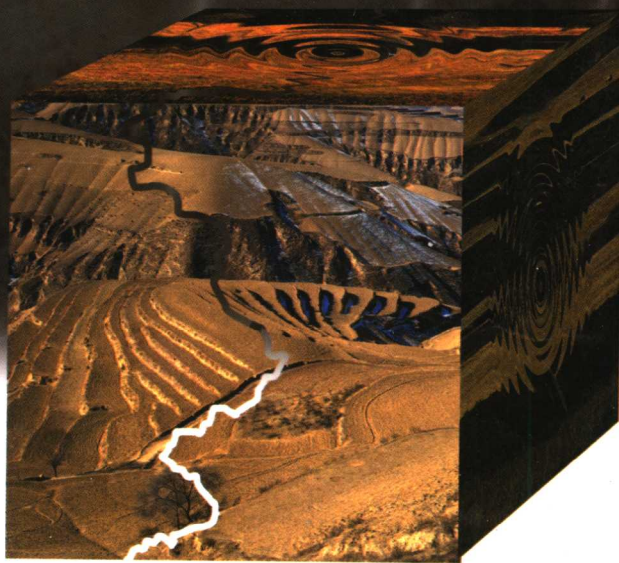


董敏煜
主编

地震勘探

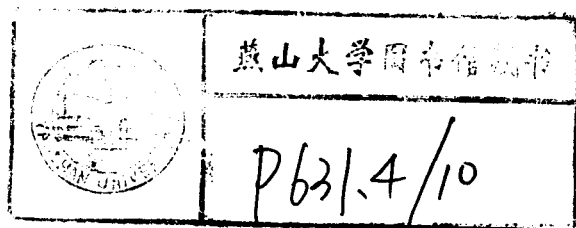
D I Z H E N K A N T A N



石油大学出版社

地 震 勘 探

董敏煜 主编



石油大学出版社



0760625

图书在版编目(CIP)数据

地震勘探/董敏煜编著. —东营:石油大学出版社,
2000. 9

ISBN 7-5636-1397-8

I. 地… II. 董… III. 地震勘探 IV. P631.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 48518 号

地震勘探
董敏煜 主编

责任编辑:陆丽凤 (电话 0546-8392565)

封面设计:任艳华

出版者:石油大学出版社(山东 东营,邮编 257061)

网 址:<http://sunctr.hdpu.edu.cn/~upcpres>

电子信箱:upcpres@mail.hdpu.edu.cn

印 刷 者:泰安开发区成大印刷厂

发 行 者:石油大学出版社(电话 0546—8392563)

开 本:787×1092 1/16 印张:17.75 字数:455千字

版 次:2000年12月第1版第1次印刷

印 数:1—1000册

定 价:23.00元

前 言

地震勘探已是石油勘探不可或缺的方法之一,它不仅用于石油勘探的初期阶段,在整个石油勘查过程中,都是不可缺少的。现在,没有地震勘探资料,甚至没有利用地震勘探做出的油藏描述,就不能定钻井井位。因此,石油地质勘探学家如果不懂得地震勘探,或者不会利用地震勘探资料,就很难找出油气田。

本书编写的目的,就是为石油地质勘探(又称为“综合勘探”班)学生学习地震勘探之用。书中不涉及高等数学,只用初等数学讲述地震勘探的物理原理、数字处理中的问题、以及如何利用地震勘探资料解释有关石油勘探中的地质构造、地层岩性、以及可能的油气储层。

地震勘探不是一种直接的找油方法,而是一种间接的找油方法。不了解这一点,就可能使对地震勘探资料的解释走入误区。这是石油地质勘探学家必须认识的一点。

本书由石油大学(北京)地球物理所编写。董敏煜教授担任主编,魏修成研究员编写了第三章,刘国成高级工程师编写了第七、八、九章。在本书编写的过程中,苑书经博士、瞿祥明硕士都做了不少工作。书中引用了大量参考文献和资料,特别是陆基孟教授主编的“地震勘探原理”,其中第六章完全选用该书内容,在此声明并表示深深的谢意。

