普通高等教育“十五”规划教材

PUTONG
GAODENG JIAOYU
SHIWU
GUIHUA JIAOCAI

信号与系统分析

宗伟 李培芳 盛惠兴 主编

中国电力出版社
www.cepp.com.cn

普通高等教育“十五”规划教材

PUTONG
GAODENG JIAOYU
SHIWU
GUIHUA JIAOCAI

信号与系统分析

宗伟 李培芳 盛惠兴 主编
田璧元 主审

中国电力出版社
www.cepp.com.cn

内 容 提 要

本书为普通高等教育“十五”规划教材。

本书深入浅出而又全面系统地介绍了连续与离散信号及系统分析的基本理论和方法，并对数字信号处理的基础知识作了必要的讨论。全书共分九章。内容包括：信号与系统分析的基本概念和必要的预备知识，连续信号与系统的时域分析和频域分析，离散信号与系统的时域分析及离散系统的Z域分析，系统函数，离散信号的傅里叶变换与快速傅里叶变换，模拟滤波器和数字滤波器的特性及设计方法，连续与离散系统的状态变量分析，并配有相应的虚拟实验介绍。

本书取材适当，结构新颖，内容全面，可作为工科电气、电子、信息、自动化和计算机等学科和专业的本科生以及信息类的专科教材，也可供相关领域的工程技术人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

信号与系统分析/宗伟主编．—北京：中国电力出版社，2004

普通高等教育“十五”规划教材

ISBN 7-5083-2024-7

Ⅰ．信…　Ⅱ．宗…　Ⅲ．①信号分析-高等学校-教材②信号系统-系统分析-高等学校-教材　Ⅳ．TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字（2004）第002098号

中国电力出版社出版、发行

（北京三里河路6号　100044　http://www.cepp.com.cn）

三河汇鑫印务有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2004年2月第一版　2004年2月北京第一次印刷

787毫米×1092毫米　16开本　19.75印张　456千字

印数0001—3000册　定价**28.00**元

序

由中国电力教育协会组织的普通高等教育“十五”规划教材，经过各方的努力与协作，现在陆续出版发行了。这些教材既是有关高等院校教学改革成果的体现，也是各位专家教授丰富的教学经验的结晶。这些教材的出版，必将对培养和造就我国21世纪高级专门人才发挥十分重要的作用。

自1978年以来，原水利电力部、原能源部、原电力工业部相继规划了一至四轮统编教材，共计出版了各类教材1000余种。这些教材在改革开放以来的社会主义经济建设中，为深化教育教学改革，全面推进素质教育，为培养一批批优秀的专业人才，提供了重要保证。原全国高等学校电力、热动、水电类专业教学指导委员会在此间的教材建设工作中，发挥了极其重要的历史性作用。

特别需要指出的是，“九五”期间出版的很多高等学校教材，经过多年的教学实践检验，现在已经成为广泛使用的精品教材。这批教材的出版，对于高等教育教材建设起到了很好的指导和推动作用。同时，我们也应该看到，现用教材中有不少内容陈旧，未能反映当前科技发展的最新成果，不能满足按新的专业目录修订的教学计划和课程设置的需要，而且一些课程的教材可供选择的品种太少。此外，随着电力体制的改革和电力工业的快速发展，对于高级专门人才的需求格局和素质要求也发生了很大变化，新的学科门类也在不断发展。所有这些，都要求我们的高等教育教材建设必须与时俱进，开拓创新，要求我们尽快出版一批内容新、体系新、方法新、手段新，在内容质量上、出版质量上有突破的高水平教材。

根据教育部《关于“十五”期间普通高等教育教材建设与改革的意见》的精神，“十五”期间普通高等教育教材建设的工作任务就是通过多层次的教材建设，逐步建立起多学科、多类型、多层次、多品种系列配套的教材体系。为此，中国电力教育协会在充分发挥各有关高校学科优势的基础上，组织制订了反映电力行业特点的“十五”教材规划。“十五”规划教材包括修订教材和新编教材。对于原能源部、电力工业部组织原全国高等学校电力、热动、水电类专业教学指导委员会编写出版的第一至四轮全国统编教材、“九五”国家重点教材和其他已出版的各类教材，根据教学需要进行修订。对于新编教材，要求体现电力及相关行业发展对人才素质的要求，反映相关专业科技发展的最新成就和教学内容、课程体系的改革成果，在教材内容和编写体系的选择上不仅要有

