

初等数学解题方法大全

CHUDENGSHUXUEJIETI
FANGFADAQUAN



山东教育出版社

初等数学解题方法大全

CHUDENGSHUXUEJIE TI
FANGFADAGUAN



北京人民教育出版社

初等数学解题方法大全

孙新龙 主编

山东教育出版社

1992·济南

鲁新登字2号

初等数学解题方法大全

孙新龙 主编

*

山东教育出版社出版

(济南经九路胜利大街)

山东省新华书店发行 山东新华印刷厂印刷

*

850×1168毫米32开本 48.125印张 4 插页 1183千字

1992年8月第1版 1992年8月第1次印刷

印数1—1060

ISBN 7—5328—1327—4 / G·1132

定价 19.35 元

《初等数学解题方法大全》编委会

主编：孙新龙

编委：（以姓氏笔划为序）

王 书 王秀花 孙新龙 孙惠玲

张贻珍 杨林生 吴灵芝 徐贵礼

梁梦锡 楚建乔 蒋泽伶 戴世顺

插图：韦 利 刘 刚 王永健 许国强

王 英

前 言

提高解题能力是每一个学生的心愿。但是,其中有不少学生、特别是中小学生在学数学时“死啃”书本,他们对中小学数学中的有关定义、定理、公理、公式等背得滚瓜烂熟,但在解题时却找不到解题的思路和方法,不知如何求解;还有一些学生,题目做得不少,但比较盲目,将题目稍稍变化,就又感到迷离混沌了。

究其原因,是这些同学不注意科学的数学思维方法,不注意数学知识的灵活运用,不注意探求解题的规律。因此,在加强基础知识和基本技能训练的同时,还必须进行数学逻辑、数学思维、数学方法的训练。为此,我们编写了这本《初等数学解题方法大全》,以期对提高中小学生的解题能力有所帮助。

本书共分四部分。第一部分为“基本逻辑知识”,目的在于帮助读者提高自己的逻辑思维能力,并为解题的方法提供理论依据;第二部分为“怎样解数学题”,目的在于帮助读者理解解题的实质,掌握探求解题途径的方法,彻底弄清楚整个解题过程这一“框架”;第三部分为“解数学题的常用方法”,这一部分向读者介绍了24种解题方法,这些方法不是针对某一类型的数学题论述的,其目的在于帮助读者从“宏观”上掌握解题的方法;第四部分为“各种题型的常用解法”,在这一部分介绍了算术、初等代数、平面几何、平面三角、立体几何、平面解析几何、集合、初等微积分、逻辑代数、初等概率统计、初等数论等各种题型的解法,

目的在于帮助读者分析题目类型，探求解题规律。另外，在这部分，还安排了“标准化试题”的常用解法，这些方法对于帮助读者掌握解“标准化试题”的一般规律是非常有好处的。

对于本书中的几乎每一例题(所选例题均有一定的代表性)，都给了解题的分析过程，目的在于帮助读者不仅知其然，还要知其所以然，达到能举一反三的目的。

对每一种方法，还进行了规律性总结，并指出了使用该法的一些注意事项，这些均以“说明”的形式列于相应的方法之后。

这里需要说明的是，对本书中的每一种解题方法，为了论述的方便，本书均对其起了个名称，并给出了定义性论述，当然，对这些方法的名称我们尽量使之与统用名称一致，如综合法、分析法、反证法、数学归纳法等。但也有不少方法，特别是一些属于技巧性的方法大家没有统用名称，因而本书给出的这些方法的名称可能不十分科学。我们认为，一种方法叫什么“名字”无关紧要，要紧的是这种方法的实质。

还需要说明的是，本书所选的例题除具有代表性外，很多还有一定的难度，特别是吸收了一些数学竞赛题或与之类似的题目，这就更加丰富了本书的内容。读者通过阅读本书便可体会到这一点。

在本书的编写过程中，我们参考了大量的文献(所参考的重要文献及作者和出版者的名字我们已附于本书末)，并从中(特别是各地考题与竞赛题中)直接选取了一些题目作为本书的例题，在此谨向这些文献的作者及出版者表示诚挚的谢意!

