



甘景慧

动力学概念 及解题方法

福建教育出版社

动力学概念及解题方法

甘景慧 编著

福建教育出版社

动力学概念及解题方法

甘景慧 编著

出版：福建教育出版社

发行：福建省新华书店

印刷：福建教育印刷厂

787×1092 毫米 32开本 2.125印张 50 千字

1981年 8 月第一版 1981年 8 月第一次印刷

印数：1——11,500

书号：7159·611

定价：0.20 元

前 言

力学是物理学的重要组成部分，而力学的解题方法也较复杂。往往有许多学生虽学过力学课程，也解过许多习题，但是只要题目一变样，就感到无从下手，其主要原因在于他们并没有切实掌握基础知识，没有搞清与解题有关的基本概念与规律。平时仅满足于“照例套题”“着葫芦画瓢”，缺乏分析问题的能力。针对上述情况，本书力求从说明基本概念、规律入手，联系各种类型的习题向读者介绍分析力学问题的思路和解题方法。同时，根据编者本人教学经验，提出了一些有助于提高解题能力的论点和方法供读者参考。这种编写方法是一次大胆的赏试，如有不妥之处，诚恳地希望同志们批评指正。

本书主要供中学生深造和中学教师、大学生参考之用。凡课本中已有的内容，本书一般不再重复，因此它不能代替课本。

本书在编写过程中曾得到福建省教育学院物理教研组的同志的大力帮助。编者在此谨向他们表示衷心感谢。

甘景慧

一九八〇年九月

目 录

第一章 必须搞清的概念

1. 质量数和重量数
2. 关于“力”的注意事项
3. 物体受力分析要点

第二章 基本规律

1. 牛顿第二定律的数学表达式
2. 牛顿第二定律表达式的投影式
3. 应用牛顿第二定律表达式时的注意事项

第三章 解题方法

1. 各物体以同一加速度（相对于对“地”固定的参照系）运动
2. 各物体以不同加速度（相对于对“地”固定的参照系）运动
3. 一个物体组在另一作加速运动（相对于对“地”固定的参照系）的物体组上作加速运动
4. 隔离体法解题步骤总评
5. 应用牛顿定律和运动学公式综合解题
6. 引入“惯性力”来解题

附录 坐标系及矢量的解析法

动力学(注)是研究物体(质点)为什么会做这样或那样的运动,以及这些运动和物体的相互作用之间关系的规律。从实践中总结出来的三个运动定律(即牛顿运动三定律),不仅是动力学的中心内容,而且是整个力学的重要基础。

动力学习题主要是根据牛顿第二定律来解决,要解这类习题的关键在于掌握“力分析”。“力分析”不但是解力学习题的基本分析方法,而且也是解全部物理学习题的基本分析方法之一。

第一章 必须搞清的概念

1、质量数和重量数

一 问题的提出

一般中学生对质量和重量的区别可以倒背如流,但常常错误地认为质量数在本质上就是重量数。正确的答案应该是:某物体的质量数只有在一定条件下,在数值上(不是在本质上)才近似地等于它的重量数。

二 什么是质量数及重量数

如某物体的质量为5公斤(或5千克,或5000克),我们就说某物体以千克为单位时的质量数为5(或以克为单位时的质量数为5000)。即某物体的质量及重量单位前面的数字,分别称为某物体以某种单位表示的质量数及重量数。

三 质量数及重量数的确定(为了避免混乱,以下均以公

(注)本书仅限于讨论质点动力学。

斤、公斤重为例,读者可依此推理讨论克、克重及吨、吨重)。

1、质量数的确定(注)

质量是物体惯性大小的量度。惯性大的物体质量大,惯性小的物体质量小。质量大小(即质量数)的具体规定如下:在大小相等的外力作用下,各物体的质量和它们获得的加速度大小成反比。例如,有两个物体各自在10公斤力的作用下,如果物体 I 获得的加速度 $a_1 = 2$ 米/秒²,物体 II 获得的加速度 $a_2 = 6$ 米/秒²,那么物体 I 的质量 m_1 和物体 II 的质量 m_2 之比,应等于物体 II 的加速度 a_2 和物体 I 的加速度 a_1 之比即:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1} \quad \because \frac{a_2}{a_1} = 3 \quad \therefore \frac{m_1}{m_2} = 3 \quad \text{或} \quad m_1 = 3m_2。$$