本学科（专业）的特色，而且注意体现素质教育和创新能力与实践能力的培养，为学生知识、能力、素质协调发展创造条件。考虑到各校办学特色和培养目标不同，同一门课程可以有多本教材供选择使用。上述教材经中国电力教育协会电气工程学科教学委员会、能源动力工程学科教学委员会、电力经济管理学科教学委员会的有关专家评审，推荐作为高等学校教材。

在“十五”教材规划的组织实施过程中，得到了教育部、国家经贸委、国家电力公司、中国电力企业联合会、有关高等院校和广大教师的大力支持，在此一并表示衷心的感谢。

教材建设是一项长期而艰巨的任务，不可能一蹴而就，需要不断完善。因此，在教材的使用过程中，请大家随时提出宝贵的意见和建议，以便今后修订或增补。(联系方式：100761 北京市宣武区白广路二条 1 号综合楼 9 层　中国电力教育协会教材建设办公室 010-63416222)

中国电力教育协会

二〇〇二年八月

前 言

随着科学技术的迅速发展，新兴学科不断增加，知识总量不断增长，迫使本科教育不断向着基础化方向发展。加强基础、拓宽口径、增强适应性、注重人才综合素质的培养，已成为社会各界的共识。为此，教育部于 1998 年正式决定把原仅为信息类的专业基础课《信号与系统》也列为了电气工程及其自动化、自动化、测控技术与仪器等专业的主干课程，以淡化强弱电类专业的界限，使得有关电专业的本科生有着共同的技术基础，达到通识教育。为适应这一需要，根据非信息类专业的特点，同时，兼顾到信息类专业在后续专业课学习中所应具备的信号与系统的知识，我们编写了本教材。

本教材对传统的《信号与系统》教材在内容的取舍上做了如下调整：

(1) 传统的《信号与系统》教材，信号与系统分析基本各占一半。本教材加强了信号分析的内容，尤其增加了离散信号的傅里叶分析，从而改变了过去以系统分析为主，信号分析为辅的模式。

(2) 在处理连续与离散的内容方面，加强了离散信号与离散系统的分析，特别增加了数字信号处理的内容，使读者通过本课程的学习能为进一步学习数字信号处理打下良好的基础，以适应数字技术及计算机技术的飞速发展及广泛应用的需要。

(3) 本教材强调基本内容的深刻理解和基本概念的建立，强化所学知识的综合应用与创新能力的培养。

(4) 本教材的另一特色是加入了实验教学内容。编者以 MATLAB 为软件平台，开发了计算机虚拟实验。考虑到大部分院校还没有将 MATLAB 纳入教学计划中，学生还不能熟练使用该软件。因此，本实验由人机交互形式构成，界面友好，操作简单，并具有可扩充性。实验软件已编译成可脱离运行环境的独立的软件包。

全书共分九章，每章均有适量的习题及习题答案，附录中配有常用变换公式及数学公式。讲授全部内容约需要 56 学时，对于不同专业可按需要进行筛选。

本书由宗伟、李培芳、盛惠兴主编，宗伟统稿全书。其中，宗伟编写第二、三章及附录 A、B、C；李培芳选定第五、六、七、八章内容；盛惠兴编写第四、九章；李江编写第五、六章；杜鹏英编写第七、八章；汪燕编写第一章。教学实验开发人员有：宗伟、刘春磊、王泽一、李志力、李渤龙、王默玉。全书由田璧元教授主审。

本书在编写过程中得到华北电力大学电气工程学院的领导及同仁们的大力支持和帮

助，在此表示感谢。

由于编者水平有限，书中不乏谬误之处，敬请读者不吝赐教。

电子信箱：zongwei@ncepubj.edu.cn

编　者

2003年11月

目录

第一章

信号与系统的基础知识

第一节　信　　号

信号是信息的载体，消息中所包含的事先不确定的内容就是信息。现在，把消息这个载体以物理量的形式表现出来，如用声、光、电、位移、速度、加速度、温度、湿度、颜色等代替消息，则构成信号。信号是反映信息的物理量。从信息的传输和处理角度来说，信号较之消息的其它表现形式，如文字、语言等，更便于被系统所接受，特别是电信号这种物理形式，已被广泛应用于各种技术领域中，这是当今电子信息技术迅猛发展和快速普及的根本原因。

