经典教材辅导用书

信号与系统题解

高教社·《信号与系统·第二版》（郑君里等）

刘泉　宋琪　主编

华中科技大学出版社

经典教材辅导用书

信号与系统题解

高教社·《信号与系统·第二版》(郑君里等)

刘　泉　　宋　琪　主编

华中科技大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统题解/刘泉　宋琪　主编
武汉:华中科技大学出版社,2003 年 12 月
ISBN 7-5609-3063-8

Ⅰ. 信…
Ⅱ. ①刘…　②宋…
Ⅲ. 信号理论-高等学校-解题;
线性系统-高等学校-解题
Ⅳ. TN911.6

信号与系统题解　　刘泉　宋琪　主编

策划编辑:周芬娜　　封面设计:潘　群
责任编辑:周芬娜　王艳玲
责任校对:刘　飞　　责任监印:熊庆玉

出版发行:华中科技大学出版社
武昌喻家山　邮编:430074　电话:(027)87542624

录　排:华大图文设计室
印　刷:湖北省通山县印刷厂

开本:850×1168　1/32　印张:12　字数:290 000
版次:2003 年 12 月第 1 版　印次:2003 年 12 月第 1 次印刷　定价:16.00 元
ISBN 7-5609-3063-8/TN·77

内容提要

本书是对由郑君里等编著的、高等教育出版社出版的《信号与系统·第二版》一书的习题解答。针对该教材前言部分推荐的组课方案之一，本书主要对其中的第一至第四章以及第七、八、十二章的241道习题作了详细的解答。

为了便于学生学习，在每章的习题解答部分之前，对该章进行了简要和系统的总结。此外，本书还给出了信号与系统课程考试模拟试题及硕士研究生入学考试模拟试题。本书注重在解题过程中体现确定性信号经线性时不变系统传输与处理的基本概念和基本分析方法，同时亦强调技巧的运用。

本书可作为高等学校本科学生的辅导教材，也可作为报考电子、通信类专业及其它相关专业硕士研究生的考生的复习参考用书，还可作为申请信息与通信工程硕士学位同等学力人员的复习参考用书。

前　言

信号与系统是电子、通信类专业的一门重要的专业基础课，主要研究信号与线性系统分析的基本理论、基本概念和基本方法。

由郑君里主编的《信号与系统》第二版与第一版相比，虽然结构层次大体相同，但内容作了较多更新，增加了不少新技术的介绍，将经典理论与最新技术很好地融合在一起。作为国家级重点教材，该教材特别注重密切结合信号与系统的基本概念来介绍通信、控制、信号处理等方面的最新应用实例，是一本不可多得的好教材。

我们编写该教材的习题解答，目的是为了加深学生对信号与系统中基本概念的理解和认识，推动学生灵活、深入地掌握信号与系统中的基本分析方法。

本书由刘泉老师统稿，宋琪老师执笔。

感谢华中科技大学出版社的周芬娜老师及其他工作人员的大力支持和辛勤工作。

限于水平，书中难免有不妥和错误之处，恳请读者批评指正。

编　者

2003 年 8 月于武昌

目　　录

第一章 绪 论

基本要求

通过本章的学习，学生应该了解和掌握信号和系统的概念及分类；掌握典型信号的定义，并能绘制典型信号的波形；了解阶跃信号和冲激信号的定义；了解信号的不同分解方式。深刻理解信号的时域运算及系统的线性，时不变，因果性。重点掌握冲激信号的抽样性质及其与阶跃信号的关系。

知识要点

1. 信号的概念与分类

(1) 信号的概念

信号是消息的表现形式，消息则是信号的具体内容。信号通常用数学函数表达式表示，也可用波形表示。

(2) 信号的分类

根据信号的不同特性，可以对信号进行不同的分类。几种常见的分类为：确定性信号与随机信号；周期信号与非周期信号；连续时间信号与离散时间信号；一维信号与多维信号等。

2. 典型信号

① 指数信号： $f(t)=Ke^{\alpha t}$， $\alpha\in\mathbf{R}$

② 正弦信号： $f(t)=K\sin(\omega t+\theta)$

③ 复指数信号： $f(t)=Ke^{st}$， $s=\sigma+j\omega$

④ 抽样信号：　$\mathrm{Sa}(t)=\dfrac{\sin t}{t}$

⑤ 钟形信号(高斯函数)：　$f(t)=E\mathrm{e}^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2}$

