

1999年理工类硕士研究生入学考试 数学题型分析及模拟试题

北京启航考试学校 组编

主编 赵达夫 刘 晓



人大版考研

中国人民大学出版社



1999 年理工类硕士研究生入学考试 数学题型分析及模拟试题

北京启航考试学校 组编

主编 赵达夫 刘 晓
编者 赵达夫 刘 晓 龚漫奇
吴灵敏 王秋媛



中国人民大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

1999 年理工类硕士研究生入学考试数学题型分析及模拟试题/赵达夫,刘晓主编.
北京:中国人民大学出版社,1998

ISBN 7-300-02630-3/G · 421

I. 19...

I. ①赵...②刘...

Ⅱ. 高等数学-研究生-入学考试-试题

N. 013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 11339 号

1999 年理工类硕士研究生入学考试

数学题型分析及模拟试题

北京启航考试学校 组编

主编 赵达夫 刘晓

出版发行:中国人民大学出版社

(北京海淀路 157 号 邮码 100080)

经 销:新华书店

印 刷:涿州市印刷厂

开本:787×1092 毫米 1/16 印张:19.5

1998 年 6 月第 1 版 1998 年 6 月第 1 次印刷

字数:442 000

定价 23.00 元

(图书出现印装问题,本社负责调换)

出版说明

在中国人民大学出版社、北方交通大学数学系、北京启航考试学校三方的精心策划和周密组织下,经过选题策划、提纲讨论、分工编写、修改定稿等艰苦细致的工作,《1999 年理工类硕士研究生入学考试数学复习指南》(以下简称《复习指南》)和《1999 年理工类硕士研究生入学考试数学题型分析及模拟试题》(以下简称《题型分析与模拟试题》)终于与广大读者见面了。

为使广大读者更好地使用本书,特作如下说明。

一、编写依据

1. 编写内容和范围依据。我们对国家教委制定的《全国攻读硕士学位研究生入学考试数学考试大纲》数学一和数学二的考试内容和考试要求进行了综合整理,这为本书编写内容和范围提供了依据。

2. 编写重点依据。通过对历年来尤其是近三年理工类考研数学试题的系统扫描、筛选、分析,我们归纳、总结出复习重点和出题规律,为本书编写重点提供了依据。

3. 编写难度依据。本书编写老师近年来在考研辅导班中征集了大量的疑难问题,其中大部分是广大考生不易掌握的难点问题,这是确定本书编写难度的重要依据。

二、本书特色

本书除具有作为考研用书的系统全面、重点突出、难点突破的基本特色外,还在以下几方面具有鲜明的特点。

1. 强化复习内容的横向和纵向联系。如第一章第一章第一节中,一共总结了 20 种求极限的方法,涉及函数、连续、导数、微分中值定理、定积分、级数等章的内容,知识跨度大,涉及高等数学部分的大部分知识,避免了复习用书教材化的致命弊端,对广大考生的备考极为有利。

2. 注重解题思路和解题技巧的培养。在本书中,不仅对单个典型例题进行解题思路分析和技巧介绍,而且对每一类型的题目(若干个典型例题)都进行全面总结,归纳解题技巧和方法,避免了“就题论题”的题海战术,能够举一反三,对广大考生的复习有事半功倍之效。

3. 着眼考生整体需要,专题复习与专题练习相结合。在注重综合性、系统性的同时,更加注重复习的重点和难点,以保证广大考生对应试内容有计划、有步骤地进行强化复习,在《题型分析及模拟试题》中,注重复习的综合性 and 实战性,以确保广大考生及时检测复习效果,巩固复习成果,强化临场实战感。

本书总体策划和具体组编由北京启航考试学校负责,北方交通大学工科数学部主任

赵达夫教授、数学系主任刘晓副教授任主编,参与编写的人员有赵达夫、刘晓、龚漫奇、吴灵敏、王秋媛等专家教授。这些专家教授多年参与考研试卷的阅卷工作,多年在本校及北京启航考试学校进行考研数学的教学工作,具有较高的学术造诣和丰富的教学经验。此外,北京启航考试学校数学教研室唐正斌、蒋轩、马小土、董明杰、段少杰、谭斌、江伟、伏剑琴、赵振生、段五华、幸智军等助理研究员参与了资料的搜集、整理和部分研究工作,在此一并致谢。