由于我们水平所限，加之时间仓促，书中难免有不妥乃至错误之处，敬请广大读者批评指正。

本书编委会

1991年7月

目 录

一、基本逻辑知识	1
(一) 什么是逻辑学	1
(二) 逻辑思维的基本形式	2
1. 概念	2
(1) 什么是概念	2
(2) 概念的内涵和外延	5
(3) 概念间的关系	6
① 同一关系	6
② 交叉关系	6
③ 从属关系	7
④ 矛盾关系	8
⑤ 反对关系	8
(4) 概念的限定和概括	9
① 概念的限定	9
② 概念的概括	9
(5) 概念的定义	10
(6) 概念的划分	10
2. 判断	13
(1) 什么是判断	13
(2) 判断的分类	14

(3) 数学中的判断	15
① 性质判断	15
② 关系判断	18
③ 假言判断	20
④ 选言判断	21
⑤ 联言判断	21
⑥ 负判断	22
3. 命题	22
(1) 什么是命题	22
(2) 命题的结构	22
(3) 简单命题与复合命题	23
① 假言命题	23
② 选言命题	23
③ 联言命题	23
④ 等价命题	23
⑤ 否定命题	23
(4) 命题的四种形式及其关系	24
(5) 命题的演算规则	25
(6) 命题的条件	26
(7) 公理、定理、推论	27
(8) 分断式命题	28
(9) 逆命题的制造	29
4. 推理	32
(1) 什么是推理	32
(2) 演绎推理	32
(3) 归纳推理	37
(4) 类比推理	39
5. 数学证明	39

(1) 什么是证明	39
(2) 证明的规则	40
(三) 逻辑思维的基本规律	42
1. 同一律	42
2. 矛盾律	43
3. 排中律	44
4. 充足理由律	44
二、怎样解数学题	45
(一) 解数学题的实质	45
(二) 解题的要求	47
1. 解答数学题要正确合理	47
2. 解题过程要符合逻辑	49
3. 解题方法力求简单清楚	51
4. 解题理由要充分	53
5. 解题的答案要详尽无遗	54
6. 解题的最后结果形式要简单	56
7. 注意命题条件与结论的推广	57
(三) 解题步骤	60
1. 审题	60
(1) 分析条件, 理解题意	60
(2) 注意题中的常数	67
2. 探求解题方法	69
(1) 区分习题类型	69
(2) 观察、联想、转化	71
① 观察	71
② 联想	78
③ 转化	85
3. 写出习题的解答过程	94

4. 检查答案是否合理	94
(1) 推理要正确	95
(2) 检查答案是否完备、确切	95
(3) 检查解答是否合乎要求	95
(四) 解题后的回忆	96
1. 解题方法的回忆	96
2. 错误分析	100
三、解数学题的常用方法	103
(一) 观察法	103
(二) 定义法	104
(三) 分析法	105
(四) 综合法	108
(五) 反证法	110
(六) 同一法	115
(七) 数学归纳法	116
(八) 第二数学归纳法	118
(九) 整体法	120
(十) 配方法	122
(十一) 换元法	125
(十二) 待定系数法	126
(十三) 参数法	128
(十四) 相消法	129
(十五) 代入法	131
(十六) 比较法	133
(十七) “1”的代换法	135
(十八) 试探法	138

(十九) 赋值法	143
(二十) 构造法	145
(二十一) 三角法	147
(二十二) 直角坐标法	149
(二十三) 极坐标法	152
(二十四) 复数法	155
四、各种题型的常用解法	159
(一) 算术问题的解法	159
1. 式题的解法	159
(1) 四则计算题的计算方法	160
(2) 四则混合式题的计算方法	161
① 基本法	161
② 简算法	165
③ 约分法	170
④ 拆数法	172
(3) 繁分数的化简方法	175
① 相除法	175
② 倍数法	177
③ 约分法	179
④ 逐次减层法	181
(4) 速算的方法	183
① 凑整法	183
② 凑同法	184
③ 基准数法	185
④ 反数法	186
⑤ 拆数法	187
⑥ 公式法	188

