大学物理
学习指导

主编　王国全　肖鸿飞

NEUPRESS
东北大学出版社

大学物理学习指导

主　编　王国全　肖鸿飞

东北大学出版社

·沈　阳·

图书在版编目（CIP）数据

大学物理学习指导 / 王国全，肖鸿飞主编 .— 沈阳 ：东北大学出版社，2003.5
ISBN 7-81054-896-4

Ⅰ. 大…　Ⅱ. ①王… ②肖…　Ⅲ. 物理学—高等学校—教学参考资料　Ⅳ. O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 025289 号

出 版 者：东北大学出版社
地址：沈阳市和平区文化路 3 号巷 11 号
邮编：110004
电话：024—83687331（市场部）　83680267（社务室）
传真：024—83680180（市场部）　83680265（社务室）
E-mail：neuph @ neupress.com
http：//www.neupress.com
印 刷 者：沈阳昌通彩色印刷厂
发 行 者：东北大学出版社
幅面尺寸：185mm×260mm
印　　张：22.625
字　　数：565 千字
出版时间：2003 年 5 月第 1 版
印刷时间：2003 年 5 月第 1 次印刷
印　　数：1～4000
责任编辑：向　荣　秀　荣
封面设计：唐敏智
责任校对：高　田
责任出版：秦　力

定　　价：29.00 元

前　言

大学物理是工科大学的一门重要公共基础理论课，一般在大学一二年级开设。这时的大学生对大学的学习规律正处于摸索之中，部分学生对一些基本概念模糊不清，对一些讨论题似是而非，对一些习题不知从何下手。由于各校教学时间有限，教师难以将上述问题一一详解。课堂上学生人数太多，教师又难以为学生提供更多的帮助。《大学物理学习指导》的编写旨在为学生与老师提供方便，在理论与应用、知识与能力、学习与创新之间架起一座桥梁。

《大学物理学习指导》依据国家教育部物理课程指导委员会制定的工科大学物理教学基本要求，参照清华大学出版社出版的张三慧教授主编的《大学物理学》教材及国家教委“物理题库”编写而成。本书共23章，每章都包括教学基本要求，基本概念和规律，讨论题分析，解题指南和测试题等方面的内容。其中，“讨论题分析”选择了有代表性、初学者易混淆的问题进行分析；“解题指南”选择了典型例题，讲清解题思路、解题方法及其讨论，以使其达到举一反三、事半功倍的效果；“测试题”模拟考试题类型，有选择题、填空题和计算题等，供学习者自我测验。

参加本书编写的有：王国全（第一、二、三、四、五章），韩笑（第六、二十二、二十三章），李军（第七、八、九、十章），郭松清（第十一、十二、十三章），张波（第十四章），肖鸿飞（第十五、十六、十九章），孙力（第十七、十八章），裴永伟（第二十、二十一章）和郭凯（全书图）。全书由王国全统编定稿。

本书由孟凡兴教授、李军副教授主审，并提出了宝贵意见，在此表示感谢。

东北大学出版社在本书出版过程中给予很大支持和帮助，在此我们表示衷心的感谢。

由于编者水平所限，书中可能存在着不足和缺点，恳请读者批评指正。

编　者

2003年1月

内 容 提 要

本书是根据作者多年讲授大学物理的经验编写而成的。它既不属于一般习题解答，又不是习题指南，是联系教师与学生的桥梁。全书共23章，每章都包括教学基本要求、基本概念与规律、讨论题分析、解题指南和测试题等方面内容。通过讨论分析，讲述物理学中基本内容和规律；通过解题指南，讲解如何应用基本概念和规律，解决实际问题和解答习题；通过测试题，自我检查某方面知识的掌握程度，目的在于提高大学生的对物理知识的理解能力、运用能力和创新能力。所以本书是一部基本概念和解题并重，知识与能力并重，学习与创新并重的学习用书，可作为广大学生学习大学物理的指导书，也可作为教师的教学参考书。

目　录

第一章　质点运动学

一、教学基本要求

(1) 熟练应用参考系、坐标系和时间概念.

(2) 准确掌握描述质点运动的基本物理量(位置矢量、位移、速度、加速度、角位移、角速度、角加速度、切向加速度、法向加速度)概念及其性质(矢量性、瞬时性、相对性).

(3) 掌握由运动函数求速度、加速度;由速度求加速度;由角位置矢量求角速度、角加速度;由角速度求角加速度.

(4) 掌握由已知加速度(或角加速度)及初始条件求速度(或角速度)和运动函数;已知速度(或角速度)及初始条件求运动函数.

(5) 掌握角量与线量的关系.

(6) 掌握质点直线运动、抛体运动、圆周运动的规律;了解一般平面曲线运动的规律;熟悉伽俐略速度变换公式和加速度变换公式.

(7) 学会应用质点运动学概念、公式解决实际问题.

二、基本概念和规律

1. 质点运动的矢量描述

(1) 位置矢量:描述质点位置的物理量. 为了表示质点在时刻 t 的位置 P, 由原点向此点引一有向线段 OP, 并记作矢量 $\boldsymbol{r}$. $\boldsymbol{r}$ 的方向说明了 P 点相对于坐标轴的方位, $\boldsymbol{r}$ 的大小(即它的模)表明了原点到 P 点的距离. 矢量 $\boldsymbol{r}$ 叫做质点的位置矢量, 简称位矢或径矢(见图 1-1). 可以用函数 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$表示.

运动函数 $\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}$.

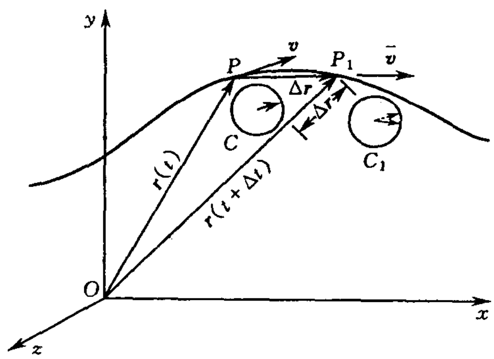

图 1-1

(2) 位移:描述质点位置变化的物理量. 表示质点在一段时间内位置的改变叫做它在这

段时间内的位移，可写为 $\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t+\Delta t) - \boldsymbol{r}(t)$. 位移是矢量.

(3) 速度：描述质点位移变化快慢的物理量. 即质点位矢对时间的变化率

$$\begin{aligned}\boldsymbol{v} &= \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \\ &= v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k}.\end{aligned}$$

速度是矢量，沿着质点轨道的切线，指向质点的前进方向. 一般地，

$$|\boldsymbol{v}| = \left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right| \neq \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}.$$

(4) 加速度：描述质点速度变化快慢的物理量. 即质点速度对时间的变化率

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a} &= \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \\ &= a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k}.\end{aligned}$$

加速度是矢量. 加速度也是位矢对时间的二阶导数 $\boldsymbol{a} = \dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$.

加速度大小可由分量表示 $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$.

加速度分量正负和速度分量正负都取决于加速度分量和速度分量的方向是否与坐标正方向相同，相同为正，相反为负.

在自然坐标系中，加速度在轨道切向方向的分量称为切向加速度 a_t，法向方向的分量称为法向加速度

$$\boldsymbol{a} = a_t\boldsymbol{\tau} + a_n\boldsymbol{n} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau} + \frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n}.$$

前者反映速度大小的变化，后者反映速度方向的变化.

(5) 角位置、角位移、角速度、角加速度，可以通过类比的方法得到：

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\theta}}{\mathrm{d}t};\quad \boldsymbol{\beta} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{\theta}}{\mathrm{d}t^2}.$$

2. 运动叠加原理

若一物体同时参与几个运动(分运动)，则每一分运动不受其他分运动的影响，物体的运动是各个彼此独立的分运动的叠加. 曲线运动可看成是沿直角坐标系三个轴向的三个互相垂直直线运动的叠加；抛体运动可分解为水平方向的匀速直线运动和沿铅直方向的匀变速直线运动；圆周运动可视为切向运动和法向运动的合成.

3. 运动的相对性

运动的相对性是指参照系不同，运动的描述一般也不同. 在经典力学中，遵守伽利略变换，$\boldsymbol{v}$ 表示质点相对于参考系 xOy 的速度，$\boldsymbol{v}'$ 表示同一质点相对于参考系 $x'O'y'$ 的速度，以 $\boldsymbol{u}$ 表示参考系 $x'O'y'$ 相对于参考系 xOy 的平动速度，则有

伽利略速度变换 $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{u}$;

伽利略加速度变换 $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}' + \boldsymbol{a}_0$.

其中，$\boldsymbol{a}_0$ 为参考系 $x'O'y'$ 相对于参考系 xOy 的平动加速度.

4. 几种运动的速度和加速度的特点(见表 1-1)

表 1-1　几种运动速度与加速度的特点

- 质点的机械运动
  - 直线运动
    - 匀速直线运动　$a=0$，v 恒定
    - 变速直线运动（$a_t \neq 0$）
      - 匀变速直线运动（$a = a_t i$ 恒定）⇒ 运动公式 ⇒ $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$；$v = v_0 + at$；$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$
      - 非匀变速直线运动（$a = a_t i$ 不恒定）⇒ 运动公式 ⇒ $x = \int_{t_0}^{t} v\mathrm{d}t + x_0$；$v = \int_{t_0}^{t} a\mathrm{d}t + v_0$
  - 曲线运动
    - 圆周运动 $\rho = R$
      - 匀速率圆周运动 $a_t = 0$，$a = a_n = \frac{v^2}{R}n$，v 为常数
      - 非匀速率圆周运动 $a_t \neq 0$，a 不恒定，$v \neq$ 常数
    - 抛体运动 $a = -gk$
      - 平抛运动 $v = v_0 i - gtk$
      - 斜抛运动 $v = v_0\cos a i + (v_0\sin a - gt)k$
    - 一般曲线运动
      - 匀速率曲线运动 $a_t = 0$，$a_n = \frac{v^2}{\rho}n$，v 不变，但 ρ 变
      - 匀变速曲线运动 a 恒定，v 不恒定
      - 非匀变速曲线运动 a 不恒定，v 不恒定

三、讨论题分析

1. 路程和位移有什么区别？矢径和位移有什么区别？

【答】 路程是标量，位移是矢量；路程是物体运动经历的实际路径，而位移是物体始末位置矢量之差，表示物体位置的改变，一般并不是物体所经历的实际路径．矢径是坐标原点到物体所在位置的一有向线段．位移是两位置矢量之差．若取物体运动起始点为坐标原点则两者一致．

2. 在曲线运动中，$|\Delta \boldsymbol{r}|$与 Δr 是否相同？$|\Delta \boldsymbol{v}|$与 Δv 是否相同（见图 1-2）？

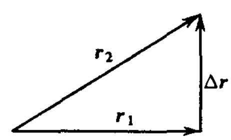

图 1-2

【答】 $|\Delta \boldsymbol{r}|$是两位置矢量之差的绝对值，而 Δr 是两位置矢量绝对值之差．当物体作曲线运动时，若初、末位置矢量大小相等，方向不同时，即$|\boldsymbol{r}_2| = |\boldsymbol{r}_1|$，但 $\boldsymbol{r}_1 \neq \boldsymbol{r}_2$，则$|\Delta \boldsymbol{r}| \neq 0$，而 $\Delta r = 0$，两者不相同．只有当物体作曲线运动时，初末位置矢量大小相等，方向也相同时，则$|\Delta \boldsymbol{r}| = 0$，$\Delta r = 0$．

同样，$|\Delta \boldsymbol{v}|$是两速度之差的绝对值，Δv 是两速度绝对值之差．物体作曲线运动时，若两不同时刻的速率相同，而方向不同时，$|\Delta \boldsymbol{v}| \neq 0$，但 $\Delta v = 0$，只有当两个不同时刻的速率相同，方向也相同时，$|\Delta \boldsymbol{v}| = 0$，$\Delta v = 0$．

3. 质点的运动方程为 $x = x(t)$，$y = y(t)$，在计算质点的速度和加速度时，有人先求出 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$，然后根据 $v = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$和 $a = \frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}t^2}$求得 v 和 a 的值．也有人先计算出速度和加速度分量，再合成求得 v 和 a 的值．即

$$v = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2} \quad 和 \quad a = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}\right)^2}.$$

这两种方法哪一种正确？差别何在？

【答】 位移、速度和加速度均是矢量，因此求速度和加速度时应根据矢量求导数法则

$$v=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j})=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j};$$

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}(x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j})=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j}.$$

在上式求导中，因为 $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$ 是单位矢量，且是恒向量

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}}{\mathrm{d}t}=0\quad\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{j}}{\mathrm{d}t}=0,$$

由此速度大小

$$v=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2},$$

加速度的大小

$$a=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\right)^2}.$$

因此第二种方法是正确的，第一种方法是不正确的.

4. 在直线运动中，加速度 $a>0$，能说它一定表示加速运动吗？反之，$a<0$，能说它一定表示减速运动吗？为什么？

【答】 在直线运动中，$a>0$ 只表示加速度的方向与坐标轴的正方向一致，若初速度方向也与坐示轴方向一致，即 $v>0$，如 $a>0$，则 $\Delta v>0$，即 $v>v_0$，表示质点作加速运动. 反之，若初速度的方向与坐标轴的正方向相反，即 $v_0<0$，则 $a>0$，而 $|v|<|v_0|$，表示质点作减速运动.

对 $a<0$ 的情形也可作同样分析. 总之，不能仅根据 $a>0$ 或 $a<0$ 来判断质点作加速运动还是减速运动，而应根据 a 与 v_0 的关系来判断，若 a 与 v_0 的符号相同，则表示加速，a 与 v_0 符号相反则表示减速.

5. (1) 匀速圆周运动的速度和加速度是否都恒定不变？

(2) 能不能说曲线运动的法向加速度就是匀速圆周运动的加速度？

(3) 在什么情况下会有法向加速度？在什么情况下会有切向加速度(见图 1-3)？

(4) 以一定初速度 v_0，抛射角 θ_0 抛出的物体，在轨道上哪一点时的切向加速度最大？在哪一点时的法向加速度最大？在任一点处(设这时物体飞行的仰角为 θ)物体的法向加速度为何？切向加速度为何？

【答】 (1) 在匀速圆周运动中质点的速率是保持不变的，而速度的方向则每时每刻都在变化. 所以不能说速度恒定不变. 在匀速圆周运动中，质点的加速度值 $a_n=\frac{v^2}{R}$ 始终保持不变，同时它的方向恒指向圆心而转变，所以加速度矢量也是恒定不变的.

(2) 匀速圆周运动是曲线运动的一个特例. 当质点作一般的曲线运动时，在某一时刻，位于曲线的一个确定位置处，它的法向加速度 $\boldsymbol{a}_n=\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n}$，其方向为 $\boldsymbol{n}$，指向该曲线的曲率中心. 从瞬时的观点看，它确实可以与匀速圆周运动的向心加速度类比. 但这仅仅是类比而已，两者还是有本质区别的. 曲线运动中曲率中心位置时刻变化的，而匀速率圆周运动的圆心位置不变；此外，匀速圆周运动的速度大小保持不变，故没有切向加速度；而曲线运动中，一般

说来，除了法向加速度外，还有切向加速度 $\boldsymbol{a}_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}$，即曲线的各点处，质点运动的速度大小可以随时间而变的，因此法向加速度的数值也随时间而变，而匀速率圆周运动中加速度大小是不变的.

(3) 法向加速度 $\boldsymbol{a}_n=\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n}$，当质点运动的速度方向改变时，就会有法向加速度. 切向加速度 $\boldsymbol{a}_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}$，当质点运动的速度之数值改变时就会有切向加速度.

(4) 在抛体运动中，当不计任何阻力时，其加速度是恒定的，即重力加速度 $\boldsymbol{g}$，设在抛物线上某一点处，其仰角为 θ(见图 1-3)，则该物体的法向加速度 $\boldsymbol{a}_n=g\cos\theta\boldsymbol{n}$，切向加速度 $\boldsymbol{a}_t=-g\sin\theta\boldsymbol{\tau}$. 当 $\theta=0°$ 时，$\cos\theta=1$，位于抛物线的最高点处有最大的法向加速度 $\boldsymbol{a}_{n\max}=-g\boldsymbol{j}$. 而切向加速度 $|a_t|=|g\sin\theta|$ 的最大值出现在 $|\theta|$ 取得最大值处，即在抛出点 $a_t=-g\sin\theta_0$. 及在落地点 $a_t=g\sin\theta_0$，若落地点为深渊，则 $a_t\to g$.

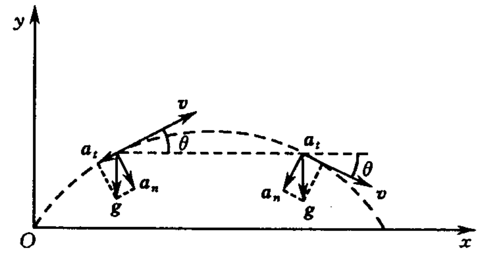

图 1-3

四、解题指南

运动学问题基本上大致可以分为三大类，一类是已知运动方程求质点的速度和加速度，采取微分法；另一类是已知质点的速度(或加速度)和初始条件(即 $t=0$ 时的位置和速度)求运动方程，采取积分法. 还有一类相对运动问题，解题时先选研究对象，分清三种速度(相对速度、牵连速度、绝对速度)，再利用速度合成定理，从已知量求未知量.

【例 1-1】 湖中有一小船，岸上有人用绳子跨过一定滑轮以恒定速率 v_0 拉船靠岸，试问船速是否恒定？船速大还是绳速大(见图 1-4(a),(b))？

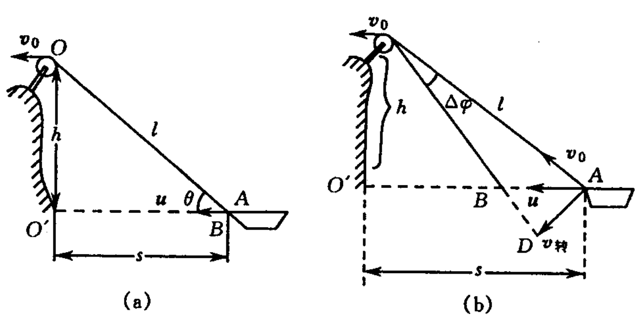

图 1-4

【解题思路】 该题属于运动学第一类问题，可采用微分法.

【解法一】 根据速率定义，绳速是$\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}$，船速是$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$，在 $\Delta AOO'$ 中

$$l^2=h^2+s^2\quad(h\text{ 为常数}).$$

对上式两边求导后得
$$l\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=s\cdot\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t},$$

即
$$l\cdot v_0=s\cdot u,\qquad u=\frac{l}{s}v_0.$$

因为$\frac{s}{l}=\cos\theta$，所以$u=\frac{v_0}{\cos\theta}$. 也许有人会提出：绳拉船前进，绳速为v_0，船速应等于绳速在水平方向分量，即$u=v_0\cos\theta$，那么船速小于绳速. 以上结论是错误的，当人以恒定速率拉绳头时，绳上各点沿绳方向(称为径向分量)的速率是v_0，但绳从滑轮到系船头的各点实际上并不是沿绳的方向而是沿水平方向，故船在运动过程中，绳与水平方向的夹角θ也在不断地改变，所以绳上各点既有沿绳方向的平动，又有绕定滑轮O点的转动，故具有横向分量，绳上各点速度应是这两种运动的合成：
$$\boldsymbol{u}=\boldsymbol{v}_0+\boldsymbol{v}_{转}.$$

【解法二】 船速u应是沿绳缩短方向的平动$\boldsymbol{v}_0$与绕定滑轮O点转动速度$\boldsymbol{v}_{转}$的合成，它们在水平方向的分量为
$$u=v_0\cos\theta+v_{转}\sin\theta.$$
经过很短时间Δt，船由A移至B，由1-4(b)图可得
$$\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}=\omega.$$
$$v_{转}=\omega l=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}l$$
$$=\frac{\overset{\frown}{AD}}{l}\cdot\frac{l}{\Delta t}=\frac{\overset{\frown}{AD}}{\Delta t}=\frac{\overline{AD}}{\Delta t}\approx\frac{\overline{AB}\sin\theta}{\Delta t}=u\sin\theta,$$
所以
$$u=v_0\cos\theta+v_{转}\sin\theta=v_0\cos\theta+u\sin^2\theta,$$
$$u=\frac{v_0}{\cos\theta}>v_0.$$

【讨论】 有人之所以会提出$u=v_0\cos\theta$的错误结论，原因在于认为(1)由滑轮至船头这段绳索上各点的运动情况是相同的；(2)这段绳索运动的速度方向就是沿绳索的方向；(3)这段绳索的速率就是人收绳的速率v_0；(4)绳索在水平方向的分量就等于零. 实际上绳索的运动是平动与转动的合成运动，既具有沿绳索方向的分速度(称为径向分速度)，又具有与转动相应的分速度(称为横向分速度). 绳索上各点速度的径向分量是相同的，其速率等于岸上人的收绳速率；而横向分量逐点而异，因此绳上各点速度不相同. 各点速度方向也决不是沿绳索方向。

【例1-2】 一质点从静止出发沿半径为$R=3\text{m}$的圆周运动，切向加速度为$a_t=3\text{m/s}^2$，(1)经过多少时间它的总加速度a恰好与半径成45°角？(2)在上述时间内，质点所经过的路程和角位移各为多少(见图1-5)？

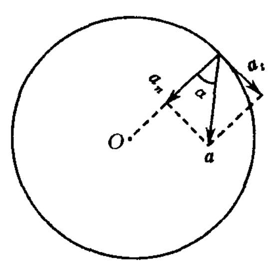

图 1-5

【解题思路】 该题属于运动学第二类问题，采用积分法及角、线量关系.

【解】 加速度是常数$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=3$，由初始条件，$t=0$时，$v_0=0$得
$$\int_0^v\mathrm{d}v=\int_0^t3\mathrm{d}t,\quad v=3t.$$
质点的法向加速度的大小为
$$a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{3^2t^2}{R}=3t^2,$$

方向指向圆心.

总加速度　$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_t+\boldsymbol{a}_n=3\boldsymbol{\tau}+3t^2\boldsymbol{n}$.

(1) 设 $\boldsymbol{a}$ 与半径的夹角为α.

则　$a_n=a\cos\alpha,\quad a_t=a\sin\alpha$.

当 $\alpha=45°$时，$a_n=a_t$，$3t^2=3$，$t=1$ (s) (-1 舍去)

所以当 $t=1$s 时，$\boldsymbol{a}$ 与半径成 45°角.

(2) 由$\frac{ds}{dt}=v=3t$，速度是时间函数，直接积分. 再由初始条件 $t=0$，$s_0=0$，得

$$s=\int v\,dt=\int_0^t 3t\,dt=\frac{3}{2}t^2.$$

当 $t=1$ 时，$s_1=\frac{3}{2}t^2\Big|_{t=1}=1.5(\text{m})$，角位移 $\theta=\frac{s}{R}$.

当 $t=1$s 时，$\theta_1=\frac{s_1}{R}=\frac{1.5}{3}=0.5$ (rad).

【例 1-3】 一物体悬挂在弹簧上作竖直振动，其加速度 $a=-ky$，(k 为常数)，y 是以平衡位置为原点所测得的坐标，假定振动的物体在坐标 y_0 处的速度为 v_0，试求速度 v 与坐标 y 的函数关系式?

【解题思路】 已知加速度和初始条件求速度和坐标要用积分方法求之，但由于加速度是位置函数，需变换后可积分.

【解】 $a=\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dy}\cdot\frac{dy}{dt}=v\cdot\frac{dv}{dy}$，又 $a=-ky$，

则　$$-ky=v\cdot\frac{dv}{dy},\quad -\int_{y_0}^{y}ky\,dy=\int_{v_0}^{v}v\,dv$$

$$\frac{1}{2}ky_0^2-\frac{1}{2}ky^2=\frac{1}{2}v^2-\frac{1}{2}v_0^2,\quad v^2=v_0^2+k(y_0^2-y^2)$$

【例 1-4】 一飞机相对于空气以恒定速率 w 沿正方形轨道飞行，在无风天气其运动周期为 T，若有恒定小风沿平行于正方形的一对边吹来，风速为 $v=kw(k\ll1)$. 求飞机沿原正方形(对地)飞行的周期的增加量(见图 1-6).

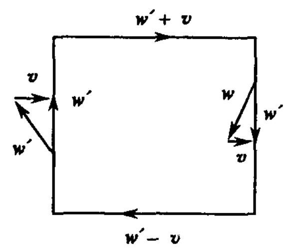

图 1-6

【解题思路】 该题是相对运动问题，涉及到速度合成定理的应用. 当飞机速度方向与风速方向相同时，则飞机航行速度为 $w+v$；当飞机速度方向与风速方向相反时，则飞机航行速度为 $w-v$；当飞机速度方向与风速方向不在一直线上时，则飞机航行速度为 $\sqrt{w^2-v^2}$，分别求出无风与有风情形下飞机运行周期，最后求增量.

【解】 设正方形边长为 L，则无风时 $wT=4L$，$L=\frac{wT}{4}$；在有风天气为使飞机仍在正方形轨道上飞行，飞机在每条边上的航行方向(相对于空气的速度方向)和飞行时间均须作相应调整.

则　$$L=(w+v)t_1=(w-v)t_2=w't_3=\sqrt{w^2-v^2}\,t_3.$$

有风天气飞机运动周期为

$$T'=t_1+t_2+2t_3=\frac{L}{w+v}+\frac{L}{w-v}+2\frac{L}{\sqrt{w^2-v^2}}$$

$$\approx\frac{L}{w}\left[(1-k+k^2)+(1+k+k^2)+2\left(1+\frac{1}{2}k^2\right)\right]$$
$$=\frac{4L}{w}+\frac{3k^2L}{w}=T\left(1+\frac{3k^2}{4}\right),$$

所以
$$\Delta T=T'-T=\frac{3k^2}{4}T.$$

五、测试题

(一) 选择题

1. 在下列几种情况中，哪种情况不可能. [ ]

(A) 质点运动速度向东，而加速度也向东；
(B) 质点运动速度向东，而加速度向西；
(C) 质点运动速度向东，而加速度向南；
(D) 物体运动的加速度恒定，而速度却变；
(E) 物体运动的加速度恒定，而速度也恒定.

2. 一运动质点在某瞬时位于矢径 $\boldsymbol{r}(x,y)$的端点处，其速度大小为 [ ]

(A) $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$； (B) $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$； (C) $\frac{\mathrm{d}|\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}$； (D) $\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$.

3. 质点沿半径为 R 的圆周作匀速率运动，每 t 秒转一圈，在 $2t$ 时间间隔中，其平均速度大小与平均速率大小分别为 [ ]

(A) $\frac{2\pi R}{t}$，$\frac{2\pi R}{t}$； (B) 0，$\frac{2\pi R}{t}$； (C)0，0； (D) $\frac{2\pi R}{t}$，0.

4. 一小球沿斜面向上运动，其运动方程为 $s=5+4t-t^2$，则小球运动到最高点的时刻是 [ ]

(A) $t=4$s； (B) $t=2$s； (C) $t=8$s； (D) $t=5$s.

5. 对于沿曲线运动的物体，以下几种说法中哪一种是正确的？ [ ]

(A) 切向加速度必不为零；
(B) 法向加速度必不为零(拐点处除外)；
(C) 由于速度沿切线方向，法向分速度必为零；
(D) 若物体作匀速率运动，其总加速度为零；
(E) 若物体的加速度 $\boldsymbol{a}$ 为恒矢量，它一定作匀变速运动 .

6. 质点作曲线运动，$\boldsymbol{r}$ 表示位置矢量，s 表示路程，a_t 表示切向加速度，下列表达式中

(1) $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=a$； (2) $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=v$； (3) $\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=v$； (4) $\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\right|=a_t$. [ ]

(A) 只有(1)，(4)是对的； (B) 只有(2)，(4)是对的；
(C) 只有(2)是对的； (D) 只有(3)是对的.

7. 一质点在平面上运动，已知质点位置矢量的表示式为 $\boldsymbol{r}=at^2\boldsymbol{i}+bt^2\boldsymbol{j}$(其中 a，b 为常数)，则质点作 [ ]

(A) 匀速直线运动； (B) 变速直线运动；
(C) 抛物线运动； (D) 一般曲线运动.

8. 下列说法中，哪一个是正确的？ [ ]

(A) 一质点在某时刻的瞬时速度是 2m/s，说明它在此后 1s 内一定要经过 2m 的路程；

(B) 斜向上抛的物体，在最高点处的速度最小，加速度最大；

(C) 物体作曲线运动时，有可能在某时刻的法向加速度为零；

(D) 物体加速度越大，则速度越大.

9. 下列说法中，哪一个是不可能的？ [ ]

(A) 物体运动方向与加速度方向相反；

(B) 加速度很大，但速度却很小，甚至为零；

(C) 加速度为零，速度一定为零；

(D) 加速度大小保持不变，速度方向却不断改变.

10. 下列说法中，哪一个是正确的. [ ]

(A) 物体作曲线运动时，必有加速度，其方向指向曲线凹的一侧；

(B) 匀加速运动一定是直线运动；

(C) 圆周运动中，加速度方向一定指向圆心；

(D) 物体作曲线运动时，速度方向一定在运动轨道的切线方向，法向分速度恒等于零，因此其法向加速度也一定等于零 .

(二) 填空题

1. 一船以速度 v_0 在静水湖中匀速直线航行，一乘客以初速 v_1 在船中竖直向上抛出一石子，则站在岸上的观察者看石子运动的轨迹是________，其轨道方程是________.

2. 已知质点运动方程为

$$\boldsymbol{r}=\left(5+2t-\frac{1}{2}t^2\right)\boldsymbol{i}+\left(4t+\frac{1}{3}t^3\right)\boldsymbol{j}.$$

当 $t=2\text{s}$ 时，$\boldsymbol{a}=$________.

3. 如图 1-7 所示，一小船以相对于水的速度 $\boldsymbol{v}$ 与水流方向成 α 角开行，若水流速度为 $\boldsymbol{u}$，则小船相对于岸的速度的大小为________，与水流方向夹角为________.

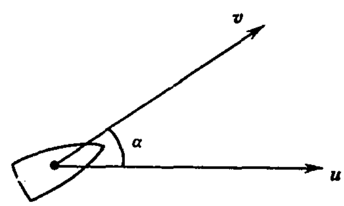

图 1-7

4. 一辆作匀加速直线运动的汽车，在 6s 内通过相距 60m 远的两点，已知汽车经过第二点时的速率为 15m/s，则汽车通过第一个点时速率 $v_1=$________；汽车的加速度 $a=$________.

5. 如图 1-8 所示，一质点 P 从 O 点出发以匀速率 1cm/s 作顺时针转向的圆周运动，圆的半径是 1m，当它走过 2/3 圆周时，走过的路程是________；这段时间内的平均速度的大小为________；方向是________.

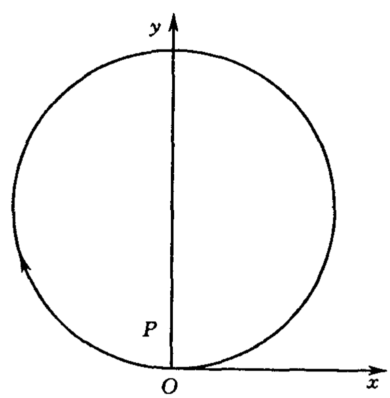

图 1-8

6. 在半径为 R 的圆周上运动的质点，若速率与时间的关系为 $v=bt^2$（b 为常数）时，则从 $t=0$ 到 t 时刻质点的路程 $s(t)$ 为________；t 时刻质点的切向加速度 a_t 为________；t 时刻质点的法向加速度 a_n 为________.

7. 一质点沿半径为 R 的圆周运动，其路程 s 随时间 t 变化的规律为 $s=bt-\frac{1}{2}ct^2$(其中 b，c 为大于零的常数，且 $b^2>Rc$)

(1) 质点运动的切向加速度 $a_t=$________，法向加速度 $a_n=$________.

(2) 质点运动经过 $t=$________时，$a_t=a_n$.

8. 说明质点作何种运动时，将出现下述各种情况($v\neq0$)：

(1) $a_t\neq0$，$a_n\neq0$，________________；

(2) $a_t\neq0$，$a_n=0$，________________.

9. 一质点的运动方程为 $x=6t-t^2$，则在 t 由 0 至 4s 的时间间隔内，质点的位移大小为________，在 t 由 0 到 4s 的时间间隔内质点走过的路程为________.

10. 飞轮作加速转动时，轮边缘上一点的运动方程为 $s=0.1t^3$，飞轮半径为 2m，当此点的速率 $v=30\text{m/s}$ 时，其切向加速度为________，法向加速度为________.

（三）计算题

1. 一质点在 xOy 平面上运动，运动方程为 $x=3t+5$，$y=\frac{1}{2}t^2+3t-4$，式中 t 以秒计，x，y 以米计. (1)以时间 t 为变量，写出质点位置矢量的表达式；(2)求出 $t=1\text{s}$ 时刻和 $t=2\text{s}$ 时刻的位置矢量，计算这 1s 内质点的位移；(3)求出质点速度分量的表示式，计算 $t=4\text{s}$ 时，质点速度的大小和方向；(4)求出质点加速度分量的表示式，计算 $t=4\text{s}$ 时质点加速度的大小和方向.

2. 一质点从静止开始作直线运动，开始加速度为 a，以后加速度随时间均匀增加，经过时间 t 后，加速度为 $2a$，经过时间 $2t$ 后，加速度为 $3a$，…，求经过时间 nt 后，该质点的加速度和走过的距离.

3. 一艘行驶的快艇，在发动机关闭后，有一个与它速度方向相反的加速度，其大小与它的速度平方成正比，即$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-Kv^2$，式中 K 为常数，求快艇关闭发动机后，行驶速度与行驶距离的关系.

4. 一质点沿 x 轴运动，其加速度为 $a=4t$，当 $t=0$ 时，物体静止于 $x=10\text{m}$ 处. 试求质点的速度、位置与时间的关系式.

5. 如图 1-9 所示，路灯离地面高度为 H，一个身高为 h 的人，在灯下水平面上以匀速度 v_0 步行，求当人与灯泡的水平距离为 x 时，他的头顶到地面上的影子移动的速度的大小.

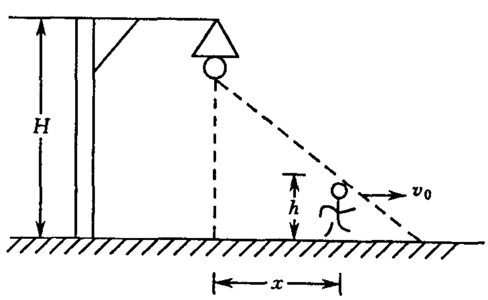

图 1-9

6. 已知质点的运动方程为

$$x=\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{4}t,\quad y=\sin\frac{\pi}{4}t.$$

式中，x，y 以 m 计，t 以 s 计. (1)求质点的轨道方程；(2)求出质点的速度和加速度表示式；(3)求 $t=1\text{s}$ 时质点的位置、速度和加速度.

7. 一质点作半径为 $r=10\text{m}$ 的圆周运动，其角加速度 $\beta=\pi\text{rad/s}$，若质点从静止开始运动，求质点在第 1 秒末(1)角速度；(2)法向加速度和切向加速度；(3)总加速度的大小和方

向.

8. 质点沿直线运动，速度 $v=t^3+3t^2+2$. 如果 $t=2\mathrm{s}$ 时，$x=4\mathrm{m}$，求 $t=3\mathrm{s}$ 时质点的位置，速度和加速度.

9. 质点在重力场中作斜上抛运动，初速度大小为 v_0，与水平方向成 α 角，求质点到达与抛出时同一高度处的切向加速度、法向加速度以及轨道的曲率半径?

10. 一质点在 xOy 平面内运动，其运动方程为 $x=4t$，$y=10-2t^2$，求质点的位置矢量与速度矢量恰为垂直的时刻?

11. 当一列火车以 36km/h 的速率向东行驶时，相对于地面匀速竖直下落的雨滴，在列车的窗子上形成的雨滴与竖直方向成 30°角，求：

(1)雨滴相对于地面的水平分速度有多大，相对于列车的水平分速度有多大?

(2) 雨滴相对于地面速率如何? 相对于列车速率如何?