3. 信号的时域运算

① 移位：　$f(t+t_0)$，　t_0 为常数

当 $t_0>0$ 时，$f(t+t_0)$ 相当于 $f(t)$ 波形在 t 轴上左移 t_0；当 $t_0<0$ 时，$f(t+t_0)$ 相当于 $f(t)$ 波形在 t 轴上右移 t_0。

② 反褶：　$f(-t)$

$f(-t)$ 的波形相当于将 $f(t)$ 以 $t=0$ 为轴反褶。

③ 尺度变换：　$f(at)$，　a 为常数

当 $a>1$ 时，$f(at)$ 的波形是将 $f(t)$ 的波形在时间轴上压缩为原来的 $\dfrac{1}{a}$；当 $0<a<1$ 时，$f(at)$ 的波形是将 $f(t)$ 的波形在时间轴上扩展为原来的 $\dfrac{1}{a}$。

④ 微分运算：　$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t)$

信号经微分运算后会突出其变化部分。

⑤ 积分运算：　$\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\mathrm{d}\tau$

信号经积分运算后，其突变部分可变得平滑。

⑥ 相加：　$f(t)=f_1(t)+f_2(t)$

原则：两信号在同一瞬时的值相加。

⑦ 相乘：　$f(t)=f_1(t)\cdot f_2(t)$

原则：两信号在同一瞬时的值相乘。

4. 奇异信号

(1) 单位阶跃信号

$$u(t)=\begin{cases}0 & (t<0)\\ 1 & (t>0)\end{cases}$$

$t=0$ 是 $u(t)$ 的跳变点。

(2) 单位冲激信号

$$\begin{cases}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{dt}=1\\ \delta(t)=0 \quad (\text{当 } t\neq 0 \text{ 时})\end{cases}$$

单位冲激信号与单位阶跃信号的关系：

$$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=u(t),\quad \frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}=\delta(t)$$

单位冲激信号的性质：

① 抽样性：$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)f(t)\mathrm{d}t=f(0)$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)f(t)\mathrm{d}t=f(t_0)$$

② 偶对称性：$\delta(t)=\delta(-t)$

③ 尺度变换性：$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t)$

④ 相乘性质：$f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$

$$f(t)\delta(t-t_0)=f(t_0)\delta(t-t_0)$$

（3）冲激偶信号

$$\delta'(t)=\frac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t}$$

冲激偶信号的性质：

① $\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)\mathrm{d}t=0$

② $\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)f(t)\mathrm{d}t=-f'(0)$

③ $\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=\delta(t)$

④ $f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t)$

5. 信号的分解

（1）直流分量与交流分量

$$f(t)=f_{\mathrm{D}}(t)+f_{\mathrm{A}}(t)$$

其中

$$f_{\mathrm{D}}(t)=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)\mathrm{d}t$$

(2) 偶分量与奇分量

$$f(t)=f_e(t)+f_o(t)$$

其中

$$f_e(t)=\frac{1}{2}[f(t)+f(-t)]$$

$$f_o(t)=\frac{1}{2}[f(t)-f(-t)]$$

(3) 信号分解为冲激信号的叠加

$$f(t)=\int_{-\infty}^{\infty}f(\tau)\delta(t-\tau)\mathrm{d}\tau$$

6. 系统的概念与分类

(1) 系统的概念

系统是由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体。在信息科学与技术领域中,常利用通信系统,控制系统和计算机系统进行信号的传输、交换与处理。

(2) 系统的分类

根据其数学模型的差异,可将系统划分为不同的类型:连续时间系统与离散时间系统;即时系统与动态系统;集总参数系统与分布参数系统;线性系统与非线性系统;时变系统与时不变系统;可逆系统与不可逆系统。

7. 系统的特性

(1) 线性性

若同时满足叠加性与均匀性,则称满足线性性。即如果对于给定的系统,$e_1(t)$、$r_1(t)$和$e_2(t)$、$r_2(t)$分别代表两对激励与响应,则当激励为$C_1e_1(t)+C_2e_2(t)$(C_1、C_2分别为常数)时,系统的响应为$C_1r_1(t)+C_2r_2(t)$。

(2) 时不变特性

对于时不变系统,若激励为$e(t)$,产生响应$r(t)$,则当激励为$e(t-t_0)$时,响应为$r(t-t_0)$。

(3) 因果性

因果系统是指系统在t_0时刻的响应只与$t=t_0$和$t<t_0$时刻的

输入有关。也就是说,激励是产生响应的原因,响应是激励引起的后果。

习题解答

1-1 分别判断图1-1所示各波形是连续时间信号还是离散时间信号,若是离散时间信号是否为数字信号?