由于时间仓促,本书难免有不足之处,敬请业界同仁和广大读者批评指正。来信请寄“北京 9633 信箱启航考试学校教材资料部(邮编 100086)”,以利再版修订和完善。

作者

1998 年 5 月

目 录

上篇 题型分析.....	1
第一章 选择题.....	2
第二章 填空题	27
第三章 计算题	50
第四章 证明题.....	118
第五章 应用题.....	170
下篇 模拟试题及参考答案.....	181
数学一 模拟试题一.....	182
数学一 模拟试题二.....	189
数学一 模拟试题三.....	197
数学一 模拟试题四.....	206
数学一 模拟试题五.....	215
数学一 模拟试题六.....	223
数学一 模拟试题七.....	234
数学一 模拟试题八.....	243
数学二 模拟试题一.....	252
数学二 模拟试题二.....	257
数学二 模拟试题三.....	262
附录一 1997 年全国工学硕士研究生入学考试数学一试卷	269
附录二 1997 年全国工学硕士研究生入学考试数学二试卷	277
附录三 1998 年全国工学硕士研究生入学考试数学一试卷	285
附录四 1998 年全国工学硕士研究生入学考试数学二试卷	296

上篇 题型分析

硕士研究生入学考试数学试题中,包括选择题、填空题、计算题、证明题、应用题等五大类,本书是在《1999 年理工类硕士研究生入学考试数学复习指南》的基础上,从题型分析的角度,以典型习题的形式,加深对基础知识(选择题、填空题)的理解和解题技能(计算题、证明题、应用题)的训练。

如果你对某类题型(如证明题、应用题)的解答没有把握,不妨静下心来做一做。

第一章 选择题

典型习题

在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,把所选项前的字母填在题后的括号内.

1.1 下列各组中 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是相同的函数的组是

$$\begin{array}{ll} \text{(A)} f(x) = \sqrt{x^2}, g(x) = x & \text{(B)} f(x) = x+1, g(x) = \frac{x^2-1}{x-1} \\ \text{(C)} f(x) = \ln x^2, g(x) = 2\ln|x| & \text{(D)} f(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \quad g(x) = \frac{|x|}{x} \end{array}$$

[]

1.2 设 $f(x) = \begin{cases} 1 & \frac{1}{e} < x < 1 \\ x & 1 \leq x < e \end{cases}$ $g(x) = e^x$, 则 $f[g(x)] =$

$$\begin{array}{ll} \text{(A)} \begin{cases} 1 & \frac{1}{e} < x < 1 \\ e^x & 1 \leq x < e \end{cases} & \text{(B)} \begin{cases} 1 & -1 < x < 0 \\ e^x & 0 \leq x < 1 \end{cases} \\ \text{(C)} \begin{cases} e^x & -1 < x < 0 \\ x & 0 \leq x < 1 \end{cases} & \text{(D)} \begin{cases} x & -1 \leq x < 0 \\ e^x & 0 \leq x < 1 \end{cases} \end{array}$$

[]

1.3 如果函数 $f(x)$ 的定义域为 $[1, 2]$, 则函数 $f(1 - \ln x)$ 的定义域为

$$\begin{array}{ll} \text{(A)} [1, 1 - \ln 2] & \text{(B)} (0, 1] \\ \text{(C)} [1, e] & \text{(D)} \left[\frac{1}{e}, 1\right] \end{array}$$

[]

1.4 如果函数 $f(x)$ 的定义域为 $[1, 2]$, 则函数 $f(x) + f(x^2)$ 的定义域为

$$\begin{array}{ll} \text{(A)} [1, 2] & \text{(B)} [1, \sqrt{2}] \\ \text{(C)} [-\sqrt{2}, \sqrt{2}] & \text{(D)} [-\sqrt{2}, -1] \cup [1, \sqrt{2}] \end{array}$$

[]

1.5 设 $f(x)$ 是以 T 为周期的周期函数, 则函数 $f(x) + f(2x) + f(3x) + f(4x)$ 的周期为

$$\begin{array}{ll} \text{(A)} T & \text{(B)} 4T \\ \text{(C)} 12T & \text{(D)} \frac{T}{12} \end{array}$$

[]

1.6 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq -2 \\ x+9 & -2 < x < 2 \\ 2^x & x \geq 2 \end{cases}$, 则下列等式中不成立的是