全书由李承楚教授审稿,提出了许多有益的意见。书中谬误仍在所难免,敬请读者批评指正。

编 者

2000年2月

211530/

目 录

绪论	(1)
第一章 地震勘探的基本概念	(3)
第一节 振动的一般概念	(3)
一、振动	(3)
二、振动的频谱分析	(4)
三、傅立叶展开的重要性质	(8)
第二节 波动的产生和传播	(11)
一、波动是振动的传播过程	(11)
二、描述波动传播的两个重要概念	(11)
三、波长和波数	(13)
四、波动方程	(14)
第三节 波动传播原理	(15)
一、惠更斯原理	(15)
二、费马原理	(16)
第二章 地震波的产生和类型	(17)
第一节 地震波的产生	(17)
一、地震波是在岩石中传播的弹性波	(17)
二、应力与应变	(17)
三、弹性模量	(18)
第二节 地震波的类型	(19)
一、纵波(P波)	(19)
二、横波(S波)	(19)
三、面波	(20)
第三节 分层介质中的地震波	(22)
一、透射与反射	(22)
二、反射波产生的条件	(23)
三、反射波的强度	(23)
四、多层介质中的波	(23)
五、介质分界面上的折射波	(24)
六、多层介质中的多次波与转换波	(25)
第三章 地震勘探数据的采集	(28)
第一节 激发与接收	(28)
一、地震波的激发	(28)
二、地震波的接收	(30)
第二节 观测系统	(32)

一、纵测线的观测系统图	(32)
二、一次覆盖观测系统	(33)
三、延长时距系统	(33)
四、多次覆盖观测系统	(33)
五、地震列线图及波列图	(37)
六、三维观测系统	(37)
第三节 组合	(40)
一、规则干扰波	(40)
二、不规则干扰波	(40)
三、组合的基本概念	(41)
四、组合的频率特性	(44)
五、面积组合	(44)
六、组合的统计效应和平均效应	(45)
第四章 地震波的时距曲线	(48)
第一节 一个水平界面反射波的时距曲线	(48)
一、时距曲线的概念	(48)
二、水平界面的共炮点反射波的时距曲线方程	(50)
第二节 倾斜界面反射波时距曲线	(50)
一、倾斜界面反射波时距曲线	(50)
二、共炮点反射波时距曲线的主要特点	(51)
第三节 多层介质情况下的反射波时距曲线	(52)
一、三层水平介质的反射波时距曲线	(53)
二、把三层水平介质简化为均匀介质的思路和办法,平均速度的引入	(54)
三、两种情况下的反射波时距曲线的比较	(56)
第四节 特殊波的时距曲线及剖面显示	(58)
一、绕射波	(59)
二、断面反射波	(60)
三、回转波	(60)
四、多次反射波	(62)
第五节 复杂地质构造的反射波时距曲线及剖面显示	(65)
一、断层	(65)
二、不整合与地层超覆	(66)
第六节 折射波时距曲线	(68)
一、视速度的概念	(68)
二、折射波的传播规律	(69)
三、一个水平界面下的折射波时距曲线	(69)
四、倾斜界面的折射波时距曲线	(71)
五、折射波时距曲线的特点	(72)
第七节 时距曲面的概念	(73)
第五章 地震数据的处理	(75)

第一节 预处理	(76)
一、解编	(76)
二、编辑	(76)
三、切除	(77)
四、振幅恢复	(77)
五、抽道集	(79)
第二节 去噪	(79)
一、频率滤波	(79)
二、相关滤波	(81)
三、二维滤波	(85)
第三节 反滤波	(87)
一、反滤波的概念	(87)
二、反滤波因子的求取	(87)
第四节 静校正	(88)
一、静校正的概念	(88)
二、低速带的存在及影响	(88)
三、静校正的实现	(90)
四、剩余静校正	(91)
五、剩余静校正的方法	(92)
六、影响静校正的因素	(95)
第五节 动校正	(96)
一、正常时差	(96)
二、倾角时差	(97)
三、动校正的方法	(100)
第六节 共反射点叠加	(105)
一、水平界面共反射点的时距曲线	(106)
二、倾斜界面共中心点时距曲线	(106)
三、多次反射波时距曲线	(107)
四、全程多次反射波	(108)
五、剩余时差	(109)
六、多次叠加的特性	(110)
七、影响叠加效果的因素	(118)
第七节 偏移叠加	(122)
一、水平叠加剖面存在的问题	(122)
二、倾斜界面偏移归位的基本原理	(123)
三、偏移叠加原理	(125)
四、波动方程偏移原理简介	(130)
五、偏移叠加或叠加偏移	(133)
六、二维偏移和三维偏移	(137)
七、时间偏移和深度偏移	(142)

