

SHUXUE
HAOWAN

数学好玩
丛书

小学生的书

数学好玩

——好玩的数和形

李毓佩
著

长虹出版公司

SHUXUE
HAOWAN

数学好玩
丛书

小学生的书

数学好玩

——好玩的数
和形

李毓佩
著

长虹出版公司

图书在版编目(CIP)数据

好玩的数和形/李毓佩著. —北京:长虹出版公司, 2004. 1

ISBN 7 - 80063 - 121 - 4

I. 好… II. 李… III. 数学课 - 小学 - 课外读物
IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 066793 号

书 名:好玩的数和形

著 者:李毓佩

出版者:长虹出版公司

[北京地安门西大街 40 号/邮政编码 100035]

印刷者:北京长宁印刷有限公司

发行者:解放军出版社发行部

经销者:新华书店

开 本:787×1092 毫米 1/32

印 张:6.75

印 数:1—5000 册

字 数:146 千字

版 次:2004 年 1 月第 1 版

印 次:2004 年 1 月(北京)第 1 次印刷

书号:ISBN 7 - 80063 - 121 - 4/G·40

(如有印装差错,请与本社调换)

定价:14.00 元

目 录

数的故事

哇！我们的老祖宗这样写数	(1)
数进位制的由来	(4)
乌龟背上的数	(8)
有形状的数	(12)
有男人数还有女人数	(15)
刻在骨头上的数	(18)
质数和数学家玩捉迷藏	(21)
孪生质数之谜	(23)
两个有关质数的猜想	(25)
一个迷人的猜想	(27)
大数能有多大	(29)
把数掰开	(32)
半边红半边黑的数	(37)
黄金数和音乐数	(39)

形形色色的数学题

刻在泥板上的数学题	(42)
-----------------	------

写在纸草上的数学题	(44)
用诗歌写成的数学题	(49)
写在遗嘱里的数学题	(53)
用民谣写成的数学题	(56)
大文豪出数学题	(59)
诗人与数学题	(63)
用童话编成的数学题	(69)
用竹棍摆成的数学题	(71)
古印度数学题	(75)

解题动画片

二分钱哪儿去了	
——别把自己搞糊涂了	(81)
狐狸的骗术	
——掌握解题规律	(85)
他俩何时左脚同时着地	
——作图对解题的帮助	(90)
别把自己搞晕了	
——探求最简捷的解法	(96)
画个口袋装胡桃	
——自己出题考自己	(101)
好提怪问题的爷爷	
——学会思考和追问	(104)

数字的故事

能被 2,3,5,7,9,11,13 整除的数	(113)
-------------------------------	-------

使人发狂的运算·····	(116)
九九表和九九歌·····	(118)
千奇百怪的长度单位·····	(120)
为什么各月的天数都不一样·····	(122)
古代为什么用猪、狗、羊来计时·····	(125)
你不懂规矩·····	(127)
他把圆周率刻在了墓碑上·····	(129)
扔出个 π 来·····	(133)
捆地球的绳子·····	(135)
僧侣铺地遇到的难题·····	(136)
分数、除法、比是一回事吗·····	(138)
0 为什么不能作除数·····	(140)
为什么 1 不是质数·····	(141)

数学中的“迪斯尼乐园”

整数是数学的女王·····	(143)
四个 4 的游戏·····	(146)
虫食算·····	(147)
数字迷信·····	(151)
心算大王的奥秘·····	(154)
数字传奇·····	(158)
有趣的几何图画·····	(160)
多彩的数字·····	(162)
韩信暗点兵·····	(175)
珠算一代宗师·····	(179)
聪明的法官·····	(191)

富翁失算	(192)
不会数学的猪八戒	(195)
小王子的智慧	(202)



数的故事



哇！我们的老祖宗这样写数——

远在文字出现之前,人类祖先就已经形成了数的概念.他们在很早以前就利用结绳或在木头上刻痕的办法来记数.比如美国纽约博物馆就藏有古代秘鲁人用有颜色的绳子编的一种叫“基普”的东西,绳子打了许多结,它是一种记数的工具.我国古书《周易》上也有“上古结绳而治”的记载.