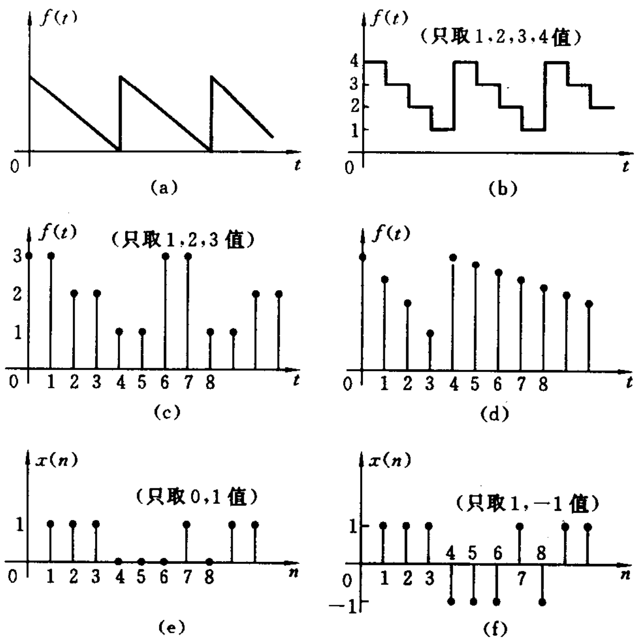

图 1-1

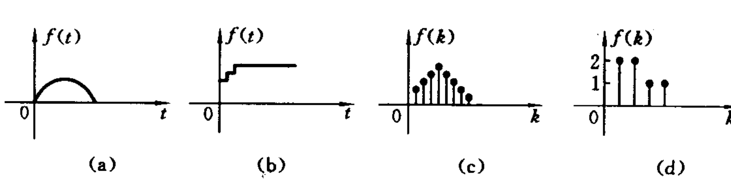

图 1-2

分析

$$
\text{信号}\begin{cases}\text{连续}\begin{cases}\text{模拟:幅值、时间均连续(例见图 1-2(a))}\\ \text{量化:幅值离散,时间连续(例见图 1-2(b))}\end{cases}\\ \text{离散}\begin{cases}\text{抽样:时间离散,幅值连续(例见图 1-2(c))}\\ \text{数字:幅值、时间均离散(例见图 1-2(d))}\end{cases}\end{cases}
$$

解 由分析可知,图 1-1 所示信号分别为

(a) 连续信号(模拟信号);

(b) 连续(量化)信号;

(c) 离散信号,数字信号;

(d) 离散信号;

(e) 离散信号,数字信号;

(f) 离散信号,数字信号。

1-2 分别判断下列各函数式属于何种信号?(重复 1-1 题所问)

(1) $e^{-\alpha t}\sin(\omega t)$; (2) e^{-nT}; (3) $\cos(n\pi)$;

(4) $\sin(n\omega_0)$ (ω_0 为任意值); (5) $\left(\frac{1}{2}\right)^n$。

以上各式中 n 为正整数。

解 由 1-1 题的分析可知:

(1) 连续信号;

(2) 离散信号;

(3) 离散信号,数字信号;

(4) 离散信号;

(5) 离散信号。

1-3 分别求下列各周期信号的周期 T:

(1) $\cos(10t)-\cos(30t)$; (2) e^{j10t};

(3) $[5\sin(8t)]^2$;

(4) $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n[u(t-nT)-u(t-nT-T)]$($n$ 为正整数)。

分析 判断一个包含有多个不同频率分量的复合信号是否为

一个周期信号，需要考察各分量信号的周期是否存在公倍数，若存在，则该复合信号的周期即为此公倍数；若不存在，则该复合信号为非周期信号。

解 (1) 对于分量 $\cos(10t)$，其周期 $T_1=\frac{\pi}{5}$；对于分量 $\cos(30t)$，其周期 $T_2=\frac{\pi}{15}$。由于 $\frac{\pi}{5}$ 为 T_1、T_2 的最小公倍数，所以此信号的周期 $T=\frac{\pi}{5}$。