(A) $f(-2) = f(2)$

(B) $f(1) = f(4)$

(C) $f(-1) = f(3)$

(D) $f(0) = f(-3)$

[]

1.7 设函数 $y = f(x) = \begin{cases} 1+x & x < 2 \\ x^2-1 & x \geq 2 \end{cases}$, 则其反函数 $y = f^{-1}(x) =$

(A) $\begin{cases} 1-x & x < 3 \\ (x+1)^2 & x \geq 3 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x-1 & x < 3 \\ \sqrt{x+1} & x \geq 3 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} 1-x & x < 2 \\ (x+1)^2 & x \geq 2 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x-1 & x < 2 \\ \sqrt{x+1} & x \geq 2 \end{cases}$

[]

1.8 下列函数中为奇函数的是

(A) $f(x) = \begin{cases} x & |x| > 1 \\ 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ -1 & -1 < x < 0 \end{cases}$

(B) $\varphi(x) = \begin{cases} -1 & -1 < x < 0 \\ 1 & 0 \leq x < 1 \\ x & |x| \geq 1 \end{cases}$

(C) $g(x) = \begin{cases} e^x & x \geq 0 \\ -\frac{1}{e^x} & x < 0 \end{cases}$

(D) $h(x) = \begin{cases} e^x & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -\frac{1}{e^x} & x < 0 \end{cases}$

[]

1.9 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x - \sin x}{2x^2 + \sin x}$

(A) 不存在

(B) 是 0

(C) 是 2

(D) 是 $\frac{1}{2}$

[]

1.10 设 $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} + 1}{2e^{-\frac{1}{x}} + 1}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(A) 是 ∞

(B) 不存在

(C) 是 0

(D) 是 $\frac{1}{2}$

[]

1.11 设 $0 < a < b$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a^n + b^n} =$

(A) 1

(B) 2

(C) a

(D) b

[]

1.12 设 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (ax + \sqrt{x^2 - x + 1} - \beta) = 0$, 则

(A) $\alpha = 1, \beta = -\frac{1}{2}$

(B) $\alpha = -1, \beta = \frac{1}{2}$

(C) $\alpha = -1, \beta = -\frac{1}{2}$

(D) $\alpha = \beta = 0$

[]

1.13 当 $x \rightarrow 0$ 时, x^α 与 $\sin^3 x^2$ 为等价无穷小, 则 $\alpha =$

(A) 2

(B) 3

(C) 5

(D) 6

[]

1.14 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\sin 2x - 2\sin x$ 与 x^k 是同阶无穷小量, 则 $k =$

- (A) 4 (B) 3
(C) 2 (D) 1

1.15 设函数 $f(x)$ 二阶连续可导, 且 $f(0) = 0$, 而函数 $g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x} & x \neq 0 \\ f'(0) & x = 0 \end{cases}$

则 $g(x)$

- (A) 必在 $x = 0$ 处间断
(B) 必在 $x = 0$ 处连续, 但不可导
(C) 必处处可导, 但导函数不连续
(D) 必具有连续的导函数

1.16 设极限 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{(x - a)^2} = -1$, 则在点 $x = a$ 处

- (A) $f(x)$ 的导数存在, 且 $f'(a) \neq 0$
(B) $f(x)$ 取到极大值
(C) $f(x)$ 取到极小值
(D) $f(x)$ 的导数不存在

1.17 对于函数 $f(x)$, 考虑下列命题:

I. 若 $f''(0)$ 存在, 则极限

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) + f(-h) - 2f(0)}{h^2}$ 必存在且等于 $f''(0)$

II. 若 $f''(0)$ 不存在, 则上述极限式必不存在,

由此得到的结论是

- (A) I 和 II 都正确
(B) I 和 II 都不正确
(C) I 正确, 而 II 不正确
(D) I 不正确, 而 II 正确

1.18 设函数 $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$, 则 $f^{(n)}(x)$ 应为

- (A) $(-1)^n n! \left[\frac{1}{(x-2)^{n+1}} - \frac{1}{(x-1)^{n+1}} \right]$
(B) $(-1)^{n+1} n! \left[\frac{1}{(x-2)^{n+1}} - \frac{1}{(x-1)^{n+1}} \right]$
(C) $(-1)^n n! \left[\frac{1}{(x-2)^n} - \frac{1}{(x-1)^n} \right]$
(D) $(-1)^{n+1} n! \left[\frac{1}{(x-2)^n} - \frac{1}{(x-1)^n} \right]$