第六章 地震波的速度	(150)
第一节 地震波在岩层中的传播速度	(150)
一、地震波速与岩石弹性常数的关系	(150)
二、地震波速与岩性的关系	(151)
三、地震波速与密度的关系	(151)
四、地震波速与构造历史和地质年代的关系	(152)
五、地震波速与埋藏深度的关系	(152)
六、地震波速与孔隙率和含水性的关系	(154)
七、地震波速与频率和温度的关系	(155)
八、沉积岩中速度的一般分布规律	(156)
第二节 几种速度概念	(157)
一、平均速度 v_{av}	(157)
二、均方根速度 v_R	(158)
三、等效速度 v_p	(163)
四、叠加速度 v_a	(164)
第三节 平均速度的测定	(166)
一、地震测井的野外工作	(167)
二、地震测井资料的整理	(168)
三、声速测井的基本原理	(169)
四、声速测井资料的整理解释	(169)
第四节 叠加速度的求取	(170)
第五节 各种速度之间的关系和一些互相换算的公式	(173)
一、平均速度与均方根速度的比较	(173)
二、由叠加速度计算均方根速度	(178)
三、由均方根速度计算层速度	(180)
四、各种介质结构情况下各种速度的计算公式及互相换算的公式	(181)
第七章 地震资料的构造解释	(184)
第一节 地震勘探资料解释的理论基础	(184)
一、地震记录的形成	(184)
二、波的绕射	(184)
第二节 地震剖面的对比解释	(189)
一、地震剖面的对比原则	(189)
二、地震剖面解释的步骤和方法	(190)
第三节 断层在地震剖面的反映及解释	(193)
一、断层在二维地震时间剖面上的主要特征	(193)
二、断层面的确定	(194)
第四节 特殊地质现象的解释	(196)
一、不整合	(196)
二、超覆与退覆	(197)
三、古潜山	(198)

第五节 解释中可能出现的假象	(198)
一、几何因素造成的假象	(198)
二、速度因素造成的假象	(199)
三、处理因素造成的假象	(199)
四、表层变化引起的假象	(199)
第六节 构造图的绘制	(203)
一、地震构造图的基本概念	(203)
二、绘制地震构造图的基本原理	(204)
三、绘制测线平面位置图的步骤	(205)
第七节 三维地震资料解释简介	(210)
一、三维地震资料显示	(210)
二、断层在水平切片上的反映	(211)
第八章 地震资料的地层岩相解释	(214)
第一节 地震层序分析	(214)
一、地震反射层的地质意义	(214)
二、地震层序与沉积层序	(216)
第二节 地震相分析	(221)
一、地震相与地震相分析的概念	(221)
二、解释地震相的要素	(224)
三、地震相转换为沉积相	(230)
第九章 地震资料的岩性解释	(243)
第一节 砂泥岩含量预测	(243)
一、用纵横波资料作岩性识别	(243)
二、用地震波速度估算砂泥岩含量	(248)
第二节 地震资料的孔隙度及地层压力解释	(255)
一、用地震资料估计孔隙度	(255)
二、用地震资料预测地层压力	(257)
第三节 用地震资料作烃的直接检测	(261)
一、影响反射波振幅的主要因素	(262)
二、地震剖面上烃的直接标志	(264)
三、振幅随炮检距变化(AVO)	(267)
参考文献	(273)

