# 原子物理学
# 学习指导

周绍森·范成·周景 编著

版社

(赣)新登字第007号

书　名:原子物理学学习指导
主　编:周绍森　范成　周景
出　版
发　行:江西高校出版社(南昌市洪都北大道16号)
经　销:各地新华书店
印　刷:南昌市红星印刷厂
开　本:850×1168　1/32
字　数:148千
印　数:1100册
版　次:1993年11月第1版第1次印刷
定　价:4.80元
ISBN7—81033—332—1/O·17

邮政编码:330046　电话:331257、332093

# 序

本书是周绍森和范成所编的《原子物理学》(全国高等师范专科学校教材,华东师范大学出版社出版)一书的学习指导书。本书可与该书配套使用,也可以单独作为一本原子物理学解题指导使用。

《原子物理学》一书是国家教委师范司主持和组织编写的一系列全国统编教材的一种。其内容是按照国家教委师范司1987年制订的《二年制师范专科学校八个专业教学计划》的规定编写的。

本书的章次与原教材《原子物理学》一致。每章由五个部分组成,它们是:本章目的;主要内容;典型例题;参考题解和补充习题。本书的主要目的在于帮助同学们更好的学习原教材,让他们更深刻、更牢固地掌握教材的内容,更熟练地掌握解题的思路和方法,使同学们把原子物理学这门课程学得更好。

学习原子物理学,与学习力学、电学等课程有所不同。原子物理学中有较多的新事实、新概念需要掌握,而长篇的推导和证明较少。相应的在题目方面,原子物理学中绞人脑汁的难题不多,但原子物理学的习题中要求进行物理的思考和推理较多。因此,为了做好习题,就必须全面地和深刻地掌握各个物理概念。正因为如此,做原子物理学的题目,对于巩固课文的学习,对于搞清和加深物理概念的理解的作用也就更大一些。这一点应该成为我们做题目的首要目的。

关于做练习题,通常有两种方法。第一种方法是大量阅读题解,记住每道题的做法,记住每个公式可以做哪几种题目,遇到新题目,就同已知题目比较,套用已知题目的做法来做。第二种方法是遇到一个题目,先不急于去看答案,而是自己先开动脑筋,必要时还要翻阅课文、反复分析、自己试做后再同题解对照,找出自己分析的不足,从

中提高自己。第一种方法虽然也能做出很多题目，有时做得还很快，终究对课程的融会贯通，对本人的能力提高助益较小；第二种方法看来比较费力，但一旦想通了一道题目，甚至自己的方法在某些方面超过题解所给的方法时，在心情上的喜悦和在能力上的提高，都是第一种方法中所得不到的。我希望同学们试用第二种方法来对待习题，祝愿大家在做习题中获得更加巩固、更加深刻的原子物理学知识。

喀兴林

1993年4月于北京

# 目　录

# 第一章 原子核式模型

**一、本章目的**

1. 了解卢瑟福原子核式模型的历史背景、主要内容和实验基础。

2. 掌握库仑散射公式及卢瑟福散射公式的应用。

3. 掌握卢瑟福散射公式的实验验证；了解卢瑟福散射公式的意义及面临困难。

**二、主要内容**

1. 学习中应注意的问题：

本章学习的关键问题是卢瑟福散射公式的表达形式，物理意义及实验验证。$\alpha$ 粒子散射是揭示原子内部结构的第一个也是极重要的一个实验，卢瑟福公式是揭示其散射规律的重要公式。学习它时，要摈弃旧有的经典观念、习惯，要用微观规律认识它。

2. 主要内容：

(1)原子质量

原子是保持元素基本特征的最小微粒。原子的质量通常采用原子质量单位 u。

$1\mathrm{u}=\frac{1}{12}$个$^{12}$C 原子的质量$=\frac{1}{N_A}$克$=1.6605655\times10^{-24}$克. 式中 $N_A=6.02214\times10^{23}\mathrm{mol}^{-1}$，为阿伏伽德罗常数。