可见,物体 I 的质量应等于物体 II 的质量的 3 倍。其他物体的质量可依此类推。

这样,只要选择一个标准的物体,并规定其质量数为1,

其它物体的质量就可按照 $\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$ 确定其质量数。目前保

存在巴黎国际度量衡局里的千克原器,国际上规定它的质量

为 1 公斤(质量数为 1)。其它物体的质量可按 $\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$ 来

确定。如第二个物体是千克原器,受10公斤力作用,测出其加速度 $a_2 = 98$ 米/秒²;而第一个物体也在同样的力(10公斤

(注)这里指的是惯性质量。牛顿第二定律中引入的质量,称为惯性质量,是物体惯性的量度,即表示物体在没有外力作用时保持原有速度不变以及在外力作用下获得加速度的能力。确定物体的相互吸引力并在万有引力中引入的质量,称为引力质量。惯性质量和引力质量,能表示出物体的不同特性。但实验证明这两种质量总是等价的。

力)作用下,测得其加速度 $a_1 = \frac{49}{2}$ 米/秒², 根据 $\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$,

则得: $m_1 = m_2 \frac{a_2}{a_1} = 1 \times \frac{98}{49} = 2$ (公斤)。即第一个物体的质量数为 2, 质量为 2 公斤。

2、重量数的确定

某物体的重量即地球对某物体的吸引力, 可用弹簧秤等来测量, 弹簧秤的读数与某物体的重量数相等(以某种单位表示)。

四 重量数与质量数的关系

[例1] 试分别计算 $m = 1$ 公斤的砝码在纬度 45° 的海平面上及在福州的重量。

已知 在福州, 物体的重力加速为 9.79 米/秒²。

求 质量为 1 公斤的砝码分别在纬度 45° 的海平面上及在福州的重量。

解 设以 W_{45° 及 g_{45° 分别表示质量为 1 公斤的砝码在纬度 45° 海平面上的重量及重力加速度; 以 $W_{\text{福州}}$ 及 $g_{\text{福州}}$ 分别表示质量为 1 公斤的砝码在福州的重量及重力加速度。根据牛顿第二定律得:

$W_{45^\circ} = mg_{45^\circ} = 1 (\text{公斤}) \times 9.81 (\text{米/秒}^2) = 9.81 \text{ 牛顿},$
按照规定: 1 公斤重 = 9.81 牛顿,

所以 $W_{45^\circ} = \frac{9.81}{9.81} = 1$ (公斤重)。

同理, $W_{\text{福州}} = mg_{\text{福州}} = 1 (\text{公斤}) \times 9.79 (\text{米/秒}^2)$
 $= 9.79 \text{ 牛顿},$

所以, $W_{\text{福州}} = \frac{9.79}{9.81} = 0.997$ (公斤重)

答 质量为 1 公斤的砝码在纬度 45° 处海平面上的重量

为 1 公斤重，而在福州的重量为 0.997 公斤重。

从〔例 1〕可见：

1. 质量数与重量数相差很小，因此一般认为质量数在数值上就等于重量数。即质量为 1 公斤的物体其重量也为 1 公斤。但前者是质量的单位，而后者为力的单位。因此，常常在后者的末尾加上“重”字，如 1 公斤重。

2. 质量数 = 重量数的条件：

(a) $g = 9.81 \text{ 米/秒}^2$ (或简化为 9.8 米/秒^2)

(b) 对不同单位制而言。

五 重量与质量的关系

设质量为 m 的物体，受到地球的吸引力为 $\vec{W}$ ($\vec{W}$ 即物体的重量)。对同一物体而言， W 随离开“地心”的距离及地面的位置不同而不同 (即因地而异)。因此，在此力作用下，物体所得到的加速度 $\vec{g}$ (称重力加速度) 也因地而异 (但对于同一地点的不同物体，所获得的重力加速度都相同)。