绪 论

石油,深埋在地下数千米处,它是怎样被发现的呢?人们经过长期的研究和生产实践,逐步理解石油的生成、运移和储存条件,以及寻找它们的方法。在寻找石油的诸多方法中,地震勘探是目前最有效的方法。

根据石油地质理论,石油不但要有生成的环境,还要有运移的通道,以及储存的条件。储存的条件就是要“封闭”,石油地质学中将这种封闭的构造称为储油构造或“油藏”。油藏的类型很多,有构造油藏、岩性油藏、裂隙油藏等。

勘探石油的方法主要有三类。第一类是地质法。地质法是通过观察,研究出露在地面的地层、岩石,对地质资料进行分析综合,了解一个地区有无生成石油和储存石油的条件,最后提出对该地区的含油气远景评价,指出有利地区。有时在岩石出露的地区,也可能直接发现油气藏。

第二类是物探方法。在地表为松散沉积或沙漠复盖的地区,被海水复盖的海洋上,地面上或海面上看不到岩石,地质法就受到了很大的限制。如果用大量钻井,取岩心的办法来了解地下地质情况,不仅成本高,效率也很低。这时就要用物探方法。

物探方法(全称是地球物理勘探方法)是根据物理学的原理,结合地质知识,进行石油或其它矿产勘探的方法。它是一种间接勘探方法,只能寻找可能的储油构造,不能直接判断构造中是否有油、气存在,许多地球物理学家正向这个方向探索。

第三类是钻探法。钻探法是根据物探方法提供的井位进行钻探,直接取得地下可靠的地质资料,以确定地下构造的特点和含油气情况。

由此可见,勘探石油是一件很复杂的工作。它需要地质学家和地球物理学家紧密配合,综合分析,地质学家要有良好的地球物理知识,以便利用地球物理资料,做出地质解释,地球物理学家也要有良好的地质基础,这样通力合作,才有可能使石油勘探工作进行顺利。

在勘探石油的各种物探方法中,地震勘探是最有效的方法。地震勘探的基本原理很简单:它类似于利用声波测量目的物的距离。在测量点发射声波,记录声波从目的物反射回来的时间,知道声波在介质中的传播速度,就可以计算出目的物的距离。地震勘探就是在地表层激发(放炮、振动),弹性波(又称地震波)向地下半空间传播,遇到不同岩层的界面(波阻抗界面),反射回到地面,用地面接收器(检波器)接收,并记录下反射波到达的时间,就可以计算出地下各地层的埋藏深度。如果在一条测线观测,就可以了解沿这条测线的地下构造。如果在一块面积上观测,就可以了解这块面积下的地质构造。

但是,在实际中,并不这样简单。首先,在地表不能同时在同一点既激发又接收,因此不能用简单的公式

$$2H = vt$$

来计算地下反射界面的深度 H 。式中 t 为反射波到达的时间, v 为反射界面以上地震波传播的平均速度。而必须按照炮点与检波点之间的距离(炮检距)大小来进行“动校正”,这是在第四章和第五章中要讲述的问题。

其次,地表不是水平的,地表层的速度和厚度也不一致,这导致计算出的地下构造形态受其影响而不真实,这就需要根据地形变化和地表层的速度和厚度变化来进行“静校正”,这是在

第五章中要讲述的问题。

第三,地下地层不是单一的,最简单的情况也是成层状的,这导致地震波在不同地层界面上传播的速度是不同的,这就需要进行“速度分析”,这是第六章中要讲述的问题。

第四,地震波的接收和记录是用震电转换方式进行的,因此野外施工中不可避免的要受到各种振动和交流电的干扰,这就需要在同一点多次激发和接收,进行“多次叠加”和“滤波”,这也是在第五章中要讲述的问题。

第五,地震波在地下地层传播过程中,其能量要逐渐扩散和被吸收,影响了地震子波的分辨率和振幅强度,因此要进行“真振幅恢复”和“提高分辨率”,这亦是在第五章中要讲述的问题。

第六,地下岩层既不是水平的,又不是连续的,而是很复杂的,这就造成了反射波的偏移和绕射波的出现,需要将反射波偏移归位和绕射波收敛,这是在第四章和第五章中要讲述的问题。

