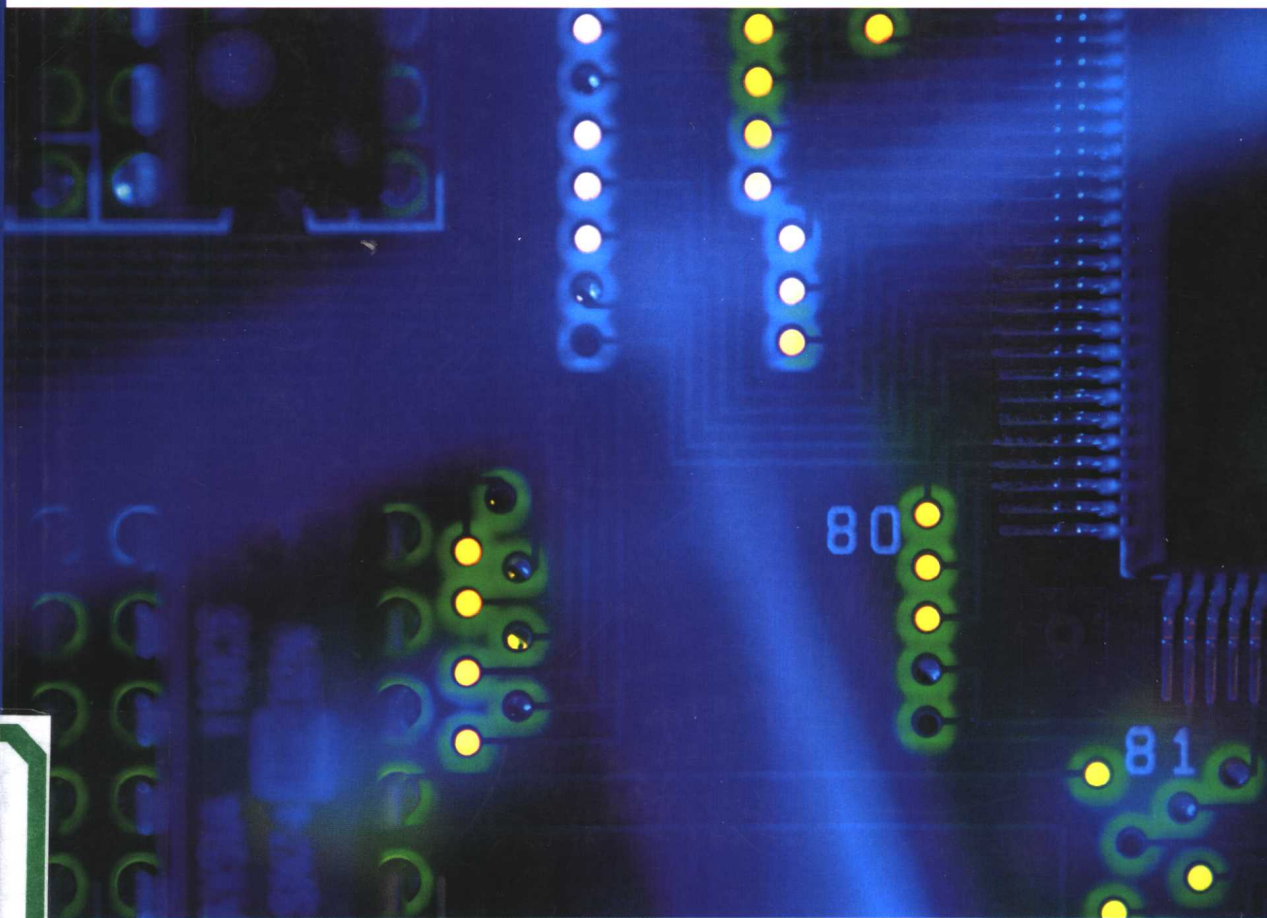


21 世纪高等院校教材

# 系统辨识 及其MATLAB仿真

侯媛彬 汪梅 王立琦 编著



 科学出版社  
[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

## 内 容 简 介

本书系统地论述了古典、现代辨识理论和方法,并探讨了多种如神经网络、遗传神经网络算法、模糊神经网络新的非线性智能辨识技术,介绍了诱导和辨识混沌的方法。分析了各种方法的一致性及特点,并探讨了 MATLAB 软件对各类辨识方法的实现途径。全书共分 8 章,在理论分析的基础上,列举了大量的仿真程序、程序剖析和工程应用实例。本书内容新颖、信息量大,并附开发的多种与辨识相关的源程序光盘,为读者提供了学习或模仿的样本。

本书可供自动化、测控、通信、安全类及相关专业高校师生和工程技术人员选用。

### 图书在版编目(CIP)数据

系统辨识及其 MATLAB 仿真/侯媛彬,汪梅,王立琦编著. —北京:科学出版社,2004

(21 世纪高等院校教材)

ISBN 7-03-012737-4

I. 系… II. ①侯…②汪…③王… III. ①系统辨识-高等学校-教材 ②计算机仿真-计算机辅助计算-软件包, MATLAB-高等学校-教材 IV. ①N945.14 ②TP391.9

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 126445 号

策划编辑:刘俊来 李艳霞/文案编辑:彭 斌 姚 晖/责任校对:钟洋  
责任印制:安春生/封面设计:陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2004年2月第 一 版 开本:185(720×1000)