原子质量：$M_A=A\mathrm{u}=A\cdot\frac{1}{N_A}$克

式中 $A$ 为原子量。由上式可以看出，克是宏观单位，u 是微观单位，而把微观单位与宏观单位联系起来的正是阿氏常数 $N_0$。

(2)原子的大小：

通常用Å(埃)作为描写原子大小的单位。

1 埃(Å)$=10^{-10}$米

原子的半径的数量级约为 $10^{-10}$米。

(3)卢瑟福核式模型

a) $\alpha$粒子散射实验：

一束平行的$\alpha$粒子射向金属薄膜时，在金属靶的原子核作用下，与原来运动方向发生偏离的现象称为$\alpha$粒子散射。1909年，盖革和马斯顿观察到$\alpha$粒子的大角度散射现象，经分析后认定。这种大角度散射不可能是电子引起的，而应该由一个很强的散射中心引起，为了解释此现象，卢瑟福提出了他的核式理论。据$\alpha$粒子散射实验及其它一些实验。卢瑟福提出原子的中心是一个很小的原子核，它的大小远小于原子，却集中了原子的全部正电荷和几乎全部质量。在核的周围有若干个电子环绕着它转动。$\alpha$粒子的大角散射是由原子核引起的。

b) 卢瑟福散射理论：

散射角和瞄准距离的关系

$$\mathrm{ctg}\,\frac{\theta}{2}=4\pi\varepsilon_0\,\frac{Mv^2}{2Ze^2}b \qquad (1-1)$$

式中$b$为瞄准距离，即$\alpha$粒子以初速度$v$接近原子时，原子核与$\alpha$粒子沿运动方向的垂直距离。

式中$e$为电子电荷，$\varepsilon_0$为真空介电常数，$Z$为靶核的电荷数，$M$为$\alpha$粒子质量，$v$为$\alpha$粒子初速度。通过几种方法可以导出(1－1)式，下面介绍一种较为简便方法。

假设散射过程满足下列条件：

$\alpha$粒子只受原子核一次散射，只有库仑相互作用，散射过程中忽略电子的散射，靶原子核视为静止。

如图1－1所示。

设初速为$v$的$\alpha$粒子从无穷远运动到$Q(r,\varphi)$点，由角动量守恒定律给出(此时$\alpha$粒子速度为初速$v$)：

$$M(1-\frac{d\varphi}{dt})r=Mrb \qquad (1)$$

据库仑定律，$\alpha$粒子所受力为：

$$F=\frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad (2)$$

$F$在$y$轴上分量

$$F_y = F\sin\varphi = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sin\varphi$$

(3)

据牛顿第二定律：

$$\frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sin\varphi = M\frac{dv_y}{dt}$$

(4)

由(1)(4)二式联解得：

$$dv_y = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 mvb}\sin\varphi d\varphi$$

(5)

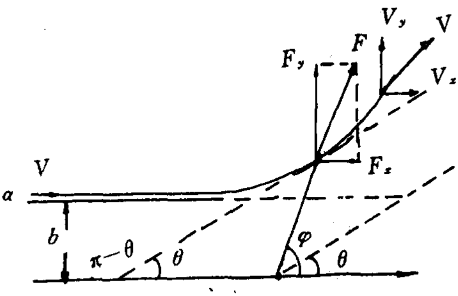


图 1—1 α 粒子的散射角与瞄准距离关系

对(5)式求定积分

$$\int_0^{v\sin\theta} dv_y = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 Mvb}\int_0^{\pi-\theta}\sin\varphi d\varphi$$

$$v\sin\theta = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 Mvb}(1+\cos\theta) \qquad (6)$$

由三角函数关系式：$\mathrm{ctg}\,\frac{\theta}{2} = \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$

代入(6)式

$$\mathrm{ctg}\,\frac{\theta}{2} = \frac{4\pi\varepsilon_0 Mv^2}{2Ze^2}b \qquad (1-2)$$

由上式可知，散射角与瞄准距离有关。

卢瑟福散射公式

$d\sigma = 2\pi b|db| = (\frac{1}{4\pi\varepsilon_0})^2\pi(\frac{Ze^2}{Mv^2})^2\frac{d\Omega}{\sin^4\theta/2}$ 对 α 粒子 $Z=2$。