一、信号的分类

信号分类多种多样，根据不同的分类原则，可将信号分类如下：

（一）电信号与非电信号

电信号的基本形式是随时间变化的电压和电流。一般电信号容易传输和控制，因此在工程实际中，常把非电信号转换成电信号进行传输与处理。声信号、光信号等均为非电信号。

（二）周期信号与非周期信号

按照信号 $f(t)$ 是否按一定时间间隔重复可分为周期信号与非周期信号。

如果一个信号的函数表达式为

$$f(t)=f(t+kT)\qquad [k=0,\pm1,\pm2,\cdots(\text{任意整数})]$$

则称该信号为周期信号，T 为信号的周期。只要给出此信号在任一周期内的变化过程，便可确知它在任一时刻的数值。周期信号的特点是“周而复始，贯彻始终”。若令周期信号的周

期 T 趋于无限大，则成为非周期信号。

（三）确定性信号与随机信号

按照信号是否可以预知，通常把信号分为确定性信号与随机信号。

如果信号能够用一确定的时间函数来表示，当给定某一时间值时，函数有确定的数值与之对应，称这种信号为确定性信号或规则信号。比如正弦信号、指数信号等，这类信号的变化规律可以确知，某函数值在以后相同的条件下，能够准确的重现。反之，如果只知道信号取某一数值的概率，而不能用一确定的时间函数来表示，称这种信号为随机信号或不规则信号，在以后相同的条件下不能准确地重现。

实际上，生活中所存在的信号在一定程度上都是随机的，即使是确定性信号在传输的过程中，也存在着某些“不确定因素”或“事先不可预知性”。譬如，在通信系统中，信号在传送和处理的各个环节中不可避免地要受到干扰和噪声的影响，这些干扰和噪声都具有随机特性，是随机信号。但是随机信号在一定条件下能够表现出某些确定性，可以按照确定性信号分析处理，仍能满足工程实际的应用。故本书只讨论确定性信号，它是研究随机信号特性的基础，而对随机信号的分析要用概率、统计的观点和方法，是后续课程的任务。

（四）连续时间信号与离散时间信号

按照信号 $f(t)$ 的自变量 t 是否连续取值，可把信号分为连续时间信号与离散时间信号（简称连续信号与离散信号）两种。

如果信号的自变量连续取值，而信号除了若干个不连续点以外，在任何时刻都有定义，把这类信号称为连续信号。图 1-1 所示为幅值连续的连续时间信号，图 1-2 为幅值离散的连续时间信号。$f_1(t)$ 在整个时间定义域内连续，但 $f_2(t)$ 在 $t = t_0(t_0 = 0,1,2,3,4)$ 处不连续，这两类信号都属于连续信号。对于时间和幅值都连续的信号称为模拟信号。

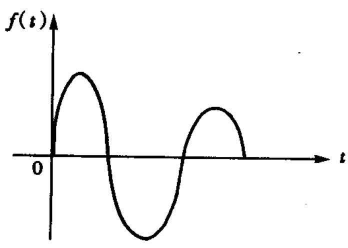

图 1-1 幅值连续的连续时间信号

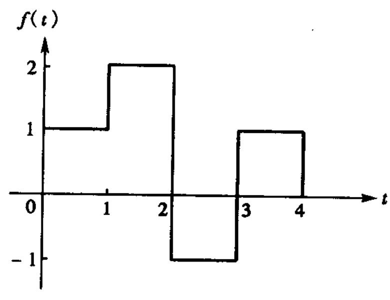

图 1-2 幅值离散的连续时间信号

离散时间信号，是指仅在一些离散的瞬间才有定义的信号，即信号的自变量不连续，信号只定义在这些离散时刻，其它时间没有定义，如图 1-3 所示。此图对应的函数 $f(t_k)$ 在 $t_k = \cdots -2, -1,0,1,2,3,4,\cdots$ 离散时刻给出函数值 $\cdots 1, -1.5,1,2,0,4,-1,\cdots$。给出函数值的离散时刻的间隔可以是均匀的，也可以是不均匀的，一般情况都采用均匀间隔。图 1-3 表示的离散信号为 $f(k) = \{\cdots 1, -1.5, \overset{\downarrow}{1}, 2, 0, 4, -1, \cdots\}$，箭头指示处表示相应的序号 k 为零。