2004年2月第一次印刷 印张:16 1/4

印数:1—4 000 字数:312 000

定价:23.00 元(含光盘)

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

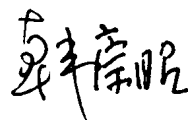
## 序

在自然科学和社会科学的各个研究领域,越来越多的专家学者在关注与寻求着各自研究领域的系统(或过程)建模问题。系统辨识属于近十年发展起来的信息、控制与系统科学的新兴交叉学科,其研究内容是关于系统建模理论和方法。MATLAB是美国 Mathworks 公司推出的应用软件,其优秀的数值计算能力和强大的扩展功能几乎能够满足所有的计算需求,一经推出就得到了专家学者和科研人员的广泛关注。《系统辨识及其 MATLAB 仿真》一书是系统辨识建模理论与 MATLAB 仿真软件融合的产物,是信息与控制的前沿研究领域。

本书第一作者西安科技大学博士生导师侯媛彬教授现担任中国自动化学会电气工程自动化专业委员会委员、陕西省自动化学会常务理事、学校省级重点学科“控制理论与控制工程”的学科带头人,长期从事本专业的教学和科研工作,多年来一直站在本学科的前沿,主持和参加省部级项目 10 余项,发表科技论文 90 余篇,其中 16 篇被 EI 和 ISTP 检索,出版著作、教材 4 本。在系统工程,复杂系统的辨识、建模、故障诊断,安全生产与监测监控方面做了大量的研究工作,得到了国内外同行专家的好评。本书的第二作者西安科技大学副教授汪梅博士和第三作者西安交通大学副教授王立琦博士也长期从事系统辨识教学及相关科研工作。作者们正是在这些积累的基础之上,编著了《系统辨识及其 MATLAB 仿真》一书。

全书系统地论述了古典辨识的相关分析法,现代辨识的最小二乘法、梯度校正法、极大似然法、离散随机系统的自适应滤波理论和方法,并探讨了多种新的非线性智能辨识技术,如神经网络辨识、遗传神经网络算法、模糊辨识、Volterra 辨识方法、复杂系统的混沌现象及其辨识等新的辨识方法。分析了各种方法的一致性及特点,并探讨了 MATLAB 软件对各类辨识方法的实现途径,在分析了各类辨识编程方法的基础上,开发了 13 种可直接在 MATLAB 6.1 下运行的系统辨识程序,给出了程序剖析和工程应用实例,并附有习题和仿真光盘,为读者提供了学习、模仿的样本。

由于近年很少有系统辨识方面的新书问世,尤其是将系统辨识与 MATLAB 软件相融合的书籍在国内外尚未见到。因此,本书对于复杂系统的辨识和 MATLAB 软件的普及应用及智能控制学科的发展将起着较大的促进作用。



2004 年 1 月于西安交通大学

## 前 言

在社会和生产中,越来越多需要辨识系统模型的问题已广泛引起人们的重视,社会科学和自然科学的各个领域中有很多学者在研究有关线性和非线性的辨识问题。作者在多年从事系统辨识教学及与智能控制相关的科研积累基础之上,编著了《系统辨识及其 MATLAB 仿真》一书。

本书系统地论述了古典、现代辨识理论和方法,并探讨了多种新的非线性智能辨识技术,分析了各种方法的一致性及特点,并探讨了 MATLAB 软件对各类辨识方法的实现途径。本书内容新颖、信息量大,在分析了各类辨识编程方法的基础上,列举了开发的 13 种系统辨识及其相关的程序,给出了程序剖析和工程应用实例,并附有习题和仿真光盘(光盘上附有开发的 13 个各类辨识程序,可直接在 MATLAB 6.1 下运行。光盘压缩文件密码:HYBWM),为读者提供了学习、模仿的样本。

本书是 MATLAB 仿真软件与系统辨识建模理论融合的一种新技术,是信息与控制的前沿研究领域。其主要特点是:结构新颖,内容深入浅出,理论联系实际,不仅系统地论述了古典辨识、现代辨识理论和方法,还探讨了多种新的非线性智能辨识技术,如神经网络、遗传神经网络算法、模糊神经网络等新的辨识。

本书共分 8 章,第 1、2 章为辨识的基本概念、理论基础和古典辨识方法;第 3 至 6 章为现代辨识内容,其中第 3 章是最小二乘参数辨识,第 4 章是梯度校正参数辨识,第 5 章是极大似然法的参数辨识方法,第 6 章是自适应参数辨识;第 7、8 章为复杂的非线性系统的智能辨识和混沌辨识,其中第 7 章是非线性系统的神经网络辨识;第 8 章是 Volterra 辨识方法、复杂系统的混沌现象及其辨识。从第 2 至 7 章,各章均包含开发的相应程序及其程序剖析。