$d\Omega$ 为立体角. $d\Omega = \frac{S_{环}}{r^2} = \frac{2\pi r\sin\theta r d\theta}{d\theta} = 4\pi\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}d\theta$

$$\frac{dn'}{d\Omega'}\sin^4\frac{\theta}{2} = \frac{dn}{d\Omega}\sin^4\frac{\theta}{2} = (\frac{1}{4\pi\varepsilon_0})^2 Nnt(\frac{ze^2}{mv^2})^2$$

$d\sigma$ 称为散射截面，每个原子都有这样一个散射截面，无论哪个 α 粒子只要入射方向穿过散射截面，都将被散射到 $d\Omega$ 中，可见 $d\sigma$ 的大小反映了 α 粒子被散射到 $d\Omega$ 里去的几率的大小。

c） 原子核半径大小的估计：

$\alpha$ 粒子所能达到离原子核最近距离，即为原子核半径的上限。

$$r_m=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{Mv^2}(1+\frac{1}{\sin\theta\frac{\theta}{2}}) \qquad (1-4)$$

当 $Q=\pi$ 时 $r_m=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4Ze^2}{Mv^2}$

**三、典型例题**

1. 如速度为 $v=1.6\times10^7$ 米/秒的 $\alpha$ 粒子打击金靶；试求 $A=60^\circ$ 和 $d\Omega=1$ 时，金原子的有效散射截面的大小。

解题思路：此题是已知 $\alpha$ 粒子的动能求解有效散射截面，可以直接使用卢瑟福散射公式

解：由卢瑟福散射公式。

$$d\sigma=(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0})^2(\frac{Ze^2}{Mv^2})\frac{d\Omega}{\sin^4\frac{\theta}{2}}$$

据 $Z=79, M_a=4\mathrm{u}=4\times1.66\times10^{-37}$ 千克

$e=1.6\times10^{-19}$ 库 $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}=9\times10^9$ 牛・米$^2$/库$^2$

把上式数据及题给数据代入上式得：

$$d\sigma=(9\times10^9)^2\times[\frac{79\times(1.6\times10^{-19})^2}{4\times1.66\times10^{-27}\times(1.6\times10^2)^2}]^2\cdot\frac{1}{\sin^4 30^\circ}$$

$$=1.83\times10^{-27}\text{米}^2=1.83\text{ 靶}$$

讨论：①若其它条件不变，仅改变 $\theta$ 角，则：

$\theta=10^\circ$ 时 $d\sigma=2\times10^4$ 靶

$\theta=90^\circ$ 时 $d\sigma=4.6$ 靶

可见散射截面与散射角密切相关，且大角散射截面非常小。

②由上可见，散射截面与几何截面不同，散射截面随 $\theta$ 而变，几何截面为常数，如金核的几何截面为 $\pi R^2=1.13$ 靶。

③金原子的几何截面约为 $10^8$ 靶，比 $\theta=90^\circ$ 的有效散射面大 7 个数量级，即大角散射截面仅占原子几何截面不到千万分之一，因此

完全可以作到靶中各个原子的有效散射截面前后不互相遮蔽。

2. 汤姆逊模型认为原子的正电荷均匀地分布在整个原子球内。设以金为薄靶，厚度为 $10^{-6}$米，$\alpha$ 粒子的动能为 $E$。试估计 $\alpha$ 粒子与这种汤姆逊原子发生单次散射的最大偏转角(忽略电子作用)。

解题思路：按汤姆逊模型，原子中正电荷均匀分布在整个原子内。而电子象西瓜子一样均匀地嵌在原子核内，整个原子呈电中性。现忽略电子的作用，只考虑原子中带正电部分对 $\alpha$ 粒子的单次散射。也即是说只考虑 $\alpha$ 粒子在原子核的库仑场作用发生散射，我们可以据以前所学过的电磁学知识求解.