按照牛顿第二定律：

$$\vec{F}_{\text{合}} = m \vec{a}$$

可得：

$$\vec{W} = m \vec{g} \dots\dots\dots (1)$$

对于 (1) 式必须注意：

1、由于牛顿第二定律表达式等号的左边代表合外力，而 (1) 式是根据牛顿第二定律得来的，因此，(1) 式成立的条件是仅当物体只受一个重力作用时，物体所获得的加速度才是重力加速度。如果物体同时受几个力作用，则物体所得到的加速度就不等于重力加速度。

2、(1) 式的等号只表示等号左边的矢量 (质量为 m 的物体所受的重力 $\vec{W}$) 与等号右边的矢量 ($m\vec{g}$) 数值相等方

向相同。而 $\vec{W}$ 与 $m\vec{g}$ 在“本质上”并不相同，（“等值不等质”）。等号的左边是力，而右边是质量 m 与加速度 $\vec{g}$ 的乘积，并不是力。但在物体受力分析图上，往往以 $m\vec{g}$ 代表重力。那仅指数值及方向上与重力相同（在同一单位制的条件下），而 $m\vec{g}$ 绝不就是力。这一点在概念上必须明确。今后，为方便起见，我们也采用这样的记号，即以 $m\vec{g}$ 代表重力 $\vec{W}$ （还须记住采用同一单位制）。

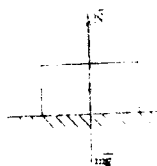
3、不管物体同时受几个力作用，或物体的运动状态如何（静止或作加速运动）物体所受的重力在数值及方向上均与 $m\vec{g}$ 相同。

打个比喻，1市斤米的价格是人民币1角4分，但米是米，人民币是人民币（本质上并不相同）。不管米是装在米袋里或米缸里，1市斤米的价格都是0.14元，也正如不管物体的运动状态及所处的环境如何，但物体所受的重力在数值上总等于 mg 一样。

4、重力的单位是力的单位， m 的单位是质量的单位。 $W = mg$ 是对同一单位制而言。

〔问题讨论1〕

问题 以下的计算结果表明原来静止于桌面上的物体不需加外力能够自动地离开桌面。试指出这种计算错误之所在。



如图—1所示，由于物体静止于桌面上，所以物体的加速度为零，也就是重力加速度为零，即

$$W = mg = m \cdot 0 = 0$$

这样，桌面上的物体，仅受桌面

图—1

对它的托力 $\vec{N}$ 作用，按牛顿第二定律：

$$N = ma \quad \text{即} \quad a = \frac{N}{m} \quad \text{方向竖直向上。}$$

物体在托力 $\vec{N}$ 的作用下，得到向上的加速度 a ，就会自动地离开桌面。

答 因为这种计算在概念上错了，静止于桌面上的物体加速度为零，但重力并不为零，重力在数值上等于 mg 。 $\vec{g}$ 是重力加速度，是物体仅受重力作用时，所得到的加速度。只要有重力作用， g 永远不为零。静止于桌面上的物体受两个力（ $\vec{N}$ 及 $\vec{W}$ ）作用，在这两个力的作用下，物体所得到的加速度（为零）不是重力加速度。例如，一个重2公斤的物体（即地球对物体的吸引力为2公斤）在真空中让其自由落下，这时此物体所得到的加速度

$$g = \frac{W}{m} = \frac{2 \times 9.8(\text{牛顿})}{2(\text{公斤})} = 9.8(\text{米/秒}^2)$$

而地球对物体的吸引力为 2×9.8 （牛顿）。现在如果把把这个物体置于桌面上（在同一地点），地球对此物体的吸引力不变，仍为

$$\begin{aligned} W &= 2 \times 9.8(\text{牛顿}) = 2 \times 9.8(\text{公斤} \times \text{米/秒}^2) \\ &= 2(\text{公斤}) \times 9.8(\text{米/秒}^2) \end{aligned}$$