本书的第 1、2、5、7 章由侯媛彬教授执笔,第 3、4、6 章由汪梅博士执笔,第 8 章由王立琦博士执笔。

西安交通大学博士生导师韩崇昭教授审阅了全书并提出了宝贵的意见。清华大学博士生导师萧德云教授、电子科技大学博士生导师焦李成教授和西安建筑科技大学博士生导师任庆昌教授对本书提出了宝贵的意见,在此一并深表感谢!另外,在本书编写过程中,编者的研究生祝海江博士、李秀改博士、高赟博士、杜京义博士、张海峰硕士、王勇硕士、吴杰硕士、陈中亮硕士、李红岩硕士、涂克颇硕士、王征硕士、阎小如硕士、宋春峰硕士给予了支持与帮助,在此表示感谢。

由于作者水平有限,书中错误在所难免,欢迎读者批评指正并提出宝贵意见。

作 者  
2004 年 1 月

# 目 录

序

前言

<b>第 1 章 辨识的基本概念</b> .....	1
1.1 系统和模型 .....	1
1.1.1 模型的表现形式 .....	1
1.1.2 数学模型的分类 .....	3
1.2 辨识建模的定义 .....	3
1.3 辨识问题的表示形式及原理 .....	4
1.3.1 辨识问题的表达形式 .....	4
1.3.2 辨识算法的基本原理 .....	6
1.3.3 误差准则 .....	7
1.4 辨识的内容和步骤 .....	9
1.5 典型的非线性系统辨识与控制方法.....	11
1.5.1 非线性辨识典型模型及辨识、控制方法特点 .....	11
1.5.2 非线性系统参数估计的特点 .....	13
1.5.3 神经网络及其系统控制结构 .....	14
1.5.4 非线性解耦问题.....	16
1.5.5 需要深入研究的非线性问题 .....	17
1.6 小结.....	19
习题 .....	20
<b>第 2 章 辨识理论基础及古典辨识方法</b> .....	21
2.1 随机过程基本概念及其数学描述.....	21
2.1.1 基本概念 .....	21
2.1.2 相关函数和协方差函数的性质 .....	23
2.2 谱密度与相关函数.....	24
2.2.1 帕塞瓦尔(Parseval)定理与功率密度谱表示式 .....	24
2.2.2 维纳-辛钦(Wiener-Khintchine)关系式 .....	24
2.3 线性系统在随机输入下的响应.....	25
2.4 白噪声产生方法及其仿真.....	26
2.4.1 白噪声的概念 .....	26

2.4.2	白噪声的产生及其 MATLAB 仿真	28
2.4.3	伪随机信号产生及 MATLAB 仿真举例	33
2.5	古典辨识方法	36
2.5.1	$M$ 序列自相关函数	37
2.5.2	逆 $M$ 序列	38
2.5.3	相关分析法频率响应辨识	39
2.5.4	相关分析法脉冲响应辨识	43
2.5.5	相关分析法脉冲响应应用	49
2.6	小结	51
	习题	51
<b>第 3 章</b>	<b>最小二乘参数辨识</b>	<b>53</b>
3.1	最小二乘法的概念	53
3.1.1	系统辨识结构	53
3.1.2	最小二乘法的基本概念	54
3.2	最小二乘问题的描述	55
3.3	最小二乘问题的一次完成算法	57
3.3.1	普通最小二乘问题的解	57
3.3.2	加权最小二乘问题的解	57
3.4	最小二乘一次完成算法的 MATLAB 仿真	60
3.5	最小二乘参数估计的递推算法	63
3.5.1	递推算法的概念	64
3.5.2	递推算法的推导	64
3.6	最小二乘递推算法的 MATLAB 仿真	67
3.7	增广最小二乘法	73
3.8	增广最小二乘辨识的 MATLAB 仿真	74
3.9	广义最小二乘法	81
3.10	多级最小二乘法	83
3.10.1	辅助模型参数辨识	84
3.10.2	系统模型参数辨识	84
3.10.3	噪声模型参数辨识	85
3.11	小结	87
	习题	88
<b>第 4 章</b>	<b>梯度校正参数辨识</b>	<b>90</b>
4.1	确定性问题的梯度校正参数辨识方法	90
4.1.1	确定性梯度校正辨识公式的推导	90

---

4.1.2 权矩阵的选择 .....	91
4.2 脉冲响应梯度校正辨识的 MATLAB 仿真 .....	95
4.3 随机性问题的梯度校正参数辨识方法 .....	101
4.3.1 随机性问题的提法 .....	101
4.3.2 随机性辨识问题的分类 .....	102
4.3.3 随机性问题的梯度校正参数估计方法 .....	104
4.4 梯度校正法在动态过程辨识中的应用 .....	112
4.4.1 状态方程的参数辨识 .....	113
4.4.2 差分方程的参数辨识 .....	116
4.5 随机逼近法 .....	117
4.5.1 随机逼近原理 .....	117
4.5.2 随机逼近参数估计方法 .....	120
4.5.3 随机牛顿法 .....	123
4.6 小结 .....	124
习题 .....	125
<b>第 5 章 极大似然法辨识方法</b> .....	<b>126</b>
5.1 引言 .....	126
5.2 极大似然参数辨识原理 .....	126
5.3 动态系统模型参数的极大似然估计 .....	129
5.3.1 动态模型描述 .....	129
5.3.2 极大似然估计与最小二乘估计的关系 .....	130
5.3.3 协方差阵未知时的极大似然参数估计 .....	132
5.4 递推的极大似然参数估计 .....	139
5.4.1 极大似然递推算法的原理及方法 .....	139
5.4.2 似然递推法辨识 MATLAB 仿真及程序剖析 .....	143
5.5 小结 .....	146
习题 .....	147
<b>第 6 章 离散随机系统的自适应滤波</b> .....	<b>148</b>
6.1 Bayes 辨识方法 .....	148
6.1.1 Bayes 基本原理 .....	148
6.1.2 最小二乘模型的 Bayes 参数辨识 .....	152
6.2 Bayes 辨识的 MATLAB 仿真 .....	154
6.3 Kalman 滤波 .....	160
6.3.1 预测、滤波与平滑 .....	160
6.3.2 高斯变量估计 .....	161