1.19 设 $a, b > 0$, 则方程 $x^3 + ax + b = 0$

- (A) 有三个互异实根 (B) 有两个互异实根
(C) 只有一个正实根 (D) 只有一个负实根

1.20 设函数 $f(x) = (x - x_0)^n \varphi(x)$, $n \in N$, 其中 $\varphi(x)$ 在点 x_0 处连续且 $\varphi(x_0) >$

0, 则

(A) $f(x)$ 在点 x_0 处必无极值

(B) $f(x)$ 在点 x_0 处必取极值

(C) 当 n 为偶数时, $f(x)$ 在点 x_0 处取极小值

(D) 当 n 为奇数时, $f(x)$ 在点 x_0 处取极大值

[]

1.21 设方程 $x^2y^2 + y = 1 (y > 0)$ 确定 y 为 x 的函数, 则函数 $y = y(x)$

(A) 必有极小值, 但无极大值

(B) 必有极大值, 但无极小值

(C) 既有极小值, 又有极大值

(D) 必无极值

[]

1.22 曲线 $\begin{cases} x = t \cos t \\ y = t \sin t \end{cases}$ 在 $t = \frac{\pi}{2}$ 处的法线方程是

(A) $y = \frac{\pi}{2}(x + 1)$

(B) $y = \frac{\pi}{2} + \frac{2}{\pi}x$

(C) $y = \frac{\pi}{2}(1 - x)$

(D) $y = \frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi}x$

[]

1.23 若函数 $y = f(x)$ 有 $f'(x_0) = \frac{1}{2}$, 则当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时, 该函数在 $x = x_0$ 处的微分 dy 是

(A) 与 Δx 等价的无穷小

(B) 与 Δx 同阶的无穷小, 但不等价

(C) 比 Δx 低阶的无穷小

(D) 比 Δx 高阶的无穷小

[]

1.24 设 $c_0 + \frac{c_1}{2} + \cdots + \frac{c_n}{n+1} = 0$, 则在区间 $(0, 1)$ 内, 方程 $c_0 + c_1x + \cdots + c_nx^n = 0$

(A) 没有实根

(B) 至少有一个实根

(C) 只有一个实根

(D) 是否有实根不能判定

[]

1.25 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+bx)}{x} & x \neq 0 \\ -1 & x = 0 \end{cases}$

则当 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处可导时, 有 $f'(0) =$

(A) $-\frac{1}{2}$

(B) -1

(C) 1

(D) $\frac{1}{2}$

[]

1.26 设 $y = f(x)$ 分过原点的一条曲线, 且 $f'(0), f''(0)$ 存在, 又知有一条抛物线 $y = g(x)$ 与曲线 $y = f(x)$ 在原点相交, 在该点有相同的切线和曲率, 且在该点邻近此二曲线有相同的凹向, 则必有

(A) $g(x) = x^2 + f(0)$

(B) $g(x) = \frac{1}{2}f''(0)x^2 + f'(0)x$

(C) $g(x) = \pm x^2 + f'(0) + f(0)$

$$(D) g(x) = \frac{1}{2} f''(0)x^2 + f'(0)x + f(0) - 1 \quad [\quad]$$

1.27 若 $f'(\sin^2 x) = \cos^2 x$, 则 $f(x) =$

$$\begin{aligned} (A) \sin x - \frac{1}{2} \sin^2 x + c & \quad (B) x - \frac{1}{2} x^2 + c \\ (C) \cos x - \sin x + c & \quad (D) \frac{1}{2} x^2 - x + c \end{aligned} \quad [\quad]$$

1.28 $x^x(1 + \ln x)$ 的原函数是

$$\begin{aligned} (A) \frac{1}{1+x} x^{x+1} + \ln x + c & \quad (B) x^x + c \\ (C) x \ln x + c & \quad (D) \frac{1}{2} x^x \ln x + c \end{aligned} \quad [\quad]$$