如果离散时间信号的幅值是连续的模拟量，则称该信号为抽样（或采样）信号。对于时间和幅值都量化的信号称为数字信号。

(五) 能量信号与功率信号

按照信号的能量或功率是否为有限值，研究不同信号所具有的能量或功率的分布规律，信号可分为能量信号和功率信号。

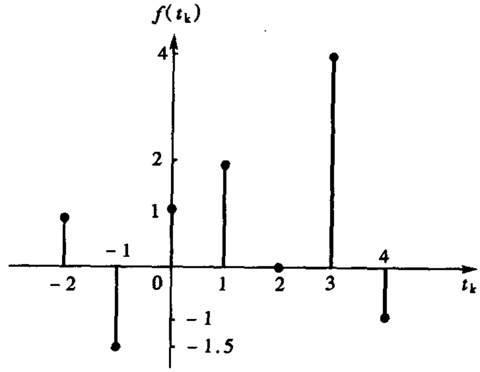

图 1-3 离散信号

如果信号 $f(t)$ 的功率为有限值，能量为无穷大，则称这样的信号为功率信号；如果信号 $f(t)$ 的能量为有限值，功率为零，则称这样的信号为能量信号。可见，一个信号不能既是能量信号又是功率信号。

若把信号 $f(t)$ 视作为加在 1Ω 电阻两端的电压或其中流过的电流，则单位电阻在一周期内消耗的总能量为

$$E = \int_{-T/2}^{T/2} f^2(t)\mathrm{d}t \tag{1-1}$$

平均功率为

$$P = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f^2(t)\mathrm{d}t \tag{1-2}$$

如果周期为无穷大，信号 $f(t)$ 为复数，则

$$E = \lim_{T\to\infty}\int_{-T/2}^{T/2} f^2(t)\mathrm{d}t = \lim_{T\to\infty}\int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1-3}$$

$$P = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f^2(t)\mathrm{d}t = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1-4}$$

一般周期信号是常见的功率信号，因为周期信号是周而复始的，因而在其全部时间内的能量是无限大，但其平均功率（一周期内功率的平均值）是有限的。而非周期信号则可能出现三种情况：持续时间有限的非周期信号为能量信号，如图 1-4（a）所示，它具有无限大的周期，故在一周期内功率的平均值为零；持续时间无限、幅度有限的非周期信号为功率信号，如图 1-4（b）所示；持续时间无限、幅度也无限的非周期信号为非功率非能量信号，如图 1-4（c）所示。

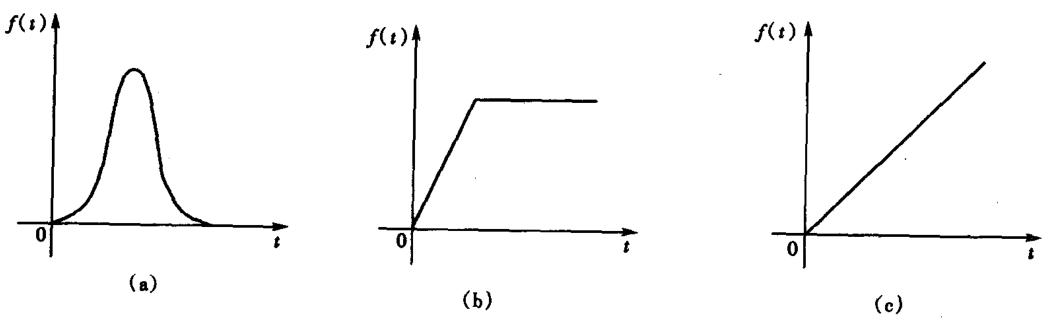

图 1-4 三种非周期信号

(a) 能量信号；(b) 功率信号；(c) 非功率、非能量信号

（六）因果信号与非因果信号

如果信号 $f(t)$ 在 $t<0$ 时恒等于零，则称 $f(t)$ 为因果信号（或有始信号、单边信号），否则为非因果信号。

（七）实信号与复信号

物理上可实现的信号都是时间的实函数，其在各时刻的函数值均为实数，统称为实信号。复信号虽然实际上不能产生，但为了理论分析的需要，常常利用复信号，最常用的是复指数信号。