第七,地震反射界面是物理上的“波阻抗”界面,而不是地质上的地层界面,如何将地震反射界面与地质地层界面联系起来,这是第七章中要讲述的问题。

第八,目前地震资料主要用来解决地质构造问题,如何判断岩性以及含油气问题,这是在第八章和第九章中要讲述的问题。

第九,目前地震勘探愈来愈精确,如何进行面积观测,以定准构造形态和位置,这是在第三章和第五章中要讲述的问题。

第十,地震勘探的发展方向是什么?如何勘探裂隙油气藏?以及如何将地震勘探应用于油气田的开发阶段,为油气田的开发服务?这是第九章中要讲述的问题。

问题归结为这十个,本书就围绕这十个问题展开论述。至于有关地震勘探的物理原理及各章所要用到的基本概念,则在第一章和第二章中加以叙述。第三章则简单描述了地震勘探的野外工作方法,主要是野外施工设计,对地质人员来讲,仅供参考。

第一章 地震勘探的基本概念

地震勘探是在地面(或海水中)激发地震波,同时在地面(或海水中)接收从地下反射回来的反射波,以获取反射波地震资料,从而研究地下地质构造或岩性情况的。因此,振动与波就构成了地震勘探的基础。本章论述振动与波的基本概念,并由此引出振幅、频率、周期,以及波长、波数等常用的名词及其物理意义,这对理解以后各章是十分重要的。

第一节 振动的一般概念

一、振动

某质点在其平衡位置附近做来回往返的运动,称为振动。例如,一个钟摆的运动。如果这个振动是周期性的,并且是无始无终的,则其来回运动距平衡位置的大小,称为振幅 A 。1 s 内往返的次数称为频率 f 。从某位置再回到该位置所需的时间称为周期 T ,如图 1-1 所示。显然,周期与频率互为倒数:

$$f = \frac{1}{T}$$

周期 T 的单位是 s(秒),频率 f 的单位是 Hz(赫)。

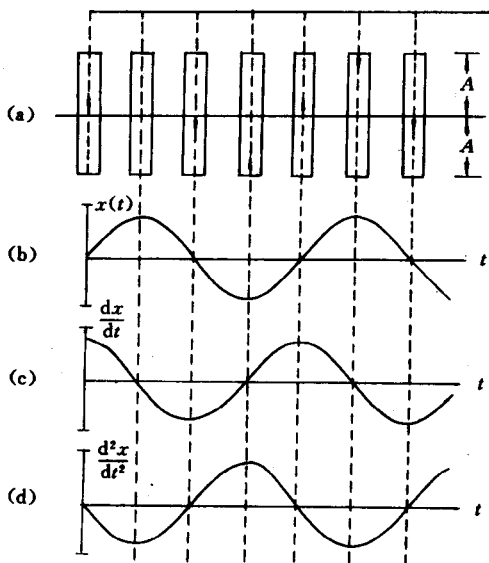


图 1-1 简谐振动

a—质点运动;b—质点位移;

c—质点运动速度;d—质点运动的加速度

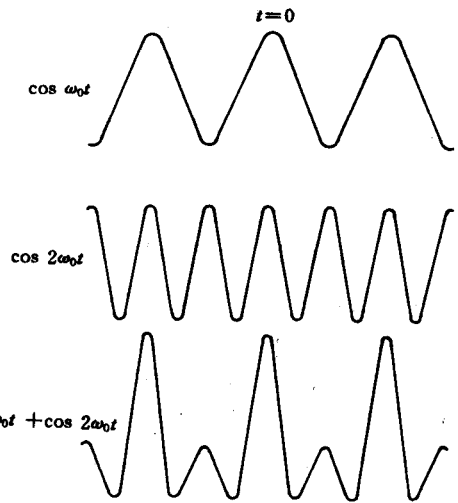


图 1-2 两个简谐振动的叠加

最简单的周期振动是简谐(正弦或余弦)振动,这是一种理想的振动。它的数学表达式为:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (1-1-1a)$$