(5) 验算的方法	190
① 正算法	190
② 逆算法	190
③ 弃九法	191
2. 文字题的解法	194
① 直译法	194
② 意译法	195
③ 分析法	196
④ 综合法	196
⑤ 缩句法	197
⑥ 分段法	199
⑦ 代数法	200
3. 应用题的解法	203
① 综合法	204
② 分析法	206
③ 图解法	208
④ 直接法	211
⑤ 列举法	213
⑥ 追踪法	217
⑦ 逆推法	218
⑧ 消元法	220
⑨ 假设法	222
⑩ 对应法	226
⑪ 不变量法	229
⑫ 变换条件法	232
⑬ 增元法	236
⑭ 类比法	238
⑮ 比例法	240

⑩归一法	242
⑪倍比法	244
⑫归总法	247
⑬公式法	248
⑭代数法	262
(二) 初等代数问题的解法	271
1. 代数式问题的解法	271
(1) 整式的运算方法	271
①基本运算法	271
②竖式运算法	273
③公式法	274
④分离系数法	276
⑤综合除法	278
⑥比较系数法	279
⑦数值代入法	280
(2) 因式分解的方法	281
①提取公因式法	282
②公式分解法	283
③分组分解法	285
④十字相乘法	287
⑤求根法	288
⑥配方法	289
⑦余元定理法	290
⑧比较系数法	292
⑨数值代入法	293
(3) 分式的运算法	295
①基本运算法	295
②比较系数法	301

③数值代入法	303
④乘因式法	304
(4)根式的运算法	305
①有理化因式法	306
②基本运算法	309
③公式法	311
2. 代数方程与方程组的解法	313
(1)有理方程的解法	313
①同解变形法	313
②分解因式法	315
③求根公式法	316
④换元法	318
⑤韦达定理法	320
⑥配方法	322
⑦余元定理法	323
⑧比较系数法	324
(2)无理方程的解法	325
①乘方法	326
②观察法	328
③配方法	328
④因式分解法	329
⑤换元法	331
⑥共轭根式法	333
(3)方程组的解法	334
①代入消元法	335
②加减消元法	336
③换元法	338
④韦达定理法	342

⑤分解因式法	344
⑥行列式法	345
3. 代数不等式问题的解法	347
(1) 整式不等式的解法	348
①基本运算求解法	348
②配方法	349
③分解因式法	350
(2) 分式不等式的解法	352
①运算求解法	353
②不等式联立法	354
③转化法	355
(3) 绝对值不等式的解法	357
①公式法	357
②区间分析法	358
(4) 无理不等式的解法	359
①运算求解法	359
②不等式联立法	361
(5) 不等式组的解法	363
4. 指数与对数问题的解法	364
(1) 幂的运算方法	365
①基本运算法	365
②代数公式法	367
(2) 对数的运算方法	369
①基本运算法	370
②定义法	371
③换底公式法	371
(3) 指数方程的解法	373
①比较指数法	373

②取对数法	374
③换元法	375
④分解因式法	377
(4)对数方程的解法	378
①定义法	378
②换底公式法	379
③比较真数法	381
④换元法	382
5. 数列问题的解法	384
(1)求数列通项公式的方法	384
①观察分析法	384
②公式法	385
③转化法	390
④归纳法	392
(2)求由递推公式给出的数列通项的方法	395
①归纳法	396
②作差求和法	398
③配项法	401
④消常数项法	404
⑤换元法	405
⑥特征方程法	406
(3)数列求和的方法	409
①公式法	409
②转化法	411
③通项公式变形法	413
④和式倒写相加法	417
⑤和式变倍相减法	419
⑥复数法	421