6.3.3	Kalman 滤波与预测	163
6.4	模型参考自适应辨识方法	172
6.4.1	$\varphi_1$ 和 $\varphi_2$ 的确定	175
6.4.2	$\varepsilon(k)$ 的计算	176
6.4.3	A 辨识算法类	177
6.4.4	B 类辨识算法	178
6.4.5	C 类辨识算法	178
6.5	小结	180
	习题	180
<b>第 7 章</b>	<b>神经网络模型辨识</b>	<b>182</b>
7.1	神经网络概念与特性	182
7.1.1	人工神经元模型	182
7.1.2	激发函数	183
7.1.3	神经网络模型分类	184
7.1.4	神经网络学习方法	185
7.1.5	神经元网络特点	188
7.2	神经网络模型辨识中常用结构	189
7.3	辨识中常用网络训练算法	192
7.3.1	自适应控制系统基本结构	192
7.3.2	辨识中常用 BP 网络训练算法	194
7.4	改进的 BP 网络训练算法	197
7.4.1	基于降低网络灵敏度的网络改进算法	198
7.4.2	提高一类神经网络容错性的理论和方法	201
7.4.3	提高神经网络收敛速度的一种赋初值算法	203
7.4.4	其他网络训练技巧	209
7.5	神经网络辨识的 MATLAB 仿真举例	210
7.5.1	具有噪声二阶系统辨识的 MATLAB 程序剖析	210
7.5.2	多维非线性辨识的 MATLAB 程序剖析	214
7.6	基于改进遗传算法的神经网络及其应用	218
7.6.1	一种适应度函数的改进算法	218
7.6.2	一种改进的遗传神经解耦方法	220
7.6.3	遗传神经解耦仿真、实验及结论	221
7.7	模糊神经网络及其应用	222
7.7.1	模糊神经网络原理及其应用	222
7.7.2	FNN 对非线性多变量系统的 MATLAB 解耦仿真	225



7.8 小结 .....	229
习题 .....	230
<b>第 8 章 非线性动态系统的其他辨识方法</b> .....	<b>232</b>
8.1 Volterra 级数的表示及其辨识方法 .....	232
8.1.1 非线性系统 Volterra 级数的表示 .....	233
8.1.2 Volterra 级数的辨识 .....	234
8.2 复杂系统的混沌现象及其辨识 .....	235
8.2.1 反馈系统和优化过程中的混沌现象 .....	236
8.2.2 基于控制理论的混沌分析方法 .....	238
8.2.3 混沌识别与混沌系统辨识 .....	240
8.3 小结 .....	244
习题 .....	244
<b>参考文献</b> .....	<b>245</b>

## 光盘目录

### 第一部分 开发的程序

- 1 FLch2sjxleg1.m.....随机序列产生程序
- 2 FLch2bzshg2.m.....白噪声产生程序
- 3 FLch2bzshg3.m.....M 序列产生程序
- 4 FLch3LSeg1.m.....二阶系统一次性完成最小二乘辨识程序
- 5 FLch3LSeg2.m.....实际压力系统最小二乘辨识程序
- 6 FLch3RLSeg3.m.....递推的最小二乘辨识程序
- 7 FLch3ELSeg4.m.....增广的最小二乘辨识程序
- 8 FLch4GAeg1.m.....梯度校正最小二乘辨识程序
- 9 FLch5RMLeg1.m.....递推的极大似然法辨识程序
- 10 FLch6BAeg1.m.....Bayes 辨识程序
- 11 FLch7NNeg1.m.....改进的神经网络 MBP 算法对噪声系统辨识程序
- 12 FLch7NNeg2.m.....多维非线性函数辨识的 MATLAB 程序
- 13 FLch7FNNeg3.m.....模糊神经网络解耦 MATLAB 程序

### 第二部分 程序的注释与剖析

次序同第一部分

# 第 1 章 辨识的基本概念

在社会和生产中,越来越多需要辨识过程(或系统)模型的问题已广泛引起人们的重视,社会科学和自然科学的各个领域有很多学者在研究有关线性和非线性的辨识问题。对于线性系统的模型辨识和参数估计,早在 20 世纪 60 年代初期,Zadeh 就给出了系统辨识的定义,人们已经进行了深入的研究,并总结出一套成熟的方法:最小二乘辨识方法、最大似然辨识方法、梯度法辨识等等。这些理论和方法已在工程实际中得到了广泛的应用。然而在现实中,非线性是普遍存在的,而线性模型只是对非线性的一种简化和近似。对非线性系统的研究、设计要比线性系统复杂得多。且方法并非惟一,更找不到统一的设计模式。只能是针对具体问题分析其非线性的问题所在,抓住其影响系统静、动态品质的要害,研究辨识非线性系统模型及控制的理论和方法,进而对系统进行辨识、补偿或控制。若能够通过辨识得到其较准确的模型,则是控制问题的关键。本章主要介绍系统辨识的基本概念:1.1 节系统和模型,其中包括模型的表现形式及数学模型分类;1.2 节辨识的定义;1.3 节辨识问题的表示形式及原理,其中包括辨识问题的表达形式、辨识算法的基本原理和误差准则;1.4 节辨识的内容和步骤;1.5 节介绍典型的非线性系统辨识与控制方法。