五千多年前,古埃及人把数字写在一种纸草上;古巴比伦人把数字刻在泥板上;我们祖先把数字刻在乌龟甲和牛骨上.下面是古人1到5的写法:

古埃及数字	I	II	III	IIII	V
古巴比伦数字	∨	W	WW	WWW	WWW
中国甲骨文	一	二	三	肆	伍
现代阿拉伯数字	1	2	3	4	5

随着数字越来越大,用不断加画道道的方法不行了,需要创造出能表示大数的数字.三千年前出现了罗马数字,至今还有人在使用.比如钟表上就仍能见到罗马数字:

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

据研究, I、II、III 是表示 1、2、3 根手指, V 表示一只手指合并,大拇指张开的形状,这和我国广东话有时将 5 说成“一巴掌”是一个道理. 10 写成 X, 表示两只手掌. 6 就是在 5 的右边加一道写成 VI, 意思是 $5 + 1 = 6$, 而 4 是在 5 的左边加一道写成 IV, 意思是 $5 - 1 = 4$.




罗马数字、古埃及数字以及中国的筹算,都采用同一符号重复若干次之后再引入新的符号,防止重复次数太多.在罗马数字中同一符号最多写三次,比如 30 写成 XXX, 而 40 则写成 XL, 这里 L 是罗马数字 50. 又如 80 写成 LXXX, 而 90 则写成 XC, 这里 C 是罗马数字 100. 在古埃及数字中同一符号可以重复九次, 比如 9 写成 IIII. 罗马数字显然比古埃及数字进步了.

在许多民族中,古代的数字常用一些名词来表示.比如,2 用“耳朵”、“手”、“翅膀”表示;4 用“鸵鸟的脚趾”(鸵鸟 4 趾)表示.古代有些数字是用象形文字来写的,比如古埃及数字:

1	10	100	1000	10000	100000
	∩	⊙	王	└	⊙
杖	面包	蛇	忘忧树	指着东西 的手指	鸟

生活在中美洲中部的古代玛雅人,只用点、横和椭圆三个符号,就可以表示任何自然数.用点和横可以从1写到19,在任何数下面加上一个椭圆,就把那个数放大20倍.你看:

•	••	•••	••••	—	—	—	—	—
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	⊖	⊖	⊖	⊖	⊖	⊖	⊖	⊖
	10	20	40	100	140	200		

这里,•表示1,大概是石子;—表示5,代表一根小棒,是零,大概是贝壳.

现在通行的阿拉伯数码并不是阿拉伯人创造的,而是印度人发明的.古代印度人把一些横划刻在石板上表示数,一横表示1,两横表示2.后来,他们改用棕榈树叶作为书写材料,就把笔画连起来写,把二写成Z,三写成≧.后来又经过长时间的演变,才变成现在的样子.

公元8世纪,印度记数法由商人带入阿拉伯首都巴格达

城。一位叫堪克的人带着数学书和天文图表，拜见了阿巴斯王朝的统治者哈里法。哈里法对此很感兴趣，下令把这些数字书和天文图表译成阿拉伯文，印度数码很快在阿拉伯流传开来。

公元12世纪初，欧洲人开始将阿拉伯文的数学书译成拉丁文。意大利的斐波那契写成《算盘书》，这本书被学校作为教材使用了两百多年，影响很大。《算盘书》一开始就写道：“印度的九个数目字是9,8,7,6,5,4,3,2,1,用这九个数字以及阿拉伯人叫做零的记号0,任何数都可以表示出来。”

数字0,据英国史学家李约瑟考证,最初出现于中印边界,可能是两国人民共同创造的。数字0通过阿拉伯商人传入西欧,却受到罗马教会的反对。教皇尤斯蒂尼昂宣布:“罗马数字是上帝创造的,不允许0存在,这个邪物加进来会玷污神圣的数。”有位罗马学者偷偷传播0,被教会发现。罗马教皇就把这位学者投入监狱,施以酷刑,用夹子把他的十根手指紧紧夹住,使他两手残废不能再握笔写字,最后将该学者害死在监狱中。



数进位制的由来

十进位制的产生,与人长有十根手指有关。“屈指可数”,说明手指是人记数时最方便的工具。十个手指都数完了,就要考虑进位了。

南美的印第安人,数完了十根手指头,再数十根脚趾,他们就使用 20 进制制。

介于澳大利亚北部的约克角半岛与伊利安之间的海峡,叫托列斯海峡.这个海峡附近的群岛上居住着一些部落,他们只靠两个数进行计算.“一”——“乌拉勃”和“二”——“阿柯扎”.遇到“三”就用“阿柯扎、乌拉勃”表示,“四”是“阿柯扎、阿柯扎”,“五”是“阿柯扎、阿柯扎、乌拉勃”,他们使用的是二进制制。