二、基本信号

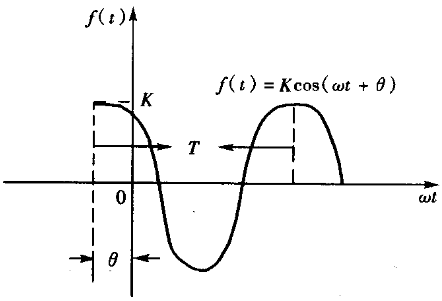

图 1-5　正弦信号的波形

基本信号亦称常见信号，这类信号的图形和表达式都十分简洁，可用来组成其它一些较复杂的信号。这里仅介绍常见的连续信号。

（一）正弦信号

正弦信号和余弦信号仅在相位上相差 $\frac{\pi}{2}$，经常统称为正弦信号，一般写作

$$f(t) = K\cos(\omega t + \theta) \qquad (-\infty < t < \infty) \tag{1-5}$$

式中，K 为振幅；ω 为角频率；θ 为初相位。三者构成正弦量的三要素。

正弦信号波形如图 1-5 所示。

正弦信号是周期信号，其周期 T 与角频率 ω 和频率 f 满足关系式

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$$

正弦信号具有处处光滑、连续可微等特点，同频率正弦量的相加、微分、积分运算以后仍得同频率的正弦量，所以，正弦量的应用非常广泛。

有时我们会遇到变幅的正弦信号，例如二阶电路的欠阻尼状态，这时电路中的响应为衰减的正弦信号，其表示式为

$$f(t) = Ke^{-\frac{t}{\tau}}\cos\omega t \qquad (t \geqslant 0) \tag{1-6}$$

（二）指数信号

实指数信号表达式

$$f(t) = Ae^{\alpha t} \qquad (-\infty < t < \infty) \tag{1-7}$$

式中，A、α 均为实常数。$A = f(0)$，α 是决定指数随时间增长或衰减的因子。$\alpha>0$，表示指数增长，用来描述原子爆炸、细菌的无限繁殖等物理现象；$\alpha<0$，表示指数衰减，用来描述放射性衰变、有阻尼的机械振动、RC 的放电过程等；$\alpha=0$ 表示直流信号，即

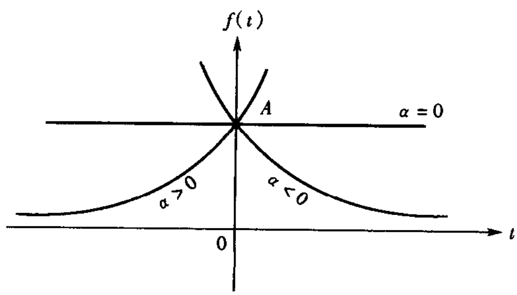

图 1-6　$\alpha>0$，$\alpha<0$，$\alpha=0$ 三种情况的指数信号波形

$f(t) = A$。图 1-6 给出了以上三种情况的指数信号波形。

如果 α 为虚数则得到虚指数信号。现设 $\alpha = j\omega$，$A = 1$。则

$$f(t) = e^{j\omega t} \tag{1-8}$$

根据欧拉公式

$$e^{j\omega t} = \cos\omega t + j\sin\omega t \tag{1-9}$$

$$e^{-j\omega t} = \cos\omega t - j\sin\omega t \tag{1-10}$$

可以看出，虚指数信号是一个很重要的信号，它可以用来描述许多基本信号。它和正弦信号的内在联系，将经常用到。

（三）抽样信号

抽样信号（波形如图 1-7 所示）的表示式为

$$Sa(x) = \frac{\sin x}{x} \tag{1-11}$$

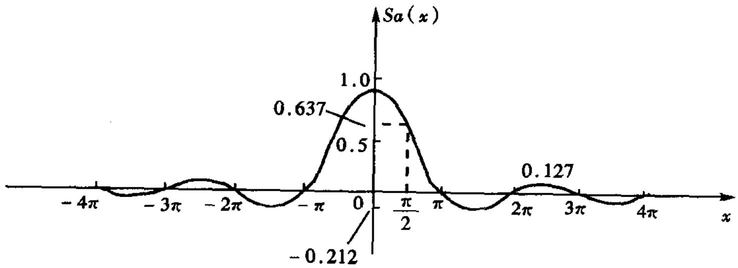

图 1-7　抽样信号

抽样函数是由 $\sin x$ 与 x 两个函数之比构成，其性质如下：

(1) $Sa(x) = (\sin x)\left(\dfrac{1}{x}\right) = Sa(-x)$，两个奇函数相乘，等于一个偶函数。

(2) $Sa(x) = 0$，当 x 等于 π 的整数倍时，即 $x = \pm\pi,\ \pm 2\pi,\ \cdots,\ \pm n\pi$ 时，其函数值等于零。

(3) $Sa(x) = 1$，当 $x \to 0$ 时，存在一个重要极限，即

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$$

(4) $Sa(x)$ 曲线下的面积等于 π，即

$$\int_{-\infty}^{\infty} Sa(x)\mathrm{d}x = \pi$$

（四）单位阶跃信号

如果信号 $f(t)$ 满足

$$f(t) = \begin{cases} 1 & (t > 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases} \tag{1-12}$$

则称这个信号为单位阶跃信号，波形如图 1-8 所示。单位阶跃信号用 $\varepsilon(t)$ 表示

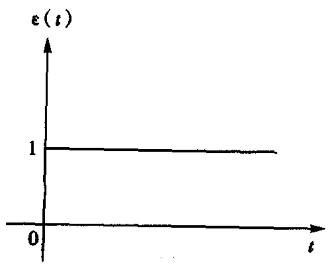

图 1-8　单位阶跃信号

$$\varepsilon(t)=\begin{cases}1 & (t>0)\\ 0 & (t<0)\end{cases} \tag{1-13}$$

函数在 $t=0$ 处是不连续的，$\varepsilon(0_-)=0, \varepsilon(0_+)=1$，$t=0$ 称为跳变点，函数值 $\varepsilon(0)$ 一般没有定义，这并不影响分析结果，但有时如果需要，则定义该点的函数值为

$$\varepsilon(0)=[\varepsilon(0_-)+\varepsilon(0_+)]/2=1/2$$

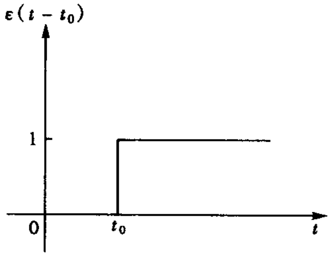

图 1-9 延时的单位阶跃信号

从物理意义来解释阶跃信号，又可将其称作开关信号。$t<0$ 时信号为零；$t=0$ 时刻接入信号，并且无限持续下去。$t=0$ 处是信号的突变点，信号从零值突变到单位值。因此说阶跃信号是理想开关的模拟函数。如果接入信号的时刻为 t_0（设 $t>0$），则得到延时的单位阶跃信号

$$\varepsilon(t-t_0)=\begin{cases}0 & (t<t_0)\\ 1 & (t>t_0)\end{cases} \tag{1-14}$$

波形如图 1-9 所示，$\varepsilon(t-t_0)$ 的跳变点不在 $t=0$，而在 $t=t_0$ 处。

根据阶跃信号的定义，常用它来描述信号接入特性和单边特性或者信号存在的时域，图 1-10（a）所示的 $f_1(t)$ 是一个从 $t=0$ 接入的单边指数信号，其表达式为

$$f_1(t)=e^{-\sigma t}\varepsilon(t)$$

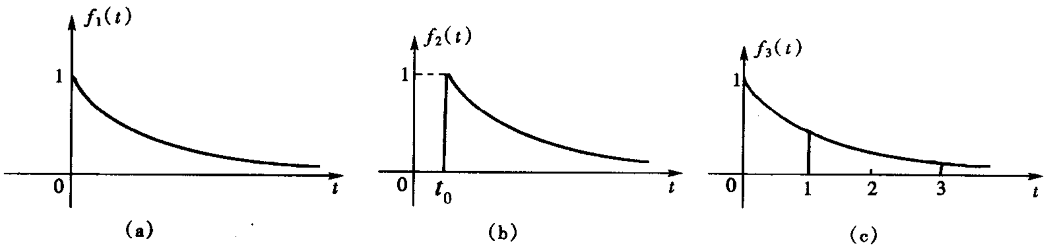

图 1-10 单边指数信号

（a）单边指数信号（$t=0$ 时接入）；（b）时移指数信号；（c）时限指数信号

图 1-10（b）所示的 $f_2(t)$ 表示在 $t=t_0$ 时刻接入 $f_1(t)$，或者说把 $f_1(t)$ 信号向右平移了 t_0 个单位，其表达式为

