

427538

中學教學法叢書



中學 幾何 教學法

王本午
查鼎盛 編著

叢書

廣西人民出版社

中南礦冶學院



圖書館藏

·中学教学法丛书·

中学几何教学法

查 鼎 盛 编 著
王 本 午

广西人民出版社

中学教学法丛书

中学几何教学法

查鼎盛 王本午 编著

责任编辑 刘 恒

☆

广西人民出版社出版

(南宁市河堤路14号)

广西新华书店发行 广西民族印刷厂印刷

★

开本787×1092 1/32 印张9.625 字数214,000

1981年12月第1版 1981年11月第1次印刷

印 数 1—205,000 册

书号: 7113·413 定价: 0.73 元

编辑说明

本书第一、四两章由查鼎盛同志所写；第二、三两章由王本午同志所写。全书由广西师范学院数学系主任麦雨农教授审订。

目 录

第一章 绪论	(1)
--------	-------

第一节 中学几何教材的特点	(2)
---------------	-------

一 初等几何教材的特点	(2)
-------------	-------

二 解析几何教材的特点	(5)
-------------	-------

第二节 几何教学中应注意的几个问题	(7)
-------------------	-------

一 用唯物辩证观点阐述教学内容	(7)
-----------------	-------

二 坚持理论联系实际	(10)
------------	--------

三 注意空间想像能力的培养	(12)
---------------	--------

四 注意逻辑思维能力的培养	(18)
---------------	--------

五 注意教学的直观性	(22)
------------	--------

六 提高练习质量	(25)
----------	--------

七 注意复习巩固	(30)
----------	--------

第三节 几何证明的逻辑方法	(31)
---------------	--------

一 几何证明的涵义与结构	(31)
--------------	--------

二 证明的规则	(32)
---------	--------

三 几何证明中常用的逻辑方法	(34)
----------------	--------

第二章 平面几何	(39)
----------	--------

第一节 相交线和平行线的教学法	(40)
-----------------	--------

一 几何概念的教学	(41)
-----------	--------

二 命题与证明的教学	(46)
三 几何作图的教学	(53)
第二节 三角形的教学法	(56)
一 三角形的概念及分类的教学	(57)
二 全等三角形的教学	(63)
三 特殊三角形的教学	(65)
四 推理论证教学中的几个问题	(74)
第三节 四边形的教学法	(82)
一 四边形的预备课	(84)
二 平行四边形的教学	(85)
三 梯形的教学	(94)
四 四边形与三角形的关系	(95)
第四节 相似形的教学法	(97)
一 成比例线段的教学	(98)
二 相似形的教学	(106)
三 位似图形的教学	(112)
第五节 圆的教学法	(117)
一 圆的基本性质的教学	(119)
二 直线和圆的位置关系的教学	(126)
三 圆和圆的位置关系的教学	(135)
四 多边形和圆的位置关系的教学	(138)
五 点的轨迹	(149)

第三章 立体几何 (155)

第一节 直线和平面的教学法	(156)
一 平面的基本性质的教学	(157)
二 空间直线和平面的位置关系的教学	(161)

三 距离和角的教学·····	(168)
第二节 简单几何体的教学法·····	(173)
一 多面体和旋转体的教学·····	(173)
二 柱、锥、台、球的表面积和体积的教学·····	(183)
第三节 直观图的教学法·····	(188)
一 平行射影的教学·····	(188)
二 空间平面图形直观图画法的教学·····	(191)
三 空间形体直观图画法的教学·····	(195)
四 直观图的教学·····	(197)

第四章 平面解析几何····· (203)

第一节 直角坐标系的教学法·····	(204)
一 平面直角坐标系的教学·····	(204)
二 有向线段的教学·····	(207)
三 两点间距离公式的教学·····	(209)
四 线段的定比分点的教学·····	(214)
第二节 直线和圆的方程的教学法·····	(218)
一 直线方程的教学·····	(219)
二 圆的方程的教学·····	(232)
第三节 曲线与方程、充要条件的教学法·····	(240)
一 曲线与方程的教学·····	(241)
二 充要条件的教学·····	(244)
第四节 二次曲线的教学法·····	(246)
一 椭圆的教学·····	(247)
二 双曲线的教学·····	(257)
三 抛物线的教学·····	(260)
第五节 坐标变换的教学法·····	(265)

一	坐标轴平移的教学	(265)
二	关于转轴公式的教学	(268)
第六节	极坐标和参数方程的教学法	(277)
一	极坐标的教学	(277)
二	参数方程的教学	(289)

第一章 绪 论

《中学数学教学大纲》(以下简称“大纲”)中指出:

“中学数学教学的目的:使学生切实学好参加社会主义革命和建设,以及学习现代科学技术所必需的数学基础知识;具有正确迅速的运算能力、一定的逻辑思维能力和一定的空间想象能力,从而逐步培养学生分析问题和解决问题的能力。通过数学教学,向学生进行思想政治教育,激励学生为实现四个现代化学好数学的革命热情,培养学生的辩证唯物主义观点。”为了达到上述教学目的,“大纲”又指出:“中学数学教学要以马克思主义、列宁主义、毛泽东思想为指导,教学内容的阐述要符合唯物辩证法;要选择学习现代科学技术所必需的数学基础知识作为教学内容,要理论联系实际;要使学生认识掌握数学基础知识的重要意义,为革命学好数学。”

根据“大纲”这一精神,联系几何的特点,我们认为中学几何课的教学目的,可以概括成三个方面:第一是掌握几何的基础知识及其应用;第二是发展学生的逻辑思维和空间想象能力,提高学生的运算能力和作图能力;第三是通过几何内容的教学向学生进行思想政治教育,培养他们的辩证唯物观点。

为了更好地理解和贯彻中学几何课的目的与要求,下面分别讨论三个问题:

中学几何教材的特点；

贯彻上述目的，教学中应注意的几个问题；

根据几何教学的特点和要求，介绍几何论证中常用的逻辑方法。

第一节 中学几何教材的特点

中学数学统编教材的内容安排，采取了“形数结合”、混合编排、相对集中的编写方法，把精选出的代数、几何、三角等内容和新增加的微积分等内容综合而成。它有利于数学知识的综合运用；同时也注意到和物理、化学等学科的配合。但将代数、几何、三角分科集中编写材料，对教学也有方便之处。

一 初等几何教材的特点

随着科学技术的发展，近廿年来世界各国先后掀起了数学教育改革的浪潮。这个浪潮有两个显著的特点：一是更新数学内容（如中小学数学现代化）；一是改革教学原则和教学方法（如提倡发现法、程序教学法）。改革的基本思想是把发展智力、培养能力放到特别重要的位置上来，强调与数学知识结构化相适应的教学方法。但从各国提出的种种方案来看，其中分歧最大至今还很难看出具体的趋势的当推几何。存在着“中学只要经验几何”到“没有欧氏几何卫星上不了天”的两个极端；存在着“把几何代数化”到“加强欧氏公理体系的综合几何”的两个极端。

我国中学几何教材改革在近廿年间也走了一段不平凡的

路程，经历了几起几落的反复。总结以往的经验教训，比较多的人同意以下的看法：认为学习欧氏体系的几何，从一些定义、公理出发，用演绎法进行推理论证，有利于培养学生的逻辑思维的能力和习惯；又由于欧氏几何具有鲜明的几何直观，也有利于培养学生的空间想象能力，因此主张保留欧氏几何。但主张不要严格的公理化体系；主张对传统的内容给予足够的重视；不主张在深度和广度上作过高的要求；不主张陡然增加几何作业的数量和难度等等。基于这个原因，中学平面几何很多概念的描述是采用直观的几何形象。如对于“线段”它没有给以定义，只用形象的描述代替定义，说“用直尺把两点连接起来就得到一条线段。”课本所列的公理既不完备也不独立。如顺序公理、连续公理等都没有列入课文；又如把两个三角形全等的判定法作为公理。这样处理显然不要求公理体系的独立性和完备性。

综合起来，平几、立几在内容结构上有以下几个特点：

1、由具体事物的抽象化得到几何基本元素的直观观念，并用公理的形式描述这些基本概念的基本性质。在这个基础上，以后的概念则用定义的形式去完成。

2、借助于实验、作图从直观中去获得几何图形的基本性质，采取扩大公理的个数（即扩大推理的基础）的办法，以减少初学推理论证的困难。在积累了若干几何事实后，再以逻辑的形式建立几何证明。

新教材在确定了原始概念及公理以后，所有进一步的内容一般都是用演绎法推导出来的。就是说，在论证问题时能用课本范围内的公理作出最后说明的，就不轻易委之直觉，认为显然的东西，一般也只限于公理体系不能说明的简单内

容。例如，初中三册69页的第四题〔注〕：“如图1—1，

P是 $\triangle ABC$ 内的任一点，BP的延长线交AC于D，……”。这种说法，“课本”认为是可以不加任何解释的“直观”和“显然”。因为直线BP和AC是否