解：设汤姆逊原子半径为 $R$，正电荷分布各向均匀同性，则根据高斯定理，球形电荷所激发的电场为：

$E=\dfrac{Ze}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$其分布如图所示。由图示可看出：场强最大值发生在电荷分布的表面 $r=R$ 处。因此在忽略电子作用的情况下 $\alpha$ 粒子沿原子表面通过时，库仑力最大为

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{R^2}$$

其中 $Ze$ 是半径为 $R$ 的汤姆逊原子的正电荷，$2e$ 是 $\alpha$ 粒子的电荷，为了估算 $\alpha$ 粒子的最大偏转角，作以下假定：

(1) 只要 $\alpha$ 粒子从原子边缘通过 $2R$ 区域时所受到的库仑力均为 $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{2Ze^2}{R^2}$。(2) 作用力垂直于 $v$，即 $\alpha$ 粒子受到汤姆逊原子作用后，动量变化$\triangle P$ 垂直于 $\alpha$ 粒子入射动量 $P$，如图所示。

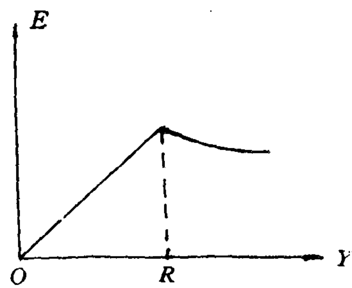


图 1—2 汤姆逊原子的电场分布

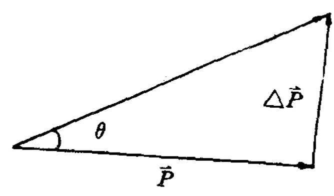


图 1—3 汤姆逊原子散射动量变化

根据假定(1)，当 $\alpha$ 粒子以速度 $v$ 经过原子边缘时作用时间

$\triangle t=2R/v$。

可得动量变化：

$$\triangle P=F\cdot\triangle t=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{R^2}\cdot\frac{2R}{v}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4Ze^2}{Rv}$$

根据假定(2)由图可知，$\alpha$ 粒子由单个原子核产生的最大散射角为：

$$\mathrm{tg}\theta=\frac{\triangle P}{P}=\frac{F\cdot\triangle t}{P}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4Ze^2}{RvP}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{RE}$$

其中 $E=\frac{1}{2}Mv^2$ 为 $\alpha$ 粒子的动能。

如，已知原子半径为埃的数量级，设原子半径为 1 埃，而 $\alpha$ 粒子动能通常为 MeV，设为 5MeV，金原子 $Z=79$ 代入上式得：

$$\mathrm{tg}\theta=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\times79\times(1.6\times10^{-19})^2}{1\times10^{-10}\times5\times1.6\times10^{-19}}=0.026。$$

由此可知，单个汤姆逊原子引起的散射角的数量级只有 $10^{-2}$度的数量级。

即是考虑受汤姆逊原子多次散射的，那么总散射角的方均根值为：$\sqrt{\overline{\Theta^2}}=\sqrt{N\theta^2}$

式中 $N$ 为 $\alpha$ 粒子所通过的原子数目，已知原子大小数量级为 $10^{-10}$米，若薄膜厚度 $10^{-6}$m，则在原子紧密排列的极限下，$N=10^4$。

因此，$\sqrt{\overline{\Theta^2}}=1°$

这说明即使是多次散射累积效应，$\alpha$ 粒子大角散射几率也是极小的。

3. 能量为 5MeV 的 $\alpha$ 粒子被铀原子核($Z=92$)散射，当散射角分别为 60°，90°，160°时瞄准距离各是多少？

解题思路：在此题中 $\alpha$ 粒子是与铀原子核发生相互作用，因无核外电子作用，$\alpha$ 粒子只在铀核的库仑场中作用，且为单次散射。由于 $\alpha$ 粒子质量远小于铀核质量，故在相互作用过程中铀核可视作静止，故可使用库仑散射公式。

解：由库仑散射公式：$\mathrm{ctg}\,\frac{\theta}{2}=4\pi\varepsilon_0\frac{Mv^2}{2Ze^2}b$

$$b=\frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 Mv^2}\text{ctg}\,\frac{\theta}{2}$$