可见， $W = mg$ （因为前面已求出 g 在数值上等于 9.8米/秒^2 ）。对于静止于桌面上的物体，受一对平衡力作用，按照平衡条件，合外力必定为零，即

$$N - W = 0 \quad \dots\dots\dots (1')$$

而按照牛顿第二定律：

$$N - W = ma \quad \dots\dots\dots (1'')$$

比较(1')及(1'')式，得： $a = 0$

可见，物体并不会自动离开桌面。

另外，由于重力 $\vec{W}$ 在数值上等于 mg 而由(1')式得：

$$N = mg$$

$\vec{W}$ 与 N 在数值上都等于 mg ，说明了 $\vec{W}$ 与 mg 可以“等值”而可以“不等质”。如果因为 $\vec{W} = mg$ ，而得出 $\vec{W}$ 与 mg “等质”的错误结论，并以此断定 N 必与 $\vec{W}$ “等质”，那显然是错误的，因为 N 是桌面对物体的托力， $\vec{W}$ 是地球对物体的吸引力，这是两个性质不同的力。

2、关于“力”的注意事项

一、注意“力”、合力、分力的意义及应用

1、力

“力是物体对物体的作用。一物体受到力的作用，一定有另一物体对它施加这种作用。力是不能离开物体而独立存在的”。可见，对于自然界中实际存在的任何一个真实的力（如中学课本里的重力、弹性力、摩擦力等都是自然界中实际存在的真实的力），必定有而且只能有一个肯定的受力体及一个肯定的施力体，两者缺一就不存在力。因此，当对某物体进行受力分析时（注意：这里的力是指自然界中实际存在的真实的力），必须检查每一个力是否有而且只有一个肯定的受力体和一个肯定的施力体且受力体即为该物体（至于施力体为该物体的力则不应计入该物体所受的力）。（注）

2、几个力的合力

人们为了解决实际问题的方便，往往把同时作用在同一

（注）这里称“受力体”与“施力体”是为了遵从中学课本中的习惯，严格些应该称“受力者”与“施力者”。

物体上的几个力 $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ 根据平行四边形法则合成为一个合力 $\vec{F}_{\text{合}}$, 即 $\vec{F}_{\text{合}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$ (本书仅限于讨论质点动力学, 即可把物体视为质点。以下皆同)。这里 $\vec{F}_{\text{合}}$ 的意义是: 如果以这个合力 $\vec{F}_{\text{合}}$ 作用在物体上 (这时必须假定 $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ 均不存在) 使物体所获得的力作用效果与这几个力 $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ 同时作用在该物体上使物体所获得的力作用效果相同, 即 $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ 对物体的力作用效果可用 $\vec{F}_{\text{合}}$ 对物体的力作用效果来代替 (力的作用效果是使受力物体的运动状态发生变化或使受力物体的形状和体积发生变化)。这样, 在作物体受力分析图时一般只画上 $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ (设 $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ 都是自然界中实际存在的真实的力) 而不能再画上 $\vec{F}_{\text{合}}$ 。但当进行计算时, 如果已计入 $\vec{F}_{\text{合}}$ 就不能再计入 $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ 。如作放在倾角为 α 的绝对光滑的对地固定的斜面上的物体 (质量为 m) 的受力分析图时, 只画上重力 $\vec{W}$ (施力体为地球, 受力体为物体) 及斜面对物体的托力 $\vec{N}$ (施力体为斜面, 受力体为物体) 而不能再画上沿斜面向下的合力 $\vec{F}_{\text{合}}$ 。但当计算时, 如果已计入 $\vec{F}_{\text{合}}$ 就不能再计入 $\vec{W}$ 及 $\vec{N}$ 。这句话的意思是, 根据 $\vec{W}$ 及 $\vec{N}$ 可计算出 $|\vec{F}_{\text{合}}| = mgsin\alpha$ 按照牛顿第二定律 $\vec{F}_{\text{合}} = m\vec{a}$ 可算出 $a = gsin\alpha$ 。这时不可再计入重力 mg 沿斜面的分力, 而变成 $mgsin\alpha + mgsin\alpha = ma$, 这是错误的。这里需特别强调的是: $\vec{F}_{\text{合}}$ 对物体的力作用效果代替了 $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ 对物体的力作用效果 (计算时), 如果已经用了 $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ 就不可再用 $\vec{F}_{\text{合}}$ 。