1.29 设 $f(x)$ 的一个原函数为 $\ln x$, 则 $f'(x) =$

$$\begin{aligned} (A) \frac{1}{x} & \quad (B) x \ln x - x + c \\ (C) -\frac{1}{x^2} & \quad (D) e^x \end{aligned} \quad [\quad]$$

1.30 若 $f'(x^2) = \frac{1}{x}$, $(x > 0)$, 且 $f(1) = 1$, 则 $f(x) =$

$$\begin{aligned} (A) 2x & \quad (B) \frac{1}{2} \ln x + 2 \\ (C) 2\sqrt{x} & \quad (D) \frac{1}{\sqrt{x}} \end{aligned} \quad [\quad]$$

1.31 已知 $f(t)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 内的连续函数, 且 $\int_1^{x^3} f(t) dt = \int_1^x \varphi(t) dt$ 恒成立, 则必有 $\varphi(t) =$

$$\begin{aligned} (A) f(t^3) & \quad (B) (t^2 + t + 1)f(t) \\ (C) t^2 f(t^3) & \quad (D) 3t^2 f(t^3) \end{aligned} \quad [\quad]$$

1.32 $I = \int_1^4 |x^2 - 3x + 2| dx =$

$$(A) \frac{11}{3} \quad (B) \frac{29}{6} \quad (C) \frac{9}{2} \quad (D) -\frac{11}{3} \quad [\quad]$$

1.33 设 $f(x)$ 为已知的连续函数, $I = t \int_0^{\frac{t}{s}} f(tx) dx$, 其中 $s > 0, t > 0$, 则 I 的值为

$$\begin{aligned} (A) \text{依赖于 } s, t & \quad (B) \text{依赖于 } s, t, x \\ (C) \text{依赖于 } t, x \text{ 不依赖于 } s & \quad (D) \text{依赖于 } s, \text{不依赖于 } t \end{aligned} \quad [\quad]$$

1.34 已知 $x \rightarrow 0$ 时, $F(x) = \int_0^x (x^2 - t^2) f''(t) dt$ 的导数与 x^2 是等价无穷小, 则必有 $f''(0) =$

$$(A) 1 \quad (B) \frac{1}{2} \quad (C) 0 \quad (D) \text{不存在} \quad [\quad]$$

1.35 若 $f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x < 1 \\ 2, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$, 则 $\varphi(x) = \int_0^x f(t) dt$ 在开区间 $(0, 2)$ 上

$$(A) \text{仅有第一类间断点} \quad (B) \text{仅有第二类间断点}$$

(C) 两类间断点都有 (D) 是连续的 []

1.36 由极坐标方程表示的曲线 $r = ae^{\theta} (-\pi \leq \theta \leq \pi)$, 与 x 轴所围图形的面积是

- (A) $\int_0^{2\pi} \frac{1}{2} a^2 e^{2\theta} d\theta$ (B) $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{2} a^2 e^{2\theta} d\theta$
(C) $\int_0^{\pi} a^2 e^{2\theta} d\theta$ (D) $\int_{-\pi}^0 a^2 e^{2\theta} d\theta$ []

1.37 抛物线 $y^2 = 2x$ 分圆盘 $x^2 + y^2 \leq 8$ 为两部分, 这两部分面积的比是

- (A) $\frac{\pi + 1}{6\pi}$ (B) $\frac{9\pi - 2}{8\pi}$ (C) $\frac{3\pi - 2}{9\pi + 8}$ (D) $\frac{3\pi + 2}{9\pi - 2}$ []

1.38 底面由圆 $x^2 + y^2 = 4$ 围成, 且垂直于 x 轴的所有截面都是正方形的立体体积为

- (A) $16 \frac{1}{6}$ (B) $32 \frac{1}{3}$ (C) $64 \frac{2}{3}$ (D) $85 \frac{1}{3}$ []

1.39 由图形 $r \leq \sqrt{2} \sin \theta$, 与 $r^2 \leq \cos 2\theta$ 所确定的平面区域的面积 S 可表示为

- (A) $\frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sqrt{\cos 2\theta} - \sqrt{2} \sin \theta)^2 d\theta$ (B) $\frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos 2\theta - 2 \sin^2 \theta) d\theta$
(C) $\frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sqrt{\cos 2\theta} - \sqrt{2} \sin \theta)^2 d\theta$
(D) $2 \left[\frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{6}} (\sqrt{2} \sin \theta)^2 d\theta + \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cos 2\theta d\theta \right]$ []

1.40 设 $\vec{a}, \vec{b}$ 是非零向量, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则必有

- (A) $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ (B) $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$
(C) $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$ (D) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{a} - \vec{b}$ []

1.41 设 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 为任意非零向量, 下列结论中正确的是

- (A) $(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b}) = 0$ (B) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 满足 $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c} = \vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{c})$
(C) $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$
(D) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 共线的充要条件是 $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$ []

1.42 已知向量 $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, 则垂直于 $\vec{a}$, 且同时垂直于 y 轴的单位向量 $\vec{e} =$

- (A) $\pm \frac{\sqrt{3}}{3} (\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$ (B) $\pm \frac{\sqrt{3}}{3} (\vec{i} - \vec{j} + \vec{k})$
(C) $\pm \frac{\sqrt{2}}{2} (\vec{i} - \vec{k})$ (D) $\pm \frac{\sqrt{2}}{2} (\vec{i} + \vec{k})$ []

1.43 若两直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{\lambda}, \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ 相交, 则 $\lambda =$

- (A) 1 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $-\frac{5}{4}$ (D) $\frac{5}{4}$ []

1.44 下面命题中不正确的是

- (A) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处极限不存在, 则在该点处必不连续
(B) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处偏导数存在, 但在该点处不一定连续
(C) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处不连续, 则在该点处必不可微

(D) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处可微, 则在该点处偏导数一定连续 []

1.45 证明函数 $z = f(x, y)$ 在点 (x, y) 可微的方法是: 证明

(A) $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ 在该点存在

(B) 当 $\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0$ 时, $\Delta z - (\frac{\partial z}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial z}{\partial y} \Delta y)$ 在该点趋于零

(C) 当 $\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0$ 时, $\frac{1}{\rho} [\Delta z - (\frac{\partial z}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial z}{\partial y} \Delta y)]$ 在该点趋于零

(D) 当 $\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0$ 时, $\frac{1}{\rho} [\Delta z - dz]$ 在该点趋于零 []

1.46 设 $D: x^2 + y^2 \leq a^2$, 则 $I = \iint_D |xy| dx dy =$

(A) 0 (B) a^4 (C) $\frac{a^4}{2}$ (D) πa^4 []

1.47 设平面区域 D 由 $x = 0, y = 0, x + y = \frac{1}{2}, x + y = 1$ 围成, 若

$$I_1 = \iint_D [\ln(x + y)]^7 dx dy \quad I_2 = \iint_D (x + y)^7 dx dy$$

$$I_3 = \iint_D [\sin(x + y)]^7 dx dy, \text{ 则 } I_1, I_2 \text{ 和 } I_3 \text{ 之间的大小顺序为}$$

(A) $I_1 \leq I_2 \leq I_3$

(B) $I_3 \leq I_2 \leq I_1$

(C) $I_1 \leq I_3 \leq I_2$

(D) $I_3 \leq I_1 \leq I_2$ []

1.48 由抛物线 $y = x^2$ 及直线 $y = 1$ 所围成的均匀薄片 (密度为 ρ) 对于直线 $l: y = -1$ 的转动惯量为 $I_1 =$

(A) $\rho \iint_D (x - 1)^2 dx dy$

(B) $\rho \iint_D (x + 1)^2 dx dy$

(C) $\rho \iint_D (y + 1)^2 dx dy$

(D) $\rho \iint_D (y - 1)^2 dx dy$ []

1.49 有界闭区域 Ω 由平面 $x + y + z + 1 = 0, x + y + z + 2 = 0$ 及三个坐标面围成, 设

$$I_1 = \iiint_{\Omega} [\ln(x + y + z + 3)]^3 dx dy dz$$

$$I_2 = \iiint_{\Omega} (x + y + z)^2 dx dy dz$$

不计算 I_1, I_2 的具体值, 利用三重积分的性质可知

(A) $I_1 \leq I_2$

(B) $I_1 \geq I_2$

(C) I_1, I_2 的大小不具体计算不能进行比较

(D) I_1, I_2 的值计算不出来, 故无法比较它们的大小 []