已知 $Z=92$，$E_k=\frac{1}{2}Mv^2=5\text{MeV}$ 及 $\pi$、$\varepsilon_0$、$e$ 值代入得：

当 $\theta_1=60°$时，$b_1=45.89$（费米）

当 $\theta_2=90°$时，$b_2=26.4$（费米）

当 $\theta_3=160°$时，$b_3=4.67$（费米）

可见散射角越大，则瞄准距离越小。

4. 一束窄的 $\alpha$ 粒子垂直入射到银箔上，它的后面装有一只计数器，用于记录散射的粒子，如果用相同质量、厚度的铂箔代替银箔，每单位时间记录到的 $\alpha$ 粒子数目将提高 $n=1.52$ 倍。试求铂的原子序数。假定银的原子序数及铂和银的原子质量是已知的。

解题思路：在此题中 $\alpha$ 粒子垂直入射到银（铂）箔上，银（铂）的原子核质量远远大于 $\alpha$ 粒子，故可视作静止，$\alpha$ 粒子在核的库仑场中运动，可直接使用卢瑟福公式。单位时间测到散射的 $\alpha$ 粒子与靶核的原子序数，泊厚度，入射 $\alpha$ 粒子数目及入射 $\alpha$ 粒子能量有关。本题中由于入射 $\alpha$ 粒子数、$\alpha$ 粒子能量不变，只是改变靶核，故 $dn$ 只是与靶原子序数及靶原子单位体积原子数有关，可把有关变量代入卢瑟福公式直接计算：

解：由卢氏散射公式有：

$$\frac{dn}{d\Omega}\sin^4\frac{\theta}{2}=\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 Nnt\left(\frac{Ze^2}{Mv^2}\right)^2$$

式中 $N=\frac{N_A\rho}{A}$　$N_A$ 为阿伏伽德罗常数，$\rho$、$A$ 为靶原子密度及原子量。

故 $dn=\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\frac{N_A}{A}\rho nt\left(\frac{Ze^2}{Mv^2}\right)^2 d\Omega/\sin^4\frac{\theta}{2}$

据题意有：

$$\frac{dn_{铂}}{dn_{银}}=\frac{\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\frac{N_A}{A_{铂}}\rho_{银}\,t_1\left(\frac{Z_{银}\,e^2}{Mv^2}\right)^2 d\Omega/\sin^4\frac{\theta}{2}}{\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\frac{N_A}{A_{银}}\rho_{铂}\,t_2\left(\frac{Z_{铂}\,e^2}{Mv^2}\right)^2 d\Omega/\sin^4\frac{\theta}{2}}$$

$$=\frac{1}{1.52}$$

$\because \rho_{银} t_1=\rho_{铂} t_2 \quad \therefore \frac{A_{铂}}{A_{银}}(\frac{Z_{银}}{Z_{铂}})^2=\frac{1}{1.52}$

$Z_{铂}^2=1.52(Z_{银})^2 \quad \therefore A_{铂}/A_{银}=78$

讨论：从上题可知：由卢氏公式可求靶核原子序数，同样我们可利用它求箔厚，验证阿伏伽德罗常数等。

5. 动能为 6MeV 的质子，以与金箔成 60°方向射向厚度为 $10^{-7}$ 米，密度为 $1.9\times10^4$ 千克/米$^3$ 的金箔上，在散射角为 30°的方向上放一输入孔面积为 10(厘米)$^2$ 的计数器，计数器与金箔相距 1.0 厘米，求进入计数器的质子数与入射质子数之比 $\eta$。

解题思路：质子的质量远小于金原子核，故在整个过程中金核可视作静止，由于质子质量远远大于电子，故在相互作用过程中电子作用可忽略不计，质子仅受原子核的库仑场作用，故可使用卢瑟福散射公式(由于质子 $Z=1$，公式中 $2Ze^2$ 应为 $Z_1Ze^2$)。

在散射问题中无论靶的方位如何，散射都是相对入射方向而言的。因此，在此问题中，靶与入射粒子成 60°方向，则计算时应考虑相对于入射方向的等效靶厚。

解：根据卢瑟福散射公式有：

$$\frac{dn}{n}=(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0})^2Nt(\frac{Z_1Ze^2}{Mv^2})^2\frac{d\Omega}{\sin^4\theta/2}$$