## 1.1 系统和模型

### 1.1.1 模型的表现形式

系统是通过模型来表达的,因此系统辨识也称为模型辨识。模型有如下一些表现形式:

(1) “直觉”模型。它指过程的特性以非解析的形式直接储存在人脑中,靠人的直觉控制过程的进行。例如,司机就是靠“直觉模型”来控制汽车的方向盘。

(2) 物理模型。它是根据相似原理把时间过程加以缩小的复制品,或是实际过程的一种物理模拟。比如:电力系统动态模型、某种控制机床模型或风洞、水利学模型、传热学模型等均是物理模型。

(3) 图表模型。它以图形或表格的形式来表现过程的特性。如阶跃响应、脉冲响应和频率响应等,也称非参数模型。

(4) 数学模型。它用数学结构的形式来反映实际过程的行为特性。常用的有代数方程、微分方程、差分方程和状态方程。

a. 经济学上的 Cobb-Douglas 产生关系模型(代数方程)

$$Y = AL^{a_1}K^{a_2}, \quad a_1 > 0; \quad a_2 < 1 \tag{1.1}$$

式中,  $Y$  为产值;  $L$  为劳动力;  $K$  为资本。

b. 微分方程

$$\begin{aligned} z^{(n)}(t) + a_1 z^{(n-1)}(t) + a_2 z^{(n-2)} \dots + a_{n-1} z^{(1)}(t) + a_n z(t) \\ = b_1 u^{(m-1)}(t) + b_2 u^{(m-2)} \dots + a_{m-1} u^{(1)}(t) + b_m u(t) + e(t) \end{aligned} \tag{1.2}$$

式中,  $u(t)$  和  $z(t)$  为输入输出量;  $e(t)$  为噪声项。

c. 差分方程

$$A(z^{-1})z(k) = B(z^{-1})u(k) + e(k) \tag{1.3}$$

式中

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n} \\ B(z^{-1}) &= b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_b z^{-b} \end{aligned} \tag{1.4}$$

即

$$\begin{aligned} z(k) + a_1 z(k-1) + a_2 z(k-2) + \dots + a_n z(k-n) \\ = b_1 u(k-1) + \dots + b_b u(k-b) + e(k) \end{aligned} \tag{1.5}$$

式中,  $u(k)$  和  $z(k)$  为输入输出量;  $e(k)$  为噪声项;  $z^{-1}$  表示延迟算子, 即  $z^{-1}x(k) = x(k-1)$ 。

d. 状态方程

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + bu(t) + Fw(t) \\ z(t) &= cx(t) + hw(t) \end{aligned} \tag{1.6}$$

或

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + bu(k) + Fw(k) \\ z(k) &= cx(k) + hw(k) \end{aligned} \tag{1.7}$$

式中,  $u(\cdot)$  和  $z(\cdot)$  为输入输出量;  $x(\cdot)$  为状态变量;  $w(\cdot)$  和  $w(\cdot)$  为噪声项。

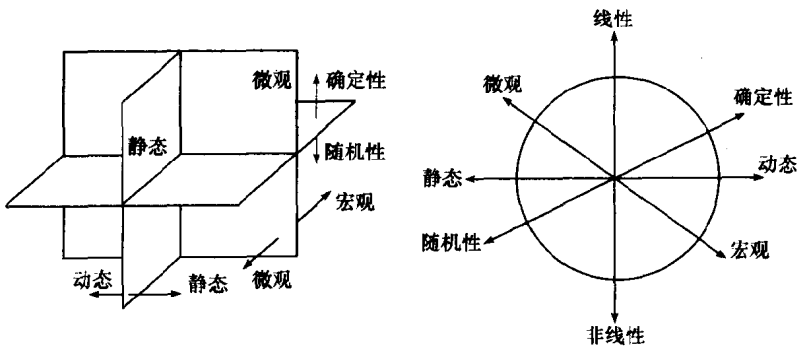


图 1.1 数学模型分类

### 1.1.2 数学模型分类

一般来说,系统的特性有线性与非线性、动态与静态、确定性与随机性、宏观与微观之分,故描述系统特性的数学模型必然也有这几种类型的区分。这些类型的数学模型可以用图 1.1 来表示。另外,也有参数模型和非参数模型;外部模型(SISO 系统)和内部模型(MIMO 系统)等不同分类。