五进制制的手指记数法,最早起源于美洲.这种五进制制至今还在玻里尼亚群岛的居民中使用着。

1 小时等于 60 分,1 分等于 60 秒;圆周角为 360° ,每度 60 分,每分 60 秒.最早采用 60 进制制的是巴比伦人.他们为什么要用 60 进制制呢? 现在有两种不同的看法:有的人认为巴比伦人最初以 360 天为一年,将圆周分为 360 度.太阳每天行一度,而圆内接正六边形的每边都等于圆的半径,每边所对的圆心角恰好等于 60° (图 1),60 进制制由此而来.另一些人认为巴比伦人早就知道一年有 365 天,选择 60 这个数是因为它是 2,3,4,5,6,10,12 等等简单数字的倍数. $60 = 12 \times 5$,12 是一年包含的月数,而 5 是一只手的手指数。

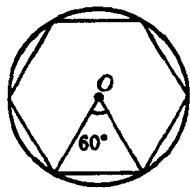


图 1

古代各地区的进位制各不相同,连数的写法也不一样.我国继甲骨文和金文(铸在铜器上的文字,也叫钟鼎文)之后,开始用更方便的算筹来记数.“筹”就是竹质或骨质的小棍.我国古代数学家就使用这些小棍,摆成不同的形式来表示不同的数,并进行计算.1971 年 8 月在陕西千阳县的一座西汉墓中,首次出土了骨

质算筹,估计算筹的使用不会晚于公元前3世纪.

用算筹表示数目,有纵横两种方法:

纵式 丨 𠄎 𠄎𠄎 𠄎𠄎𠄎 𠄎𠄎𠄎𠄎 𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎 𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎 𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎
 横式 一 二 三 四 五 六 七 八 九

上, 𠄎, 𠄎𠄎 三个数字,从前商人记帐时还经常用到.

用算筹摆数的原则在《孙子算经》中有记载:“凡算之法,先识其位,一纵十横,百立千僵(百位是纵式,千位又是横式),千十相望,万百相当.”意思是:个位、百位、万位都用纵式;十位、千位都用横式.高位在左,低位在右,比如 378,就摆成 𠄎𠄎 𠄎𠄎 𠄎.遇到零时,就留个空位,比如 6708 就摆成 上 𠄎𠄎 𠄎𠄎.

巴比伦人使用 60 进位制,书写时也是低位在右,高位在左,比如 𠄎 表示 1, 𠄎 表示 10.

$$\begin{array}{c} \text{𠄎} \\ 1 \end{array} \underbrace{\text{𠄎𠄎𠄎}}_{21} \underbrace{\text{𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎}}_{16} = 1 \times 60^2 + 21 \times 60 + 16 = 4876.$$

古埃及数字的排列次序,和我们的习惯恰好相反,他们把高位放在右边,低位放在左边,比如,1873 就写成:

𠄎𠄎 𠄎𠄎𠄎𠄎 𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎 𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎𠄎



据史书记载，由于错误地翻译了古埃及的记数体系，而产生了一个令人困惑不解的问题，这个问题直到不久以前才得到解决。原来，古希腊哲学家柏拉图曾经根据雅典的伟大政治家和诗人梭伦的回忆录，讲述了一个关于阿特兰蒂斯岛（大西岛）的故事。

梭伦曾经游历过许多地方，这个故事是一些博学的埃及祭司告诉他的。这个故事说，在比梭伦那个时代早 9000 年的时候，有一次，巨大的灾难降临到阿特兰蒂斯岛，这个岛连同它的全体居民突然沉没到海里去了。据说，这个岛的面积是 800000 平方英里，因此，柏拉图不得不把它的位置安排到大西洋里去（大西洋这个名称就是这样得来的），因为整个地中海也容纳不下这么大的一个岛。近代对地中海海床所进行的地质考察表明，在地中海里确实曾经发生过一次非常巨大的火山爆发，它使米诺斯文化突然被毁灭掉了。但是，这个事件大约发生在公元前 1500 年，也就是说，只比梭伦那个时代早 900 年，而不是早 9000 年。不仅如此，柏拉图在他写的《克利蒂亚斯》一书中描述的那个四面环山的肥沃平原，原来是长 3000 斯达提亚（古希腊的长度单位，1 斯达提亚 = 600 英尺，即不到 200 米），宽 2000 斯达提亚。但是，如果把把这个大小减为 300×200 ，那就正好同克里特岛上的梅萨拉平原相符了。可见，使许多古代学者迷惑的大西岛之谜，是由于读错了古埃及数字而产生的，是把位值提高了一位（把 100 读成 1000 等等），使梭伦因数量相差 10 倍而犯了错误。其实，大西岛就是希腊南部的克里特岛。