(2) 由欧拉公式 $e^{j\omega t}=\cos(\omega t)+j\sin(\omega t)$

即
$$e^{j10t}=\cos(10t)+j\sin(10t)$$

得周期
$$T=\frac{2\pi}{10}=\frac{\pi}{5}$$

(3) 因为 $[5\sin(8t)]^2=25\times\frac{1-\cos(16t)}{2}=\frac{25}{2}-\frac{25}{2}\cos(16t)$

所以周期
$$T=\frac{2\pi}{16}=\frac{\pi}{8}$$

(4) 由于

$$\text{原函数}=\begin{cases}1, & 2nT\leqslant t<(2n+1)T\\ -1, & (2n+1)T\leqslant t<(2n+2)T\end{cases}\quad n\text{ 为正整数}$$

其图形如图 1-3 所示，所以周期为 $2T$。

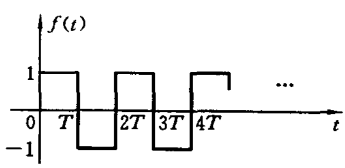

图 1-3

1-4 对于教材例 1-1 所示信号，由 $f(t)$ 求 $f(-3t-2)$，但改变运算顺序，先求 $f(3t)$ 或先求 $f(-t)$，讨论所得结果是否与原例之结果一致。

解 原信号参见例 1-1，下面分别用两种不同于例中所示的运算顺序，由 $f(t)$ 的波形求得 $f(-3t-2)$ 的波形。

两种方法分别示于图 1-4 和图 1-5 中。

1-5 已知 $f(t)$，为求 $f(t_0-at)$ 应按下列哪种运算求得正确结

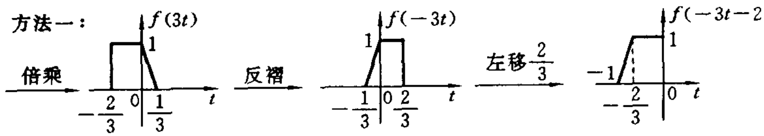

图 1-4

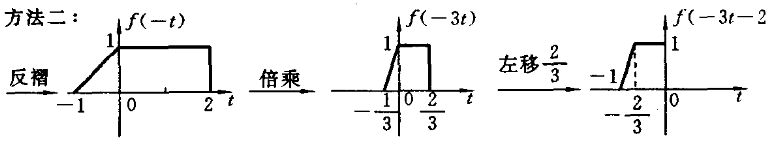

图 1-5

果(式中 t_0，a 都为正值)？

(1) $f(-at)$左移t_0；　　(2) $f(at)$右移t_0；

(3) $f(at)$左移$\frac{t_0}{a}$；　　(4) $f(-at)$右移$\frac{t_0}{a}$。

解　(1) 因为 $f(-at)$左移 t_0，得到的是 $f[-a(t+t_0)]=f(-at-at_0)$，所以采用此种运算不行。

(2) 因为$f(at)$右移t_0，得到的是$f[a(t-t_0)]=f(at-at_0)$，所以采用此运算不行。

(3) 因为$f(at)$左移$\frac{t_0}{a}$，得到的是$f\left[a\left(t+\frac{t_0}{a}\right)\right]=f(at+t_0)$，所以采用此运算不行。

(4) 因为$f(-at)$右移$\frac{t_0}{a}$，得到了$f\left[-a\left(t-\frac{t_0}{a}\right)\right]=f(t_0-at)$，所以可以采用此运算。

