数 $m = 3\text{mm}$,偏心率 $k_1 = 0.2588$,刀具齿形角 $\alpha_0 = 20^\circ$

椭圆的周长 L_1 必须等于 $\pi m z_1$, 即 $L_1 = 386.4159\text{mm}$,由表 11.2-3 可以解得 $A_1 = 62.5592\text{mm}$,于是 $p_1 = A_1(1 - k_1^2) = 58.3691\text{mm}$,把它们代入椭圆节曲线方程即可算出主动轮的 (r_1, φ_1) ,从动轮的节曲线与主动轮相同。齿轮副的中心距 $a = 2A_1 = 125.1185\text{mm}$ 。

齿轮副的压力角为: $\alpha_{12\max} = 47.77^\circ$, $\alpha_{12\min} = -7.77^\circ$,可以使用。

椭圆节曲线上没有内凹部分。

【例2】卵形齿轮副

设计一对 $n=1, n_1 = n_2 = 2$ 的卵形齿轮,其齿数 $z_1 = z_2 = 54$,模数 $m = 1\text{mm}$,偏心率 $k_1 = 0.2$,刀具齿形角 $\alpha_0 = 20^\circ$ 。

卵形曲线的周长 L_1 必须满足 $L_1 = \pi m z_1 = 169.6460\text{mm}$,由表 11.2-3 卵形齿轮节曲线周长的计算公式可得

$$L_1 = 4.23320A_1 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - 0.1428571 \sin^2 \varphi_1} d\varphi_1$$

由此可以解得

$$A_1 = 26.48646\text{mm}$$

则 $p_1 = A_1(1 - k_1^2) = 25.42700\text{mm}$

齿轮副的中心距 $a = 2A_1 = 52.97292\text{mm}$

由 p_1 和 k_1 值可以写出卵形曲线的方程式并算出其尺寸。从动轮的节曲线和主动轮相同。

齿轮副的压力角为 $\alpha_{12\max} = 42.208^\circ$, $\alpha_{12\min} = -2.208^\circ$,可以使用。

由于 $z_1 = z_2 = 54$,若节曲线长轴的两端分别是两个轮齿的对称线的话,其短轴的两端就分别是两个齿槽的对称线。这样,主、从动轮不仅节曲线相同,而且轮齿分布也完全是一样的。

【例3】与偏心圆齿轮共轭的非圆齿轮

设偏心圆齿轮的齿数 $z_1 = 32$,模数 $m = 2\text{mm}$,偏心量 $e = 6.4\text{mm}$,刀具齿形角 $\alpha_0 = 20^\circ$,要求从动轮的 $n_2 = 1$,即 $z_2 = z_1$ 。

由上列数值可得, $R = \frac{1}{2} m z_1 = 32\text{mm}$,偏心率 $e = \frac{6.4}{32} = 0.2$ 。由于 $n_2 = 1$,由表 11.1-8 查得 $d = 2.01976$,即齿轮副的中心距为 $a = dR = 64.6323\text{mm}$ 。

齿轮副的压力角为 $\alpha_{12\max} = 34.478^\circ$, $\alpha_{12\min} = 5.522^\circ$,可以使用。接着就可以由 1.5.3 节的公式计算非圆齿轮的节曲线了。

$z_1 = z_2 = 32$ 是偶数,若偏心圆齿轮向径 r_1 最大和最小处分别是两个轮齿的对称线的话,非圆齿轮的向径 r_2 最大、最小处应分别是两个齿槽的对称线。轮齿位置的要求应该在工作图上标明。

6 非圆齿轮的计算机辅助设计(CAD)

非圆齿轮的设计计算比较复杂,而且有节曲线计算、凸性校验、曲率半径计算、压力角及根切校验、轮齿的位置及等分性等很多步骤。这种工作由电子计算机来进行是比较有利的。目前已经出现了一些用计算机辅助设计非圆齿轮的软件,图 11.2-5 是一个典型的非圆齿轮 CAD 流程图。

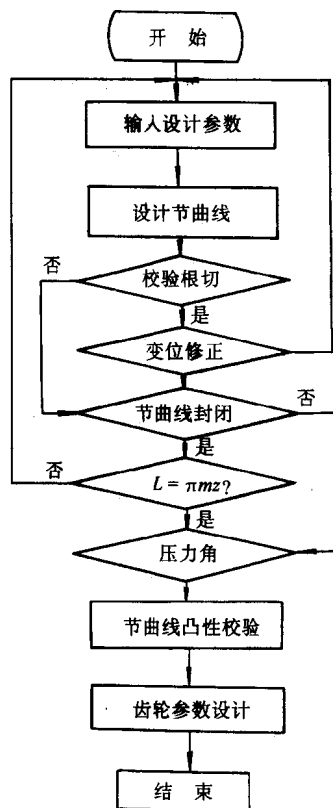


图 11.2-5 非圆齿轮 CAD 流程图

流程中除了变位修正一栏外,前面都已讲过,下面对变位修正作一说明。

如果非圆齿轮节曲线的最小曲率半径 ρ_{\min} 过小,校验后发现加工时会出现根切的话,就可以和圆齿轮一样采用变位的设计方法,即把会根切的非圆齿轮设计成正变位的,设变位系数为 $+x$,为了保证非圆齿轮副传动时的节曲线和设计时的节曲线一样,中心距不能改变,齿轮副中的另一个齿轮就应设计成负变位的,且变位系数为 $-x$ 。由此可见,如果另一个齿轮在采用负变位后会造成根切的话,变位设计法就不能应用,而

只能适当改变原始的设计参数以避免根切。

齿轮经变位后,它的模数 m 、节距 p 及刀具齿形角 α_0 均保持不变,节曲线上的弧齿厚成为

$$s = \frac{1}{2}\pi m + 2x m \tan \alpha_0$$

齿顶高为

$$h_a = (h_a^* + x)m$$

齿根高为

$$h_f = (h_a^* + c^* - x)m$$

x 分别用正、负值代入,就得到正、负变位的非圆齿轮参数了。

第 3 章 非圆齿轮轮系

在有些情况下,单对非圆齿轮可能难以实现要求的运动关系,如

1) 当要求实现的传动比函数 $i_{12} = f(\varphi_1)$ 变化很大或要求再现的函数 $y = f(x)$ 在区间 $x_1 \leq x \leq x_2$ 内变化很大时,非圆齿轮节曲线的向径尺寸变化也很大,从而使非圆齿轮的压力角变化很大,传动性能变差,甚至根本无法实现。

2) 一对非圆齿轮只能再现单调递增的函数 $y = f(x)$,即 $f'(x)$ 总是正的,若函数是非单调递增的,如 $y = \sin x$ 之类, $f'(x)$ 将出现负值,计算出的齿轮向径也将为负值,这是不可能实现的。

为了解决这些问题,可以考虑采用非圆齿轮轮系。

1 定轴轮系

1.1 运动关系及节曲线计算

图 11.3-1 是由两对非圆齿轮(1、2 及 3、4)组成的定轴轮系。运动由 I 轴输入, III 轴输出。设四个非圆齿轮的转角分别用 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ 表示, $\varphi_2 = \varphi_3$, 所以转角关系为

$$\varphi_2 = f_1(\varphi_1)$$

$$\varphi_4 = f_2(\varphi_3) = f_2(f_1(\varphi_1)) = F(\varphi_1)$$

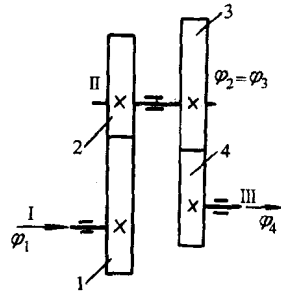


图 11.3-1 非圆齿轮定轴轮系

利用这个关系可以设计出各种定轴的非圆齿轮轮系。

为了使非圆齿轮计算和加工比较方便,最好能使两对非圆齿轮做得一样,即轮 3 与轮 1 相同,轮 4 与轮 2 相同。此时,当齿轮 2 与 1 的转角关系表示为 $\varphi_2 = f(\varphi_1)$ 时,齿轮 4 的转角应表示为

$$\varphi_4 = F(\varphi_1) = f(f(\varphi_1))$$

这就是轮系的转角关系应满足的条件式。表 11.3-1 是满足此条件的几种 $f(\varphi_1), F(\varphi_1)$ 函数的形式。

表 11.3-1 满足条件 $F(\varphi_1) = f(f(\varphi_1))$ 的一些函数

序号	转角函数 $\varphi_1 = F(\varphi_1)$	转角函数 $\varphi_2 = f(\varphi_1)$
1	$\varphi_1 = \frac{1}{m} [\arctan(A \tan m \varphi_1)]$	$\varphi_2 = \frac{1}{m} [\arctan(\sqrt{A} \tan m \varphi_1)]$
2	$\varphi_1 = A \varphi_1^n$	$\varphi_2 = a^{1 + \frac{1}{\sqrt{n}}} \varphi_1^{\sqrt{n}}$