1.50 设 Ω 是由 $z = x^2 + y^2$ 与 $z = 1$ 所围区域在第一卦限的部分, 则 $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dv \neq$

$$(A) \int_0^1 dz \int_0^{\sqrt{z}} dx \int_0^{\sqrt{z-x^2}} f(x, y, z) dy$$

$$(B) \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_0^{x^2+y^2} f(x, y, z) dz$$

$$(C) \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^1 dr \int_2^1 f(r \cos \theta, r \sin \theta, z) r dz$$

$$(D) \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy \int_{x^2+y^2}^1 f(x, y, z) dz$$

[]

1.51 设 L 为上半个单位圆 $y = \sqrt{1-x^2}$, 则 $I = \int_L |x| ds =$

$$(A) \int_{-1}^0 \left(-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\right) dx + \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$(B) \int_0^{\pi} \cos t \cdot \sqrt{(-\sin t)^2 + (\cos t)^2} dt$$

$$(C) \int_0^1 |x| \frac{dy}{|x|} + \int_0^1 |x| \left(-\frac{dy}{|x|}\right) \quad (D) \int_0^1 x \left(\frac{1}{x}\right) dy$$

[]

1.52 设 $f(x)$ 有连续的一阶导数, 则 $\int_{(0,0)}^{(1,2)} f(x+y) dx + f(x+y) dy =$

$$(A) \int_0^3 f(x) dx$$

$$(B) \int_0^1 f(x) dx$$

$$(C) f(3) - f(1)$$

$$(D) 0$$

[]

1.53 设 L 为光滑的正向曲线, $\vec{\tau} = \{\cos \alpha, \cos \beta\}$ 是 L 的外法向量, 则 $\int_L (x \cos \alpha + y \cos \beta) ds =$

$$(A) \int_L x dy - y dx$$

$$(B) \int_L y dx - x dy$$

$$(C) \int_L -y dx - x dy$$

$$(D) \int_L x dy + y dx$$

[]

1.54 设 Σ 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, Σ_1 为上半球面 $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$, D_{xy} 为曲面 Σ 在 xOy 坐标面上的投影区域, 则下列等式成立的是

$$(A) \oiint_{\Sigma} z ds = 2 \iint_{\Sigma} z ds$$

$$(B) \oiint_{\Sigma} z ds = 0$$

$$(C) \oiint_{\Sigma} z^3 dz = 2 \iint_{\Sigma_1} z^3 ds$$

$$(D) \oiint_{\Sigma} z^2 ds = 2 \iint_{D_{xy}} z^2 dx dy$$

[]

1.55 由分片光滑的封闭曲面 Σ (取其外侧) 所围立体的体积 $V =$

$$(A) \frac{1}{3} \oiint_{\Sigma} y dy dz + z dz dx + x dx dy$$

$$(B) \frac{1}{3} \oiint_{\Sigma} z dy dz + x dz dx + y dx dy$$

$$(C) \frac{1}{3} \oint_{\Sigma} xdydz + ydzdx + zdx dy$$

$$(D) \frac{1}{3} \oint_{\Sigma} -xdydz + ydzdx - zdx dy \quad [\quad]$$

1.56 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^p}$ 当

(A) $p > 1$ 时, 条件收敛

(B) $0 < p \leq 1$ 时, 绝对收敛

(C) $0 < p \leq 1$ 时, 条件收敛

(D) $0 < p \leq 1$ 时, 发散 [\quad]

1.57 下列级数中收敛的是

$$(A) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^n$$

$$(B) \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\ln n}{n}$$

$$(C) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n-1}{n^2+n}$$

$$(D) \sum_{n=3}^{\infty} \tan \frac{\pi}{n} \quad [\quad]$$

1.58 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} e^n x^{2n}$ 的收敛半径 $R =$

(A) 1 (B) $\frac{1}{e}$ (C) e (D) $\frac{1}{\sqrt{e}} \quad [\quad]$

1.59 设函数 $f(x)$ 是以 2π 为周期的周期函数, 它在区间 $[-\pi, \pi]$ 上的表达式为

$$f(x) = \begin{cases} -x & -\pi \leq x \leq 0 \\ 0 & 0 < x < \pi \end{cases},$$

则 $f(x)$ 的傅立叶级数在 $x = -\pi$ 处收敛于

(A) 0 (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $-\frac{\pi}{2}$ (D) $\pi \quad [\quad]$