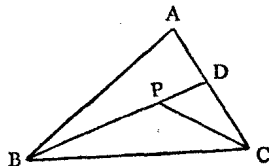


图1—1

一定相交？交点会不会落在AC的延长线上？这些问题是无法由中学几何的公理来获得最后解释的。

3、几何作图不限制只用圆规和直尺。因此删去了大量的尺规作图的难题，保留了几个基本作图题和一些比较简单的作图题。

4、由于用初等方法证明面积、体积公式比较困难，将来用微积分的方法证明比较容易，所以小学里学过的面积、体积的知识可以直接应用，在中学几何教材中也不再进行论证。

5、空间想象能力的培养主要是通过学习立体几何，特别是通过学习空间直线与平面位置关系来培养的。因此，新教材重点讲“线、线”，“线、面”，“面、面”的位置关系，然后扼要地讲多面体和旋转体的知识来加以提高。

新教材对于几何内容的改革，在目前试用过程中也发现一些具体问题，需要进一步研究讨论。例如有部分教师反映，几何内容多，教学时数少，完不成教学任务。另外精简的部分内容放到习题中处理，实质上并未精简。如立体几何全章的正文不到80页，而习题和复习题却有23页左右，共计155题。我们认为这样的比例不很适当。在当前的教学实践中应作适当的调整。

〔注〕指统编课本“初中数学第三册的第69页”，初中三册《教参》指“初中数学第三册的教学参考书”，以下类同。

二 解析几何教材的特点

一般认为，解析几何学的建立，标志着数学发展由以研究常量为主的初等数学阶段进入了一个以研究变量为主的高等数学阶段。如果说初等几何中占统治地位的是形式逻辑的话，那么在解析几何中占重要地位的就是辩证逻辑了。基于这一点，我们认为解析几何有以下两方面的特点：

解析几何的显著特点之一是借助于变数和坐标系的引进，建立了点和坐标的对应关系，从而建立了曲线和方程之间的联系。在这个基础上才使人们能应用代数方法研究几何图形，包括研究运动着的点的轨迹成为可能。这种方法与初等几何（即综合几何）有显著的不同。它虽然有时借助于直观，但主要的是应用代数方法（解析法）进行抽象的思维。因此解析几何在数学知识的深度和广度上都已超过了初等几何。

“形数结合”体现了解析几何另一特点。我们知道，数学是研究现实世界空间形式和数量关系的科学，形和数是客观事物运动规律中的两个不同的侧面，它们既互相对立，又互相联系，并且在一定条件下互相转化（如点与有序数对、曲线与方程、倾角与斜率、线段长度与距离公式等等），而坐标系和变数的引进，正是促使形与数互相转化的条件。因此在解析几何中培养学生辩证唯物主义观点和分析问题的能力，占有特定的地位。

我国在1966年以前，解析几何是单独作为一门数学课程在高中讲授的。统编课本考虑到减少课程的门类，避免重复，便于“增新”，有利于综合运用，采取了“形数结合”、“分段安排”、“相对集中”的办法，把解析几何的内容分为四

段，分散在初三上、初三下、高一下三个学期进行讲授。在内容的选取上保留了传统内容的绝大部分，只是在个别问题上作了一些调整。与平面解析几何的传统内容相比，综合起来有下列几个特点：

1、在初中数学第五册，就出现了平面直角坐标系这个工具，从而把数和形联系了起来。它有利于在初三讲授三角函数、函数图象以及曲线的方程等概念，从而使学生看到数和形的知识是“相互为用”的。

2、将“曲线与方程的关系”这一难点移到高中数学第二册。考虑到初中学生对“曲线与方程”的概念不易理解，所以仅仅借助于直线和二元一次方程的关系作为这个基本概念的具体例子作简单的描述，使学生初步理解曲线与方程的关系，到高一时再给出正式的定义。这是与传统教材内容的一个重要区别。

3、对轨迹的概念则初步运用集合的思想和符号加以阐述（如高中数学第二册、106页的例1）。

4、坐标轴的平移和旋转分散编写。课本把平移变换安排在“圆的一般方程”之后讲授（见高中数学第二册、114页），可以使学生在以后的学习中有较多的机会反复。其次，利用坐标变换化简一般二元二次方程的问题，课本只举例说明，不作一般讨论。这一点比传统内容的要求降低了些。

5、通过例题指出了二次曲线的内在联系。例如，在椭圆和双曲线的两节中各布置了一个例4，这实际上是椭圆、双曲线的另一种定义。这样既把二次曲线用离心率统一起来，又为以后讲二次曲线的极坐标方程做了准备。我们认为这一点保留了传统教材的优点。

6、课本中，对抛物线的切线的定义作了直观描述。切

线方程是通过直线方程与抛物线方程所组成的方程组有两个相同实数解，并利用所得的二次方程的根的判别式等于零求得的（高中数学第二册、151页）。而椭圆与双曲线的切线问题，也是利用二次方程的根的判别式在习题中加以解决。关于一般的切线问题，则放到高中四册微积分部分解决。