式中 A ——振幅, $\omega = 2\pi f$ 称为圆频率;

f ——频率;

φ ——初相位。

这种振动的振幅、频率和初相位都是不变的,并且是无始无终的,如图 1-1 所示。因为 $\cos(\omega t + \varphi) = \sin(\omega t + \varphi + \pi/2)$, 所以如令 $\varphi' = \varphi + \pi/2$, 则式(1-1-1a)可改写为

$$x = A \sin(\omega t + \varphi') \quad (1-1-1b)$$

式(1-1-1a)或(1-1-1b)都是谐振动的运动方程(位移和时间的关系式)。谐振动虽是一种理想的振动,但在理论分析上却具有十分重要的意义。数学上已经证明,所有复杂的振动都可由不同频率、不同振幅、不同初相的简谐振动合成。图 1-2 示出了两个不同频率简谐振动的合成。图 1-2(a)是一个基频和一个 2 倍于基频的简谐振动,图 1-2(b)则是这两个简谐振动的叠加,可见叠加后的振动图形复杂化了,并且叠加后的振动图形与叠加前的任一个振动图形都不相同。大量不同频率、不同振幅、不同初相的简谐波叠加,可以得到更为复杂的振动。图 1-3 示出了大量谐振动叠加的结果。如果这些谐波的基频趋于零,则可叠加成一个复杂的脉冲振动。

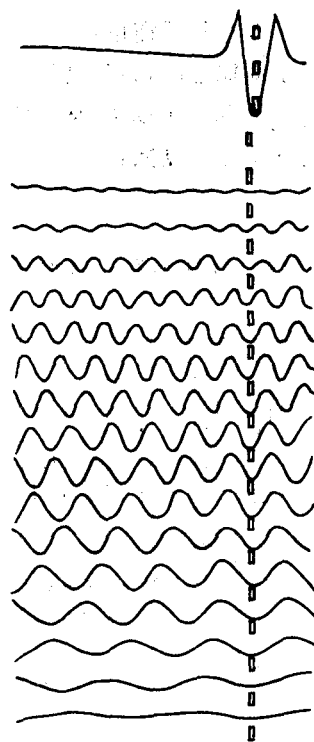


图 1-3 大量的谐振动合成一个复杂的脉冲振动

在笛卡尔坐标中,以频率为横坐标、各频率谐波的振幅为纵坐标,画出的图称为振幅谱。如果以各频率谐波的相位为纵坐标,画出的图则称为相位谱。不同振动(它可以是机械振动、电磁振动、或其它振动)有着不同的振幅谱和相位谱,我们统称它们为频谱。将振动以频谱方式表示,则称为频谱分析。频谱分析在信号分析中是十分重要的工具。图 1-4 示出了某周期振动的振幅谱和相位谱,图 1-5 则示出了一个非周期振动的振幅谱和相位谱。

二、振动的频谱分析

频谱分析最常用的方法是傅里叶法。所谓频谱分析也就是利用傅立叶方法来对振动信号进行分解,并进而对它进行研究和处理的过程。

前面已经说到,简谐振动是最简单的信号。不同振幅和相位的简谐振动可以合成一个复杂的信号。反之,一个复杂的信号也可以分解成许多(或无限)个不同振幅和相位的简谐振动。但不是所有的信号都可以分解成(哪怕是无限个)简谐振动的。那么什么样的信号可以分解,什么样的信号不能分解呢?这在数学上已经确立了确切的条件,那就是所谓的“狄利克莱(Dirichlet)条件”,即在某些区间不取有限值的信号,如图 1-6 所示。