1.60 通过坐标原点且与微分方程 $\frac{dy}{dx} = x + 1$ 的一切积分曲线均正交的曲线的方程是

(A) $e^{-y} = x + 1$ (B) $e^y + x + 1 = 0$
(C) $e^y = x + 1$ (D) $2y = x^2 + 2x \quad [\quad]$

1.61 已知 $y'' + y = x$ 的一个解为 $y_1 = x$, $y'' + y = e^x$ 的一个解为 $y_2 = \frac{1}{2}e^x$, 则方程 $y'' + y = x + e^x$ 的通解为

(A) $y = x + \frac{1}{2}e^x$ (B) $c_1 \cos x + c_2 \sin x + \frac{1}{2}e^x + x$
(C) $c_1 \cos x + c_2 \sin x + x$ (D) $c_1 \cos x + c_2 \sin x \quad [\quad]$

1.61 若 y_1, y_2 是某个二阶线性齐次方程的解, 则 $c_1 y_1 + c_2 y_2$ (c_1, c_2 是任意常数)

(A) 是方程的通解

(B) 不是方程的解

(C) 是方程的解

(D) 可能是方程的解也可能不是方程的解 [\quad]

1.62 设 A 为 n 阶方阵, 则 A 的行列式 $|A| = a \neq 0$, 而 A^* 是 A 的伴随矩阵, 则 $|A^*|$ 等于

- (A) a (B) $\frac{1}{a}$ (C) a^{n-1} (D) a^n []

- 1.63 假设 A 为 n 阶方阵, 其秩 $r < n$, 那么在 A 的 n 个行向量中
 (A) 必有 r 个行向量线性无关 (B) 任意 r 个行向量线性无关
 (C) 任意 r 个行向量都构成极大线性无关向量组
 (D) 任何一个行向量都可以由其他 r 个行向量线性表出 []

- 1.64 n 维向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s (3 \leq s \leq n)$ 线性无关的充分必要条件是
 (A) 存在一组不全为 0 的数 $k_1, k_2, \dots, k_s$, 使 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_s\alpha_s \neq 0$
 (B) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中任意两个向量都线性无关
 (C) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中存在一个向量, 它不能用其余向量线性表出
 (D) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中任意一个向量都不能用其余向量线性表出 []

- 1.65 设 A 是 4 阶矩阵, 且 A 的行列式 $|A| = 0$, 则 A 中
 (A) 必有一列元素全为 0 (B) 必有两列元素对应成比例
 (C) 必有一列向量是其余列向量的线性组合
 (D) 任一行向量是其余行向量的线性组合 []

- 1.66 设 A 和 B 均为 $n \times n$ 矩阵, 则必有
 (A) $|A+B| = |A| + |B|$ (B) $AB = BA$
 (C) $|AB| = |BA|$ (D) $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$ []

- 1.67 设 n 元齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的系数矩阵 A 的秩为 r , 则 $Ax = 0$ 有非零解的充要条件是

- (A) $r = n$ (B) $r < n$ (C) $r \geq n$ (D) $r > n$ []

- 1.68 已知 β_1, β_2 是非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的两个不同的解, α_1, α_2 是对应齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的基础解系, k_1, k_2 为任意常数, 则方程组 $Ax = b$ 的通解(一般解)必是

- (A) $k_1\alpha_1 + k_2(\alpha_1 + \alpha_2) + \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}$ (B) $k_1\alpha_1 + k_2(\alpha_1 - \alpha_2) + \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}$
 (C) $k_1\alpha_1 + k_2(\beta_1 + \beta_2) + \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}$ (D) $k_1\alpha_1 + k_2(\alpha_1 - \beta_2) + \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}$ []

- 1.69 向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性无关的充分条件是
 (A) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 均不为 0 向量
 (B) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中任意两个向量的分量不成比例
 (C) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中任意一个向量均不能由其余 $s-1$ 个向量线性表示
 (D) $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 中有一部分向量线性无关 []

- 1.70 设 n 阶方阵 A, B, C 满足关系式 $ABC = E$, 其中 E 是 n 阶单位阵, 则必有
 (A) $ACB = E$ (B) $CBA = E$
 (C) $BAC = E$ (D) $BCA = E$ []

- 1.71 设 A 为 n 阶可逆矩阵, λ 是 A 的一个特征根, 则 A 的伴随矩阵 A^* 的特征根之一是