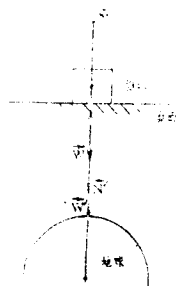
3、一个力的分力

人们为了解题的方便, 常常把一个力 $\vec{F}$ (自然界中实际存在的真实的力) 按题目的要求根据平行四边形法则分解成两个分力 $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ (在中学课本里常用的是正交分解法)。这

样的两个分力 $\vec{F}_1$ 、 $\vec{F}_2$ 的意义是：分力 $\vec{F}_1$ 、 $\vec{F}_2$ 同时作用在物体上使物体所获得的力作用效果与力 $\vec{F}$ 作用在物体上使物体所获得的力作用效果相同，即力 $\vec{F}$ 对物体的力作用效果可用它的分力 $\vec{F}_1$ 、 $\vec{F}_2$ 对物体的力作用效果来代替。这样，在作物体受力分析图时，一般只画力 $\vec{F}$ （设力 $\vec{F}$ 是自然界中实际存在的真实力）而不可再画上力 $\vec{F}$ 的分力 $\vec{F}_1$ 、 $\vec{F}_2$ 。但当计算时，一般是用 $\vec{F}_1$ 、 $\vec{F}_2$ 进行计算，这时不可再计入 $\vec{F}$ 。如上例，作物体受力分析图时只画上重力 $\vec{W}$ 和托力 $\vec{N}$ ，而不能再画上重力沿斜面的分力 $mg\sin\alpha$ 及垂直于斜面的分力 $mg\cos\alpha$ 。但当计算时，是用重力的两个分力 $mg\sin\alpha$ 及 $mg\cos\alpha$ （还有托力 $\vec{N}$ 沿垂直斜面方向的分力），这时不可把 mg 再计入一次（具体计算见后面解题方法）。这里需特别强调指出的是：力 $\vec{F}$ 的分力 $\vec{F}_1$ 、 $\vec{F}_2$ 对物体的力作用效果代替了力 $\vec{F}$ 对物体的力作用效果，如果已经用了力 $\vec{F}$ 就不可再用它的分力 $\vec{F}_1$ 、 $\vec{F}_2$ （在作物体受力分析图时）。

二、注意区分处于一直线上的一对平衡力与一对作用、反作用力

对于初学者往往一见到一对大小相等方向相反且在一条直线上的力，就误认为是一对作用、反作用力。



图—2

如图—2所示，一静止于桌面上的物体，桌面对物体的托力 $\vec{N}$ 及这个物体所受的重力 $\vec{W}$ ，往往被误认为是一对作用、反作用力。

图—2中，桌面对物体的托力 $\vec{N}$ （施力体为桌面，受力体为物体）与物体对桌面的压力 $\vec{N}'$ （施力体为物体，受力体为桌

面)是一对作用、反作用力。而托力 $\vec{N}$ 与重力 $\vec{W}$ (施力体为地球,受力体为物体)是一对平衡力。 $\vec{W}$ 与物体对地球的吸引力 $\vec{W}'$ (施力体为物体,受力体为地球)是一对作用、反作用力。

关于处于一直线上的一对平衡力与一对作用、反作用力的讨论,可归纳为如下三点结论:

1、共同点

都是大小相等方向相反且在同一直线上。

2、不同点

一对平衡力有同一受力体,即“共着一方”。而一对作用、反作用力一般为“互着对方”,即甲物体对乙物体作用力的施力体为甲物体,受力体为乙物体。乙物体对甲物体反作用力的施力体为乙物体,受力体为甲物体(作用、反作用力是相对互称的)。或者说,作用力与反作用力是“互换”施力体与受力体的。

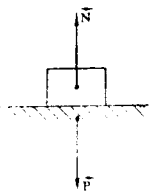
3、一对作用、反作用力的特点

成对出现,同时“产生”,同时“消失”。属同性质的力(如作用力为万有引力,反作用力也必为万有引力)。

3、物体受力分析要点

首先要强调的是:这里的“力”指的是自然界中实际存在的真实的力,而不是为了计算的方便把这样的力分解成的分力,也不是为了计算的方便把这样的几个力合成的合力,而是指原来的力(即自然界中实际存在的真实的力)。其次由于自然界中实际存在的真实的力总是成对出现的(作用力与反作用力总是成对出现)。因此,自然就产生这样的问

题：在这一对力中应该选择哪一个力？由于这里说的是物体受力分析，当然必须选择受力体为这个物体的力。如图—3所示，静止在桌面上的一木块，受桌面对它的托力 $\vec{N}$ ，同时木块对桌面施加压力。这时，若选择木块为物体，则应选择托力 $\vec{N}$ 作为木块所受的力（因为托力 $\vec{N}$ 的受力体为木块）；但若以桌为物体，则应选取压力 P 为桌这个物体所受的力。



图—3

因此，物体受力分析的涵义应该是：

找出受力体为该物体的“原”（原：原来的意思，即指自然界中实际存在的真实的力，不指由此力分解而成的分力，也不指由这些力合成的合力）外（施力体在该物体之外）力。

我们知道，自然界中实际存在的真实的力是物体之间的相互作用，相互作用要通过接触来实现，而接触有两种：一种为直接接触，另一种为间接接触。由于直接接触时所出现的力称为接触力。如摩擦力、托力等。另一种由于间接接触时所出现的力称为场力。这种力是由于物体与场这种物质直接接触时出现的。如重力，电力、磁力等都是场力。例如，某物体所受的重力，可以认为是某物体与地球的万有引力场直接接触时出现的，但由于此场是属于地球的，所以又可以认为物体所受的重力是由于物体与地球间接接触时出现的。总之，有接触（包括直接接触与间接接触，统称为接触）才存在力，没有接触就不存在力。

综上所述，可得到物体受力分析要点如下：

1、怎样找力

从接触处找力：有接触才存在力，没有接触就不存在力，物体与哪个物体接触就受哪个物体的作用力。（物体与重力场

直接接触而与地球简接接触就受重力作用)。一种方式的接触存在着一对力(作用力与反作用力)，而对物体进行受力分析时，只取此一对力中的一个力，而这个力的受力体即为该物体。几个方式的接触取几个力。

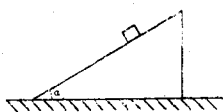
2、找的是什么样的力

所找的力是自然界中实际存在的真实的力。这样的力，一定有而且只能有一个肯定的施力体和一个肯定的受力体，且受力体即为该物体而施力体为与该物体相接触(包括直接接触与简接接触)的其它物体。这样的力称为该物体所受的外力(“原”外力)。

3、所找的力有什么特点

所找的力一定(除极特殊情况外)有反作用力(施力体为该物体，受力体为与该物体相接触的其它物体)。

〔例2〕有一劈尖角为 α 的直角劈尖(质量为 M)置于光滑的水平桌面上。劈尖斜面上有一木块沿斜面向下滑动(摩擦力的大小为 f)。(劈尖由于受到木块的压力而沿光滑水平桌面向右运动)如图—4所示，试对劈尖进行受力分析。

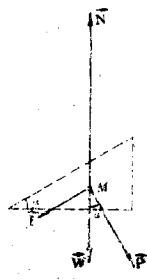


图—4

(1)与光滑水平桌面接触，受桌面对劈尖的托力 $\vec{N}$ (受力体为劈尖，施力体为桌面)，由于桌面是光滑的，所以桌面对劈尖的摩擦力为零。



图—5 A



图—5 B

(2)与木块接触，受