1-6　绘出下列各信号的波形：

(1) $\left[1+\frac{1}{2}\sin(\Omega t)\right]\sin(8\Omega t)$；

(2) $[1+\sin(\Omega t)]\sin(8\Omega t)$。

解　(1)波形如图1-6所示(图中$f(t)=\left[1+\frac{1}{2}\sin(\Omega t)\right]$

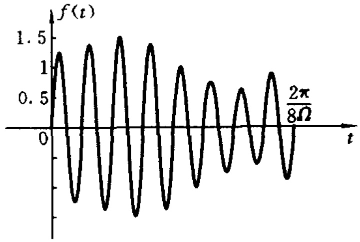

图 1-6

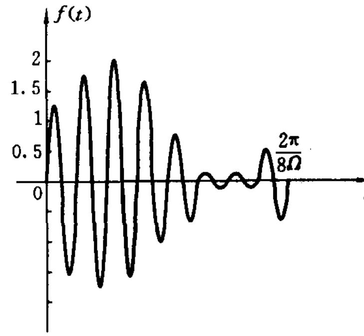

图 1-7

$\cdot\sin(8\Omega t)$)。

(2) 波形如图 1-7 所示(图中 $f(t)=[1+\sin(\Omega t)]\sin(8\Omega t)$)。

1-7 绘出下列各信号的波形:

(1) $[u(t)-u(t-T)]\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$;

(2) $[u(t)-2u(t-T)+u(t-2T)]\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$。

解 $\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$ 的周期为 $\frac{T}{2}$。

(1) 波形如图 1-8(a)所示(图中 $f(t)=[u(t)-u(t-T)]\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$)。在区间 $[0,T]$ 内,包含有 $\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$ 的两个周期。

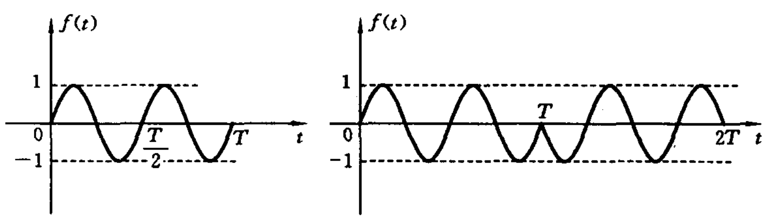

图 1-8

(2) 波形如图 1-8(b)所示(图中 $f(t)=[u(t)-2u(t-T)+u(t$

$-2T)]\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$)。在区间$(T,2T)$内是$\left[-\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right)\right]$，相当于将$\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$倒相。

1-8 试将教材中描述图1-15波形的表达式(1-16)和(1-17)改用阶跃信号表示。

解 表达式(1-16)为

$$f(t)=\begin{cases}e^{-\alpha t} & (当\ 0<t<t_0)\\ e^{-\alpha t}-e^{-\alpha(t-t_0)} & (当\ t_0\leqslant t<\infty)\end{cases}$$

这是一个分段函数。若借助阶跃信号，则可将其表示为

$$\begin{aligned}f(t)&=e^{-\alpha t}[u(t)-u(t-t_0)]+[e^{-\alpha t}-e^{-\alpha(t-t_0)}]u(t-t_0)\\&=e^{-\alpha t}u(t)-e^{-\alpha(t-t_0)}u(t-t_0)\end{aligned}$$

表达式(1-17)为

$$\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\mathrm{d}\tau=\begin{cases}\frac{1}{\alpha}(1-e^{-\alpha t}) & (0<t<t_0)\\ \frac{1}{\alpha}(1-e^{-\alpha t})-\frac{1}{\alpha}[1-e^{-\alpha(t-t_0)}] & (t_0<t<\infty)\end{cases}$$

借助阶跃信号，可将其表示为

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{t}f(\tau)\mathrm{d}\tau&=\frac{1}{\alpha}(1-e^{-\alpha t})[u(t)-u(t-t_0)]\\&\quad+\left\{\frac{1}{\alpha}(1-e^{-\alpha t})-\frac{1}{\alpha}[1-e^{-\alpha(t-t_0)}]\right\}u(t-t_0)\\&=\frac{1}{\alpha}(1-e^{-\alpha t})u(t)-\frac{1}{\alpha}[1-e^{-\alpha(t-t_0)}]u(t-t_0)\end{aligned}$$

1-9 粗略绘出下列各函数式的波形图：

(1) $f(t)=(2-e^{-t})u(t)$;

(2) $f(t)=(3e^{-t}+6e^{-2t})u(t)$;

(3) $f(t)=(5e^{-t}-5e^{-3t})u(t)$;

(4) $f(t)=e^{-t}\cos(10\pi t)[u(t-1)-u(t-2)]$。

解 (1) 信号波形如图1-9(a)所示。

(2) 信号波形如图1-9(b)所示。