式中 $t$ 为靶厚，但在该题中由于靶与入射粒子成 60°夹角，故考虑等效靶厚 $t'$，从而可知 $t'=\frac{t}{\sin60°}$，代替 $t$ 有

$$\frac{dn}{n}=(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0})^2Nt'(\frac{Z_1Ze^2}{Mv^2})^2\frac{d\Omega}{\sin^4\theta/2}$$

式中 $Nt'=\frac{N_A\rho}{A}\frac{t}{\sin60°}$，$d\Omega=\frac{S_{面积}}{r^2}=\frac{1}{10^2}=\frac{1}{100}$球面度，把 $N_A=6.022\times10^{23}J/\mathrm{mol}$，$A=1.97$，$\rho=1.9\times10^4$ 千克/米$^3$，$E_k=\frac{1}{2}Mv^2=6\mathrm{MeV}$， $Z_1=1$， $Z=79$，$d\Omega=\frac{1}{100}$及 $\varepsilon_0$、$e$、$\pi$ 值代入得到：

$$\eta=\frac{dn}{n}=(1.44\times10^{-13})^2\frac{6.022\times10^{23\times1.9\times10^{-2}}}{197\sin60^\circ}\cdot$$

$$(\frac{79}{2.6})^2\frac{1}{100}\frac{1}{\sin^4 75}$$

$$=0.0001343$$

在本题中，如果测得 $\eta$，也可利用散射公式求核原子序数，或求 $N_0$，$t$ 等其它值。

6. 在卢瑟福散射实验中，试求散射角在 60°和 90°间的 $\alpha$ 粒子数与散射角大于 90°的 $\alpha$ 粒子数之比。

解题思路：在卢瑟福的 $\alpha$ 粒子散射实验中，$\alpha$ 粒子的散射角从 0°～180°都有可能，这与靶核及瞄准距离有关，按卢瑟福散射理论，凡散射到 $\theta\sim\theta+d\theta$ 之间的 $\alpha$ 粒子，必然要通过 $b\sim b+db$ 这一圆环，因此散射角 $\theta\geqslant\theta_1$ 的散射截面等于半径为 $b(\theta_1)$的圆面积，即

$$\sigma(\theta\geqslant\theta_1)=\pi b^2(\theta_1)$$

而在实验条件完全相同的情况下，散射粒子数之比等于散射截面之比，故可用求散射截面之比来求 $\alpha$ 粒子数之比。

解：散射角大于 60°的散射截面为：

$$\sigma(\theta\geqslant60^\circ)=\pi b^2(60^\circ)$$

散射角大于 90°的散射截面为：

$$\sigma(\theta\geqslant90^\circ)=\pi b^2(90^\circ)$$

散射角在 60°～90°之间的散射截面为：

$$\sigma(\theta_1\leqslant\theta\leqslant\theta_2)=\pi b^2(60^\circ)-\pi b^2(90^\circ)$$

按题意，散射角在 60°～90°之间的 $\alpha$ 粒子数 $dn$ 与散射角大于 90°的 $\alpha$ 粒子数 $dn_2$ 之比为：

$$\frac{dn_1}{dn_2}=\frac{\sigma(60^\circ\leqslant\theta\leqslant90^\circ)}{\sigma(\theta\geqslant90^\circ)}=\frac{\pi b^2(60^\circ)-\pi b^2(90^\circ)}{\pi b^2(90^\circ)}$$

$$=\frac{\mathrm{ctg}^2 30^\circ-\mathrm{ctg}^2 45^\circ}{\mathrm{ctg}45^\circ}=\frac{(\sqrt{3})^2-1}{1}=2:1$$

**四、参考题解**

1. 什么叫 $\alpha$ 粒子散射？汤姆逊模型能否说明这种现象？

答：略。

2. 什么是卢瑟福原子的核式模型？这个模型被实验证实，能不能说明卢瑟福发现了原子核？卢瑟福散射公式的导出分哪几个步骤？

答：略。

3. 用原子的核式模型解释 $\alpha$ 粒子的大角散射现象。

答：略。

4. 动能为 1MeV 的质子与静止的钍原子核（$Z=90$）发生弹性碰撞时，在远离原子核地方相对于初始运动方向偏转 90°，试求这一质子对钍核的瞄准距离。

解：库仑散射公式 $\operatorname{ctg}\dfrac{\theta}{2}=4\pi\varepsilon_0\dfrac{Mv^2}{2Ze^2}$，因为质子的核电荷数 $Z=1$，且其质量远远小于钍核质量，故可用上式，其公式表示为：

$$\operatorname{ctg}\frac{\theta}{2}=4\pi\varepsilon_0\frac{Mv^2}{Ze^2}b$$

$$b=\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{Mv^2}\cdot\operatorname{ctg}\frac{\theta}{2}$$

把 $Z=90$，$Mv^2=2E_k=2\times1\text{MeV}$，$\theta=90°$ 代入上式得。

$$b=\frac{90\times(1.6\times10^{-19})^2}{4\pi\varepsilon_0\times2}\operatorname{ctg}45°=65\text{（费米）}$$

对于这类问题，通常是已知距离求散射角 $\theta$，或已知散射角 $\theta$ 求 $b$，在解此类问题中，要注意库仑散射公式的使用条件。

5. 一个 5MeV 的 $\alpha$ 粒子射向金原子核，瞄准距离为 $b=260$ 费米，试求散射角 $\theta$。

解：由于金原子核质量远远大于 $\alpha$ 粒子，故靶核可视为静止，据库仑散射公式有：

$$\operatorname{ctg}\frac{\theta}{2}=4\pi\varepsilon_0\frac{Mv^2}{2Ze^2}b$$

把 $Z=79$，瞄准距离 $b=260$ 费米，代入上式得

$$\operatorname{ctg}\frac{\theta}{2}=4\pi\varepsilon_0\frac{2\times5\times10^{-13}}{2\times79\times(1.6\times10^{-19})^2}\times260\times10^{-15}\approx11.032$$

$$\therefore\frac{\theta}{2}=5° \qquad \theta=10°$$

6. 设想铅($Z=82$)原子的正电荷不是集中在很小的核上，而是均匀分布在半径为 $10^{-10}$m 的球形原子内，如果有能量为 1MeV 的 $\alpha$ 粒子射向这样一个“原子”，试通过计算论证。$\alpha$ 粒子对这样的“原子”不可能产生大于 90°的散射，并说明其结果的意义(原子中电子的影响可忽略)。

解：由于原子中电子影响可忽略，因而只要考虑正电荷对 $\alpha$ 粒子的影响，据题意知，原子中的正电荷均匀分布，根据高斯定理，球形电荷的电场为：

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}$$

电场力为 $F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{r^2}$

电场力呈高斯分布，由图 1－2 可知，当 $r=R$ 时，即在原子表面时，电场力最大：$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{R^2}$

因为估计散射角大小，故我们考虑极端情况：

(1)库仑力垂直于 $v$，即动量变化 $\triangle P$ 垂直于 $P$，如图。

(2)凡通过原子边缘区域时($2R$ 范围)，$\alpha$ 粒子所受力均为 $F=\frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R^2}$。

由(2)可知，当 $\alpha$ 粒子以速度 $v$ 经过原子边缘时，作用时间为：$\triangle t=2R/v$

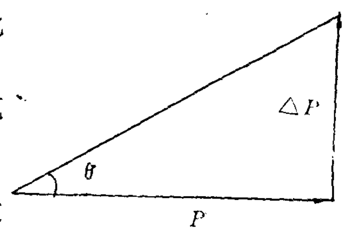

图 1－4　$\alpha$ 散射动量变化

则$\triangle P=F\cdot\triangle t=\frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0R^2}\frac{2R}{v}=\frac{4Ze^2}{4\pi\varepsilon_0Rv}$

由图可知：$\mathrm{tg}\theta\approx\frac{\triangle P}{P}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4Ze^2}{RvP}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4Ze^2}{2RE_k}$

$$vP=2E_k=2\cdot\frac{1}{2}Mv^2$$

代入 $Z=82$，$R=10^{-10}$m，$E=1$MeV 得到

$$\mathrm{tg}\theta=0.00236$$