据考查,世界上大多数地区还是采用的十进制.易勒斯曾做过调查,美国原始亚美利加各族的 307 种计数系统中,有 146 种是十进位的,有 106 种是五进位或 20 进位的,另外还有别的进位制.



乌龟背上的数

传说在很久以前,夏禹治水来到洛水,洛水中浮起一只大乌龟,乌龟背上有一个奇怪的图,图上有许多圈和点,如图 2. 这些图和点表示什么意思呢? 大家都弄不明白. 一个人好奇地数了一下龟甲上的点数,再用数字表示出来,发现这里有非常有趣的关系.

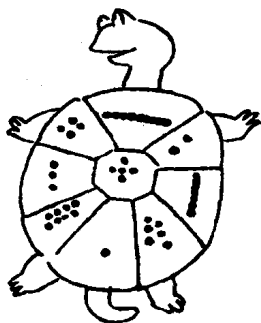


图 2

把龟甲上的数填入正方形的方格中,不管是把横着的三个数相加,还是把竖着的三个数相加,或者把斜着的三个数相加,其和都等于 15,如图 3.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

图 3

有许多别的民族也很早就知道这个神奇的方图.印度人和阿拉伯人认为这个方图具有一种魔力,能够避邪恶,驱瘟疫.直到现在,还可以在印度看见有人在脖子上挂着印有方图的金属片.犹太人认为方图中的 1、3、9 和希伯来文的字母对应,刚好

写出“耶和华”(上帝)这个词.

传说、宗教当然是不足为信的.但是,这种方图却反映了正整数的一种性质.我国古代把这种方图叫“纵横图”或者“九宫图”.国外把它叫做“幻方”.

纵横图是怎样排出来的?靠碰运气行吗?不行.下面看看我国南宋数学家杨辉创造的排列方法(图4):

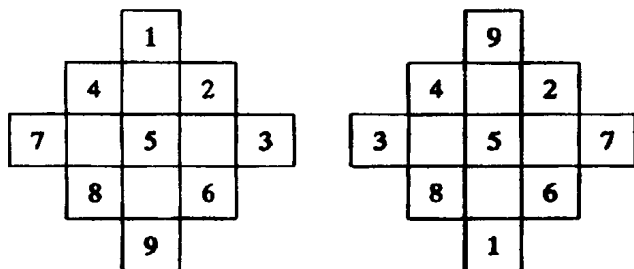


图4

先画一个图,把1到9从小到大斜着排进图中.然后把最上面的1和最下面的9对调;最左边的7和最右边的3对调;最后把最外面的四个数,填进中间的空格中,就得到了乌龟背上的图了.

由9个数排列出来的是三阶“幻方”,下面再来看几个有代表性的三阶幻方:

(1)从0到8的三阶幻方.它的横、竖、斜行的三个数之和都是12,如图5(1);

(2)从1到17的奇数构成的三阶幻方,如图5(2);

(3)从 0 到 16 的偶数构成的三阶幻方,如图 5(3).

7	0	5
2	4	6
3	8	1

(1)

11	1	15
13	9	5
3	17	7

(2)

14	0	10
4	8	12
6	16	2

(3)

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

(4)

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

(5)

图 5

幻方阶数越高,排起来越困难.如不掌握一定的方法,简直别想排出来.图 5 还排出一个四阶幻方:把 1 到 16 从左到右依次排进方格中,如图 5(4);再把外正方形的两组对角上的两个数分别对调,内正方形的两组对角上的两个数分别对调,其余的数不动,得到图 5(5).它的每一横行、每一纵列及两条对角线上的四个数之和都等于 34.四阶幻方的排法不只一种,总共可以排出 880 种不同的四阶幻方.

利用杨辉创造的方法,可以把奇数阶幻方排出来,下面以五阶幻方为例来排一下: