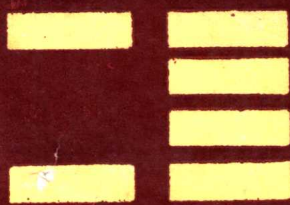


科学普及出版社

中国古算题选解

李逢平 著

44



中国古算题选解

李逢平 著

科学普及出版社

内 容 提 要

本书结合中、小学数学教材，选编了我国古代数学一百题，包括四则杂题、比例、体面积计算、方程与方程组、不定方程、盈亏、勾股、数列、测量，以及几何计算、证明、作图等。在编写时，作者将原题、原文、原算草予以语译，或用现代数学表达式相对照，并加有按语。在按语中，除注释说明外，还将各题用现代数学方法进行解答，与国外同类问题做了比较。读者不难从中领略我国古代数学成就，以激发爱国热忱。

本书可供中、小学数学教师、广大数学爱好者阅读。

中 国 古 算 题 选 解

李逢平 著

责任编辑：吴之静

封面设计：王序德

科学普及出版社出版（北京海淀区白石桥路32号）

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

北京市昌平县印刷厂印刷

开本：787×1092毫米 1/32 印张：4⁵/₈。字数：97千字

1985年8月第1版 1985年8月第1次印刷

印数：1—31,000册 定价：0.73元

统一号书：13051·1451 本社书号：0993

前 言

中华民族是勤劳俭朴、勇往直前的民族。祖国人民是蕴有智慧、富有创造能力的人民。

几千年来，我国人民在数学领域里同其它学科一样，取得了伟大的成就，作出了巨大的贡献，为世界数学史谱写了光辉的篇章，赢得了祖国的光荣。

本书结合中、小学部分数学教材，选编了中国古代数学题共一百道，内容有四则杂题、比例、体面积计算、方程与方程组、不定方程、盈亏、勾股、几何计算证明作图、数列、测量等问题，以供中、小学数学教师教学的参考和数学爱好者业余的阅读。

为了便于参考、阅读，编写时将原题、原术（法）文、原算草予以语译或用现代数学表达式加以对照，并在题后写上按语。在按语中，除有关注释说明外，还将各题用现代数学方法进行解答，以及与国外有关同类问题的比较，从中体现祖国古代数学之成就，以激发学生、读者的民族自豪感和爱祖国的热忱，从而继承先辈的优良传统，刻苦钻研，努力创造，为实现四个现代化作出更大的贡献。

由于水平所限，错误在所难免，谨望广大教师、读者予以指正。

李逢平

目 录

第一章	四则杂题	1
第二章	比例问题	14
第三章	体面积计算问题	21
第四章	方程、方程组	30
第五章	不定方程	53
第六章	盈亏问题	65
第七章	勾股问题	76
第八章	几何计算、证明、作图问题	93
第九章	数列问题	111
第十章	测量问题	132

第一章 四 则 杂 题

1. 今出钱四十二贯三百五十，买物三十七斤一十三两，问一斤价钱几何？（选自杨辉《日用算法》，公元1262年）

今译：钱42贯350文，买得某物37斤13两，问这物一斤价是多少？

答曰：一贯一百二十文

术曰：

“通斤并两为法，

以十六两乘出钱总数为实，
以法除实。”

化斤为两与两合并得

$$16 \times 37 + 13 = 605 \text{ 作除数}$$

用16两乘钱的总数

$$42350 \times 16 = 677600 \text{ 作被除数}$$

$$677600 \div 605 = 1120 \text{ (文)}$$

合一贯一百二十文

这是一个已知总价求单价的问题，如以今法列式，就是：

$$42350 \div (16 \times 37 + 13) \times 16 = 1120 \text{ (文)}$$

可见古法术文所表达之数式无异于今法所列之算式。

【按】(1) 1斤 = 16两，1贯 = 1000文

(2) 古时称除数（或分母）为法，称被除数（或分子）为实。

2. 今买物三十七斤九两，每斤一贯一百二十文，问共

值钱几何？（选自杨辉《日用算法》，公元1262年）

今译：买物37斤9两，每斤价1贯120文，问共需钱多少？

答曰：四十二贯七十文。

术曰：

“通斤为两，以两并之，

以斤价乘之，

以两法十六除之。”

化斤为两与两合并，得

$$16 \times 37 + 9 = 601$$

以一斤之价来乘

$$601 \times 1120 = 673120(\text{文})$$

$$673120 \div 16 = 42070(\text{文})$$

合四十二贯七十文

这是一个已知单价求总价的问题。术文表达的数式无异于今法所列之算式：

$$1120 \div 16 \times (16 \times 37 + 9) = 42070(\text{文})$$

【按】“两法十六”，是两求斤方法的叙述，因为一斤等于十六两。

3. 菽每石七百八十五文，麦每石一贯一百六十文，今用钱二百九十七贯，余到菽、麦共三百石，问本各几何？

（选自《永乐大典》，解缙编，公元1407年）

今译：菽每石价785文，麦每石价1160文，现在用钱297贯余到菽、麦共300石，问菽、麦各有多少石？

答曰：菽一百三十六石，

麦一百六十四石。

分率术曰：

“共物为实，以贱率乘之，

以减总价，余为贵实。

贵贱二率相减，余为法，求
见一个所多之差，

除之，先见贵物，

以贵物减总数，余为贱也。”

以其余到菽、麦300作物实，
用贱（菽）率785乘之

$$300 \times 785 = 235500 \text{ (文)}$$

去减总价，所得之差（余）

$$297000 - 235500 = 61500 \text{ (文)}$$

作为贵物（麦）的被除数。

$1160 - 785 = 375 \text{ (文)}$ 求得的
一石价之差（余）作除数，

$$61500 \div 375 = 164 \text{ (石)} \text{ (麦)}$$

$$300 - 164 = 136 \text{ (石)} \text{ (菽)}$$

【按】因菽每石价785文，麦每石价1160文，故术文中
称菽之石价为贱率，麦之石价为贵率。

术文表达式与现今所列之算式：

$$(297000 - 300 \times 785) \div (1160 - 785) = 164 \text{ (石)} \text{ (麦)}$$

完全相同。

4. 钱二十贯，买四百六十尺，绌每尺四十三，罗每尺
四十四，问绌、罗几何？（选自《永乐大典》，解缙编，公元
1407年）

今译：钱20贯，买得绌、罗共460尺，已知绌每尺价43文，
罗每尺价44文，问绌、罗各多少尺？

答曰：（绌）二百四十尺

（罗）二百二十尺。

草曰：

“以贵价乘都数，

以原钱减，余为实。

贵贱二价相减，余为法，

以法除实。

(以减都数，求贵物之数)，

以罗(贵)每尺之价乘所买
绌、罗的总尺数：

$$460 \times 44 = 20240 \text{ (文)}$$

减去原钱数所得的差(余)

$$20240 - 20000 = 240 \text{ 作被除数，}$$

罗、绌尺价相减，所得的差

$$(余) 44 - 43 = 1 \text{ 作除数，}$$

$$240 \div 1 = 240 \text{ (尺) (绌)}$$

$$460 - 240 = 220 \text{ (尺)}$$

求得罗的尺数。

【按】古时，求出的和有时称为“都数”。原题之四百六十尺，是绌、罗所买尺数之和，故算草中称之为“都数”。

算草求绌尺数的表达式与现今所列之算式：

$$(460 \times 44 - 20000) \div (44 - 43) = 240 \text{ (尺)}$$

完全相同。

5. 今有妇人河上荡桮，津吏问曰：桮何以多？妇人曰：有客。吏曰：客几何？妇人曰：二人共饭，三人共羹，四人共肉，凡用桮六十五，不知客几何？(选自《孙子算经》孙子，但不知其名，约四世纪)

今译：有一妇人在河上洗碗(杯)，津吏问她，碗为什么这么多？那妇人回答：家有客人。津吏又问：有多少客人？那妇人回答说：2人共一碗饭，3人共一碗羹，4人共一碗肉，一共用65只碗，不知客人有多少？

答曰：六十人。

术曰：

“置六十五斛以一十二乘之
得七百八十，
以十三除之，即得。”

$$65 \times 12 = 780$$

$$780 \div 13 = 60(\text{人})$$

【按】栝：即杯，盛羹之器也。津吏：管津梁的官，即
闸官之类，津梁就是河川上的桥梁。

这题是一个除法问题。术文的综合式是：

$$65 \times 12 \div 13 = 780 \div 13 = 60(\text{人})$$

如用今法列式，就是：

$$65 \div \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) = 65 \div \frac{13}{12} = 65 \times \frac{12}{13} = 60(\text{人})$$

显然，术文所乘之一十二，就是今式中括号内分母2、3、
4通分之最小公倍数；术文所除之十三，就是今式括号内相
加所得之分子。由此可见，古法术文表达式和今法列式实际
一样。

6. 今有人持米出三关，外关三而取一，中关五而取
一，内关七而取一，余米五斗，问本持米几何？（选自《九章
算术》，佚名，约公元前三世纪至公元后二世纪）

今译：有人持米若干斗，按关税出内关7斗付税1斗，
出中关5斗付税1斗，出外关3斗付税1斗。这人走出三
关后剩余米5斗，问这人原来持米多少？

答曰：十斗九升八分升之三

术曰：

“置米五斗以所税者三之五
之七之为实，

以余不税者二、四、六互相
乘为法，

实如法得一斗。”

$50 \times 3 \times 5 \times 7$ 作被除数

$2 \times 4 \times 6$ 作除数

$$50 \times 3 \times 5 \times 7 \div (2 \times 4 \times 6) \\ = 109\frac{3}{8} (\text{升})$$

即十斗九升八分升之三。

【按】术文中“实如法得一斗”的“一斗”，不是数量一斗，而是指实除以法得到所要求的这个斗数，其意就是计算过程的最后一步。后面题中术文之“得一日”“得一里”等，其意皆此。

古算书里，以多位数做乘数时叫做“乘”，以一位数做乘数叫做“因”，例如“三因”就是以一位数3做乘数。有时以一位数例如4来做乘数，就简略地说成“四之”。本题术文中的三之五之七之，就是以3、5、7做乘数来乘。又古算书里常常把一数被另一数除，称为“实如法”或“实如法而一”，如果单说以一位数例如被3除时，常称为“三而一”。

这题是一个剩数问题。题中的三而取一，五而取一，七而取一，其意就是出外关三斗付税一斗，余二斗即为不税者，出中关五斗付税一斗，余四斗即为不税者，出内关七斗付税一斗，余六斗即为不税者。故术文中之“以余不税者二、四、六互相乘”，就是 $(3-1) \times (5-1) \times (7-1)$ ，因此，术文表达式可列成算式：

$$50 \times 3 \times 5 \times 7 \div [(3-1) \times (5-1) \times (7-1)] = 109\frac{3}{8} (\text{升})$$

这和现今所列之算式：

$$50 \div \left(1 - \frac{1}{3}\right) \div \left(1 - \frac{1}{5}\right) \div \left(1 - \frac{1}{7}\right)$$

酷相类似。

关于剩数问题，苏联杰帕曼（И.Депман）在他所著的“数学简史”一书中，引有阿美尼亚共和国数学家阿奈尼（Анания ширакаци）与“九章”题性质相同的问题：

一人经商回家，行经三城市，甲地征税所携之半又三分之一，乙地、丙地征税税率同甲地，此人到家还余11元，问原携款多少？

但阿奈尼是七世纪时人，他比《九章算术》成书年代至少要晚五个世纪。

7. 今有木不知长短，引绳度之，余绳四尺五寸，屈绳量之，不足一尺，问木长几何？（选自《孙子算经》）

今译：有木一段，不知它的长度，拿绳子来量，绳子多4尺5寸，将绳子对折过来量，则不够1尺，问这段木长多少？

答曰：六尺五寸。

术曰：

“置余绳四尺五寸，加不足一尺，共五尺五寸，倍之，得一丈一尺，减余四尺五寸，即得。”

$$45 + 10 = 55 \text{ (寸)}$$

$$55 \times 2 = 110 \text{ (寸)}$$

$$110 - 45 = 65 \text{ (寸)}$$

【按】这是一个差数问题。术文表达的综合式：

$$(45 + 10) \times 2 - 45 = 65 \text{ (寸)}$$

无异于今法所列之算式。

8. 今有凫起南海七日至北海，雁起北海九日至南海，

今鳧雁俱起，問何日相逢？（选自《九章算术》）

今译：鳧自南海飞至北海需7天，雁自北海飞至南海需9天，现在鳧雁分别从南海、北海同时起飞，问几天后鳧雁两鸟相遇？

答曰：三日十六分日之十五。

术曰：

“并日数为法，
日数相乘为实，
实如法得一日。”

$$7+9=16 \text{ 作除数}$$

$$7 \times 9 = 63 \text{ 作被除数}$$

$$63 \div 16 = 3 \frac{15}{16} \text{ (天)}$$

【按】这是一个行程问题中的相遇问题，术文表达之综合式为：

$$7 \times 9 \div (7 + 9) = 3 \frac{15}{16} \text{ (天)}$$

用现在分数解，就是：

$$1 \div \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9} \right) = 1 \div \frac{16}{63} = 1 \times \frac{63}{16} = 3 \frac{15}{16} \text{ (天)}$$

与术文表达式对照，其道理就可明白。

9. 今有善行者一百步，不善行者六十步。今不善行者先行一百步，善行者追之，问几何步及之？（选自《九章算术》）

今译：甲、乙二人，甲（善行者）行100步，乙（不善行者）行60步。现在乙先行100步，甲随后追之，问甲行多少步追及了乙？

答曰：二百五十步。

术曰：

“置善行者一百步，减不善行者六十步，余四十步为法，

以善行者之一百乘不善行者先行一百步为实，

实如法得一步。”

$$100 - 60 = 40 (\text{步}) \text{ 作除数}$$

$$100 \times 100 = 10000 \text{ 作被除数}$$

$$10000 \div 40 = 250 (\text{步})$$

【按】这是一个行程问题中的追及问题。术文表达的综合式为：

$$100 \times 100 \div (100 - 60)$$

这和现今所列之算式：

$$100 \div \frac{100 - 60}{100}$$

完全一样。

10. 今有乘传委输空车日行七十里，重车日行五十里，今载太仓粟输上林五日三返，问太仓去上林几何？（选自《九章算术》）

今译：驾马车运送货物，空车一日行70里，重车一日行50里，现在从太仓运粟到上林，5日往返3次，问太仓距上林多少里？

答曰：四十八里十八分里之十一。

术曰：

“并空重里数以三返乘之为法，

令空重相乘，又以五日乘之为实

实如法得一里。”

$(70+50) \times 3$ 作除数

$70 \times 50 \times 5$ 作被除数

$70 \times 50 \times 5 \div [(70+50) \times 3]$

$= 48 \frac{11}{18}$ (里)

【按】乘传：驰驿也。这里是驾马车之意。委输：运送也。以物置于车上叫委，转运至他处交卸叫输。

这是一个归一问题，与现今解法：

$$5 \div \left[\left(\frac{1}{70} + \frac{1}{50} \right) \times 3 \right] = 5 \div \frac{(50+70) \times 3}{70 \times 50} = \frac{5 \times 70 \times 50}{(50+70) \times 3} \\ = 48 \frac{11}{18} \text{ (里)}$$

酷相类似。

11. 今有池五渠注之，其一渠开之少半日一满，次一日一满，次二日半一满，次三日一满，次五日一满，今皆决之，问几何日满也。（选自《九章算术》）

今译：有一水池，甲渠独开 $\frac{1}{3}$ 日注满，乙渠独开 1 日注

满，丙渠独开 $2\frac{1}{2}$ 日注满，丁渠独开 3 日注满，戊渠独开 5 日注满。问五渠齐开，几日注满水池？

答曰：七十四分日之十五。

术曰：

“各置渠一日满池之数，并以
为法。

（按此术，其一渠少半日满
者，是一日三满也；

次一日一满；

次二日半满者，是一日五分
满之二也；

次三日满者，是一日三分满
之一也；

次五日满者，是一日五分满
之一也。

并之，得四满十五分满之十
四也。）

以一日为实，

实如法得一日。”

各渠一日注满水池的次
数：

按照此术，就是一渠一日注
满3次；

次渠一日注满1次；

次渠一日注满水池的 $\frac{2}{5}$ ；

次渠一日注满水池的 $\frac{1}{3}$ ；

次渠一日注满水池的 $\frac{1}{5}$ 。

$$3 + 1 + \frac{2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = 4\frac{14}{15}$$

作除数

以1日作为被除数

$$1 \div \left(3 + 1 + \frac{2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right)$$

$$= \frac{15}{74} \text{ (日)}$$

【按】少半日就是 $\frac{1}{3}$ 日，二日半就是 $2\frac{1}{2}$ 日。

这是一个工程问题。术文表达式与现今所列之算式：

$$1 \div \left(\frac{1}{3} + 1 + \frac{1}{2\frac{1}{2}} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right) = \frac{15}{74} \text{ (日)}$$

完全一样。

关于这类工程问题，苏联杰帕曼所著的“数学简史”中所引的数学家阿奈尼（七世纪时人）问题：

某城有一蓄水池，三渠输水。开第一渠一小时池满，第二渠较狭，二小时池满；另一渠最狭，三小时池满。

今三渠齐开，注满此池需时多少？

其性质与“九章”题如同一辙。

12. 今有铁十斤，一经入炉得七斤，今有铁三经入炉，得七十九斤一十一两，问未入炉本铁几何？（选自《张邱建算经》，公元468—486年）

今译：铁10斤，一次入炉得7斤，现在有铁若干斤，经三次入炉后得79斤11两，问未入炉原有铁多少斤？

答曰：二百三十二斤五两四铢三百四十三分铢之二百八十四。

术曰：

“置铁三经入炉得斤数，以十斤再自乘，乃乘上为实，以七斤再自乘为法，实如法而得一。”

$$79\frac{11}{16} \times 10 \times 10 \times 10 \text{ 作 被除数}$$

$$7 \times 7 \times 7 \text{ 作除数}$$

$$79\frac{11}{16} (\text{斤}) \times 10 \times 10 \times 10 \div$$

$$(7 \times 7 \times 7) = 3717\frac{69}{343} (\text{两}),$$

$$\text{即 } 232 \text{ 斤 } 5 \text{ 两 } 4\frac{284}{343} \text{ 铢}$$

【按】1斤=16两，1两=24铢

这是一个还原问题。如以现今列式就是：