$$f_2(t)=f_1(t-t_0)\varepsilon(t-t_0)$$

图 1-10（c）所示的 $f_3(t)$ 信号，其表达式为

$$f_3(t)=f_1(t)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-3)]$$

（五）单位冲激信号

冲激信号（又称 δ 函数）是电路分析与系统理论中的又一个重要信号，它与阶跃信号一样也是一个奇异信号，是一种特殊的理想化的信号，需要用广义函数或分布函数的理论来分析。这里我们着重从工程实用的角度来介绍，不做深入的数学分析。工程上定义 δ 函数为

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t = 1$$

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & (t = 0) \\ 0 & (t \neq 0) \end{cases} \tag{1-15}$$

为了对它有一个直观的认识，不妨先把它看成一个普通的函数，如图 1-11 所示的窄矩形脉冲。这个信号有一个十分突出的特点，这就是它的脉宽（脉冲所占时间的宽度）τ 和它的脉高（脉冲的高度）$1/\tau$ 成反比关系。这表明脉宽愈窄时，脉高将愈高，但信号与时间轴围成的面积（简称信号的面积）却始终保持为单位 1。

对图 1-11，设想减小 τ 值，使 $\tau \to 0$，$1/\tau \to \infty$，即这时的矩形脉冲信号变化成为一个仅存在于 $0_- < t < 0_+$ 时间内的无限狭窄、幅高趋于无穷而其面积却恒等于 1 的特殊形状的信号。这个特殊形状的信号就是单位矩形脉冲信号的极限函数，也就是所要研究的单位冲激信号，即

$$\delta(t) = \lim_{\tau\to 0}\frac{1}{\tau}\left[\varepsilon\left(t+\frac{\tau}{2}\right) - \varepsilon\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\right] \tag{1-16}$$

波形如图 1-12 所示，它表明 δ 函数除在原点（为无穷大）以外均为零。箭头旁的（1）表示冲激强度，也就是单位矩形脉冲的面积。

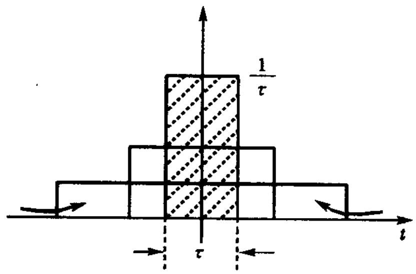

图 1-11 单位矩形脉冲

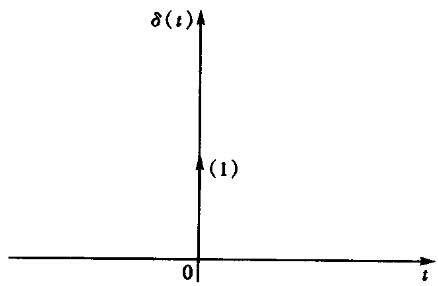

图 1-12 单位冲激信号

如果描述任一点 $t = t_0$ 处所出现的冲激，可有如下 $\delta(t-t_0)$ 在函数工程上的定义

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)\mathrm{d}t = 1$$

$$\delta(t-t_0) = \begin{cases} 0 & (t \neq t_0) \\ \infty & (t = t_0) \end{cases} \tag{1-17}$$

称为延迟的单位冲激信号，信号图形如图 1-13 所示。

下面讨论 δ 函数的性质。

1. 筛选性质

对于任何在原点连续的函数 $f(t)$，如果与单位冲激信号相乘，则乘积仅在 $t = 0$ 处得到 $f(0)\delta(t)$，其余各点乘积均等于零，即

$$f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t) \tag{1-18}$$

类似地，如果冲激出现在 $t = t_0$ 点，而且 $f(t)$

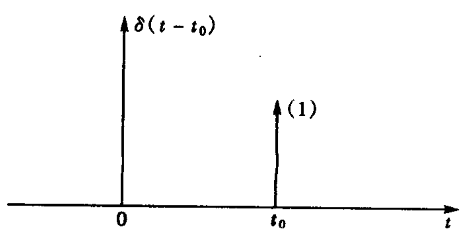

图 1-13 延迟的单位冲激信号