## 1.2 辨识建模的定义

系统模型建立(建模)分为机理建模、系统辨识建模、机理分析和系统辨识相结合的建模方法。①机理建模是一种常用的建模方法,是根据系统的结构,分析系统运动的规律,利用已知的相应的定律、定理或原理,如化学动力学原理、生物学定律、牛顿定理、能量平衡方程和传热传质原理等推导出描述系统的数学模型,建立的模型可能是线性的或非线性的,这类建模有时也称为白箱建模。②系统辨识是一种利用系统的输入输出数据建模的方法,是黑箱建模问题,即使对系统的结构和参数一无所知,也可以通过多次测量得到的系统的输入和输出的数据来求得系统的模型,是对实际系统的一个合适的近似。在这方面线性系统的建模(辨识)理论已成熟,有关学科的专业知识要求不变,获得的模型较简单。③机理建模和辨识建模结合的方法适用于系统的运动机理不是完全未知的情况,称之为灰色建模。利用已知的运动机理和经验确定系统的结构和参数(即确定模型)。

辨识问题包括模型结构辨识和参数估计。所谓参数估计或点估计问题,即设  $x$  为一未知参数,可以视为参数空间  $X$  中的一个点,测量  $y$  是一随机向量,其分量依赖于参数  $x$ 。即根据  $y$  的一组样本(观测值)对参数  $x$  的估计就称为参数估计问题。而系统辨识是研究如何获得必要的系统输入输出的数据(样本),以及如何从所获得的数据构造一个相对真实地反映客观对象的数学模型。L. A. Zadeh 在 1962 年曾给系统辨识下过一个定义:

**定义 1.1** 辨识就是在输入和输出的基础上由规定的一类系统模型中确定一个系统模型,使之与被测系统等价。

这个定义明确了辨识的三大要素:系统的输入输出数据、模型类和等价准则。这个定义中提到的“一类系统模型”是指规定的连续时间模型或离散时间模型、输入输出模型或状态空间模型、确定性模型或随机模型、线性模型或非线性模型等。模型类的规定是根据人们对实际系统的了解以及建立模型的目的设定的。规定了模型类后,再由输入输出数据按结构辨识的方法确定系统的结构参数,并且用参数辨识的方法辨识系统的参数。

根据定义,我们所建立的模型必须与被测系统在某种意义上是等价的。

设  $M$  表示被测系统的一个模型,并且满足

$$M \in G_m \quad (1.8)$$

$G_m$ 是具有某种属性的模型类。一个系统可看做是从系统允许的输入空间  $U$  到输出空间  $Y$  的一个算子  $p$ (相当于对象  $M$ ),  $p$  属于某个算子类  $G$ 。系统辨识的问题是指对于一个给定的算子类  $G$  和一个对象  $p \in G$ , 确定一个模型类  $G_m$  及它的一个元素  $p_m \in G_m$ (可以认为  $G_m$  是  $G$  的一个子集), 使得  $p_m$  尽可能的逼近  $p$ 。在实际的被控系统中, 可以采集到对象的输入和输出的数据, 现认为时间函数  $u(t)$ ,  $y(t)$ ,  $t \in [0, T]$  所表示的输入、输出对可以定义这个系统  $p$ , 这时辨识的目标是确定  $p_m$ , 并且满足

$$\|y(u) - y_m(u)\| = \|p(u) - p_m(u)\| \leq \epsilon, u \in U, \epsilon > 0 \quad (1.9)$$

模型不确定的非线性系统的辨识应属于黑箱辨识问题。对于黑箱辨识方法, 被测对象所属的算子是未知的, 由于输入、输出对隐含地表示算子  $p$ , 但通常可认为  $p$  属于非线性连续算子集合, 因此可选用对连续算子集合具有任意逼近能力的模型集合。对模型集合的选择主要考虑算法的简单性、模型的适应能力和逼近的精度等因素。对于离散时间系统, 这样的集合有基于多项式的 NARMA 模型, 而基于神经网络所构成的模型也属其中的一种。黑箱法由如下三个步骤组成: 实验观测、数学建模、模型验证。

## 1.3 辨识问题的表示形式及原理

### 1.3.1 辨识问题的表达形式

下面着重讨论线性离散模型的辨识问题。所谓线性离散模型是指一个或几个变量可以表示的另外一些变量在时间或空间的离散点上的线性组合, 如图 1.2 所示。

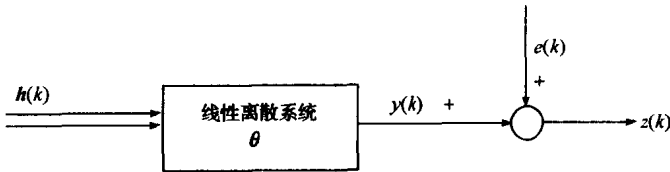


图 1.2 线性离散模型的数学表达形式

图中,  $h(k)$  和  $z(k)$  是模型的输入输出变量, 它们在离散点上必须是可观测的;  $e(k)$  是模型噪声;  $\theta$  是未知模型参数。记

$$\begin{cases} \mathbf{h}(k) = [h_1(k), h_2(k), h_3(k), \dots, h_n(k)]^T \\ \boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_N]^T \end{cases} \quad (1.10)$$

则线性离散模型的输出可表示成

$$z(k) = \sum_{i=1}^N \theta_i h_i(k) + e(k) = \mathbf{h}^T(k) \boldsymbol{\theta} + e(k) \quad (1.11)$$

**例 1.1** 将差分方程化成最小二乘格式。

考虑如下差分方程

$$\begin{aligned} z(k) + a_1 z(k-1) + a_2 z(k-2) + \dots + a_n z(k-n) \\ = b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n) + e(k) \end{aligned} \quad (1.12)$$

式中, 方程的输入输出变量  $u(\cdot)$ 、 $z(\cdot)$  在各离散点上都是可观测的。

**解** 设样本及参数集为

$$\begin{cases} \mathbf{h}(k) = [-z(k-1), -z(k-2), \dots, -z(k-n), u(k-1), \\ u(k-2), \dots, u(k-n)]^T \\ \boldsymbol{\theta} = [a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n]^T \end{cases} \quad (1.13)$$

则  $\mathbf{h}(k)$  是可观测的向量, 那么差分方程所对应的最小二乘格式为

$$z(k) = \mathbf{h}^T(k) \boldsymbol{\theta} + e(k) \quad (1.14)$$

如果图 1.3 是被辨识的系统, 则描述它的模型必须是能化成图 1.4 所示的辨识表达形式, 即最小二乘格式, 输出量  $z(k)$  应是输入量  $\mathbf{h}(k)$  的线性组合, 如式 (1.14)。

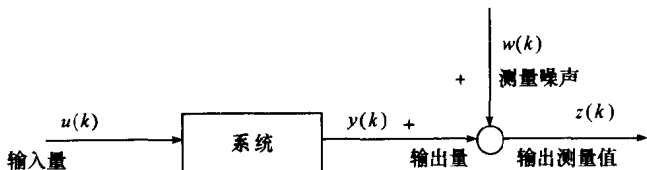


图 1.3 待辨识的过程

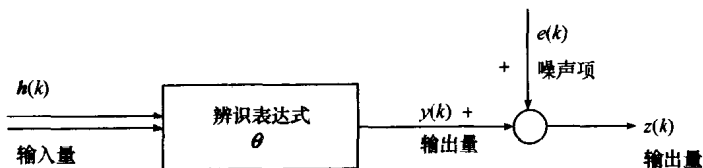


图 1.4 辨识问题的表达形式

### 1.3.2 辨识算法的基本原理

辨识的目的就是根据系统的测量信息,在某种准则意义下,估计出模型的未知参数,其基本原理如图 1.5 所示。

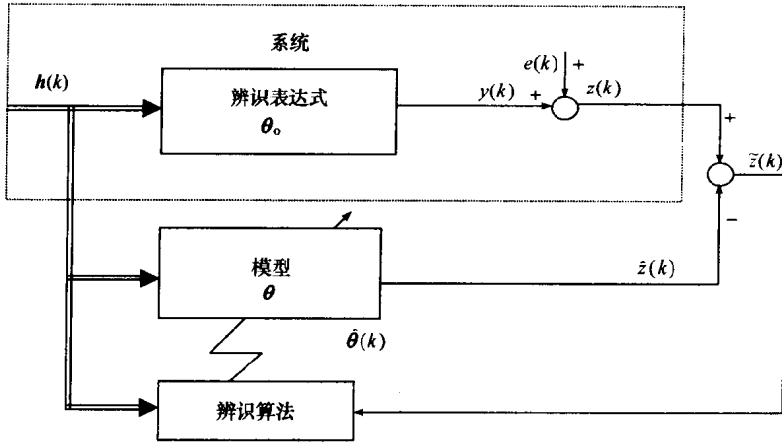


图 1.5 辨识原理

为了得到模型参数  $\theta$  的估计值,通常采用逐步逼近的办法。在  $k$  时刻,根据前一时刻的估计参数计算出模型该时刻的输出,即系统输出预报值

$$\hat{z}(k) = \mathbf{h}^T(k) \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) \quad (1.15)$$

同时计算出预报误差,或称新息 (innovation)

$$\tilde{z}(k) = z(k) - \hat{z}(k) \quad (1.16)$$

图中,系统输出量

$$z(k) = \mathbf{h}^T(k) \boldsymbol{\theta}_0(k-1) + e(k) \quad (1.17)$$

及辨识表达式的输入量  $\mathbf{h}(k)$  都是可测量的。然后将预报误差  $\tilde{z}(k)$  反馈到辨识算法中,在某种准则下计算出  $k$  时刻的模型参数估计值  $\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)$ ,并据此更新模型参数。这样依次迭代下去,直至其准则函数达到最小值。此刻模型的输出  $\hat{z}(k)$  便可以在该准则意义下最好的逼近系统的输出  $z(k)$ ,从而获得了所需要的模型。

上述辨识算法原理可以推广到多输出系统。如果系统的输出是  $m$  维向量,那么辨识问题的表达形式应为

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{H}(k) \boldsymbol{\theta} + \mathbf{e}(k) \quad (1.18)$$

式中,输出向量为

$$\mathbf{z}(k) = [z_1(k), z_2(k), \dots, z_m(k)]^T \quad (1.19)$$

噪声向量为

$$e(k) = [e_1(k), e_2(k), \dots, e_m(k)]^T \quad (1.20)$$

参数向量为

$$\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N]^T \quad (1.21)$$

输入数据阵为

$$H(k) = \begin{bmatrix} h_{11}(k) & h_{12}(k) & \cdots & h_{1N}(k) \\ h_{21}(k) & h_{22}(k) & \cdots & h_{2N}(k) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ h_{m1}(k) & h_{m2}(k) & \cdots & h_{mN}(k) \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