7、课本对极坐标方程和参数方程作了适当介绍。但在知识的深度和广度上要求不高。

第二节 几何教学中应注意的几个问题

《大纲》的第四部分指出了数学教学中应重视的五点要求，本节将根据《大纲》的精神，探讨几何教学中应注意的几个问题。

一 用唯物辩证观点阐述教学内容

在几何教学中，怎样培养学生的唯物辩证观点，这里提出以下几项工作，供参考。

（一）用历史唯物主义的观点来分析几何学的发生和发展。

用历史唯物主义的观点分析几何学的发生和发展，可以揭露几何本身的物质性，并以此阐明几何中的许多结论不是凭空想出来的，而是随着社会的发展而发展的。例如，相传古埃及的尼罗河每年洪水泛滥，经常冲去两岸的地界，事后必须设法测量，重新勘定田地的界线。在这个实际需要中，测量土地的方法自然要应运而生。据说西方几何学就是起源于这种测地术。“几何学”这个名词，原是我国明朝徐光启（1562—1633年）译的，这个词的原义在希腊文中含有“测

地术”的意思。

大家知道，古代埃及建有很多金字塔，这些金字塔的工程非常浩大，可见埃及人很早就已知道许多关于几何的知识了。大约公元前1700年，埃及人阿默斯（Ahmes）手抄了一本书，里面载有很多关于面积的测量法以及关于金字塔的几何问题。

古代埃及虽然积累了许多几何知识，但是还没有形成一门系统的科学。后来希腊和埃及通商，当时希腊的许多学者也先后来到埃及留学，于是几何的知识才渐渐传入希腊。这些知识在希腊得到了光辉的发展，形成了一门独立的科学。古希腊的许多数学家，泰勒斯（Thales，约公元前640—546年）、毕达哥拉斯（Pythagoras，约公元前582—493年）、希皮克拉特（Hippocrates，约公元前430年）、柏拉图（Plato，约公元前427—347年）、欧几里得（Euclid，约公元前330—275年）诸人，对几何学都有很大的功绩。如欧几里得编写的“几何原本”，这本书在数学发展史上起了巨大的作用。

在我国方面，最早的数学书《周髀算经》（约公元前十一世纪〔注〕）中就出现了商高定理并知道用三角术量地、测天。书中说：在成周（现今洛阳）有称为髀表的晷以夏至及冬至测量日晷影子，并详载有影长的尺寸数，书中还载有“圆径一而周三”。又如，战国时代的墨子（约公元前480—390年），著有“墨经”十五卷，就其所论几何学的各条来说，都极其精微深刻。“墨经”上说：“圆，一中同长也。”这里的“圆”即是圆，那是说圆有唯一的中心，而这个中心距圆上任何点都一般远。又说，“方，柱隅四灌也。”其中的“方”指正方形，“柱”就是边，“隅”就是角，“灌”读

〔注〕 成书时期，有几种说法，这里采取其中一种说法。

如权，有相等的意思，这一条说的是正方形四边及四角各各相等。象这样对“圆”和“方”下的定义，字句简单而意义详尽。再如，成书约在公元前三世纪或更早些的《九章算术》中，也载有各种面积、体积的计算方法。从这些记录中可以窥见我国古代的几何知识也已达到了很高的程度。

到了17世纪，由于欧洲工业迅速发展，以前用的几何方法不能满足实际需要，这就促使以笛卡尔为代表的数学家利用代数方法来研究几何问题，从而建立了解析几何学。到了18、19世纪由于大地测量、工程、力学的需要产生了画法几何、射影几何和微分几何等新的分支。

（二）充分运用辩证法的普遍规律，发掘教材中的辩证因素

学会用辩证法的观点进行教学，才能使学生更好地认识几何中的矛盾，进而不断地认识数学的本质。

用辩证法观点进行教学，我们认为首先要指出概念与概念之间，命题与命题之间的联系和区别；其次要贯穿事物运动和变化的观点。这里指的“运动”除了图形的位置移动外，还包括各种“形、数”的变化。例如，柱、锥、台这几个特殊对象，它们是有差异的，但在一定条件下可以互相转化。掌握它们的差别和关系，学生对柱、锥、台的六个公式就好记、好用了（见高中数学第二册、84页的图表）。又如，由割线到切线，由圆内接多边形的周长到圆的周长以及二次曲线的统一定义等都是这方面很好的例子。

在教学中还应当注意从具体事物的分析中发现数学规律。引导学生把学到的数学知识应用到实践中去，以加强数学与实际生活和国家建设的联系，从而进一步培养学生的辩证唯物主义的世界观。