该多输出情况下的辨识问题与单输出情况下的辨识问题相同,其辨识原理如图 1.6 所示。

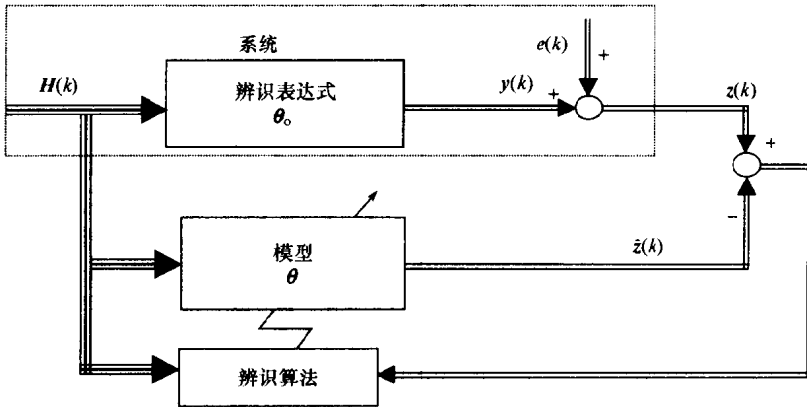


图 1.6 多输出过程的辨识原理

### 1.3.3 误差准则

等价准则是辨识问题中不可缺少的三大要素之一,它是用来衡量模型接近实际过程的准则,而且它通常被表示为一个误差的泛函。因此等价准则也叫做误差准则或损失函数,也称准则函数,记作

$$J(\theta) = \sum_{k=1}^L f(\epsilon(k)) \quad (1.23)$$

式中,  $f(\cdot)$  是  $\epsilon(k)$  的函数。用得最多的是平方函数,即

$$f(\epsilon(k)) = \epsilon^2(k) \quad (1.24)$$

$\epsilon(k)$  是定义在区间  $(0, L)$  上的误差函数。这个误差函数应该广义地理解为模型与实际过程的“误差”,也可以是输出误差、输入误差或广义误差,如图 1.7 所示。



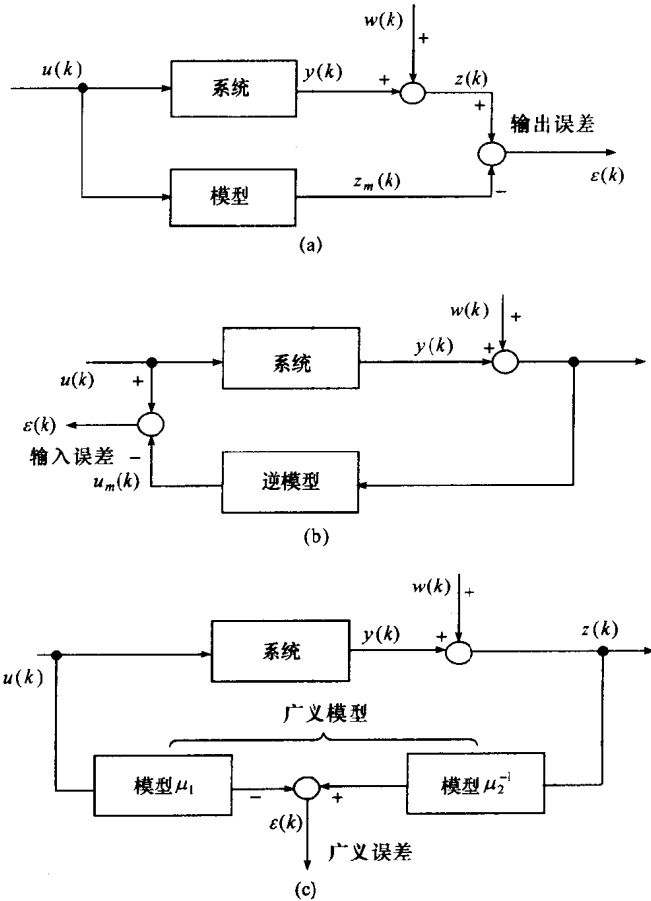


图 1.7 误差准则分类

从图 1.7 可知,将系统的输出和模型的输出的差定义的误差称为输出误差;将系统的输入和逆模型的输出的差定义的误差称为输入误差;而从系统广义模型  $\mu_1$  定义的误差称作广义误差。输出误差在辨识中是应用最广泛的一种误差准则,如图 1.7(a)所示。当实际系统和模型的输出分别记作  $z(k)$  和  $z_m(k)$  时,则

$$\varepsilon(k) = z(k) - z_m(k) = z(k) - \mu[u(k)] \quad (1.25)$$

称作输出误差。式中,  $\mu[u(k)]$  是当输入为  $u(k)$  时的模型输出。如果扰动是作用在过程输出端的白噪声,那么选用这种误差准则就是理所当然的了。但是,输出误差  $\varepsilon(k)$  通常是模型参数的非线性函数,因此在这种误差准则意义下,辨识问题将归结成复杂的非线性最优化问题。比如,如果图 1.7(a)中的模型取脉冲传递函数形式