按照由简单到复杂的次序,我们先讨论周期函数(并设自变量是时间 t)的傅立叶展开。

所谓周期函数,就是满足下列条件的函数:

$$u(t) = u(t + nT) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1-1-2)$$

这里 T 是振动 $u(t)$ 的振动周期。周期函数是无始无终的,它的变化情况,可以用一个周期内的

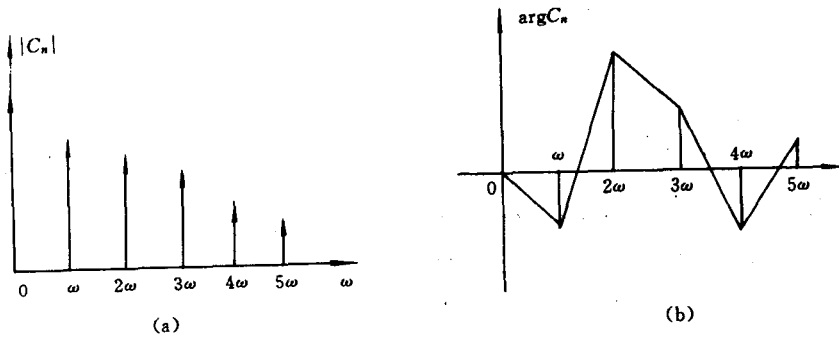


图 1-4 周期振动频谱示意图

a—振幅谱; b—相位谱

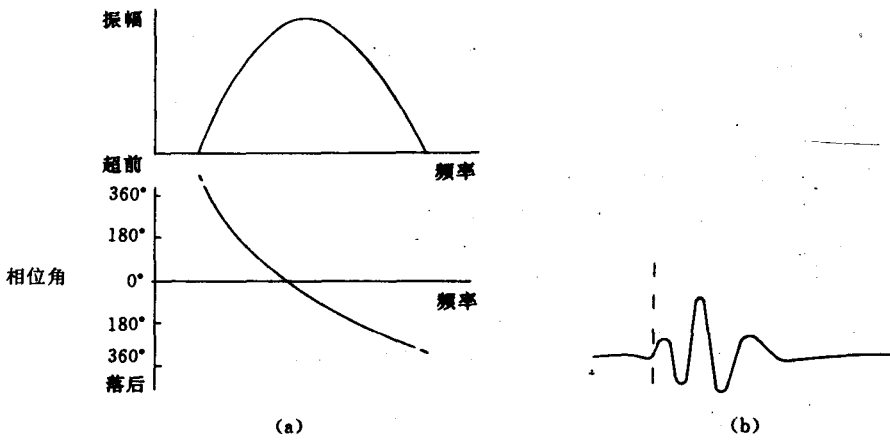


图 1-5 非周期振动频谱示意图

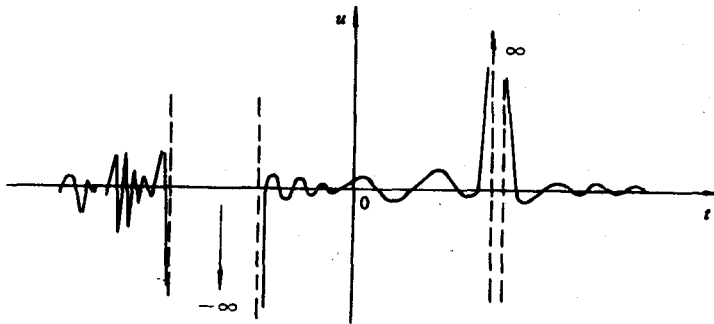


图 1-6 不满足狄利克雷条件的振动曲线

变化情况完全的反映。按照傅立叶分析的理论,满足狄里克雷条件的任意周期函数,可以展成傅立叶级数,也就是展成许多简谐振动函数的和。

我们知道,同一个简谐振动可以用不同的函数来表示。例如,可以写成

$$u_1(t) = A \cos(\omega t + \alpha) \quad (1-1-3)$$

这里 A 、 ω 和 α 分别是振幅、圆频率和初相位。如果按三角学公式将上式展开,又可以写成

$$u_1(t) = A[\cos \omega t \cos \alpha - \sin \omega t \sin \alpha] = a \cos \omega t + b \sin \omega t \quad (1-1-4)$$

式中

$$\begin{aligned} a &= A \cos \alpha \\ b &= -A \sin \alpha \end{aligned} \quad (1-1-5)$$

是两个常量。式(1-1-4)实际上是两个初相位为零的简谐振动的叠加, a 、 b 是它们的振幅。另外,如果引用复数,又可以根据欧拉(Euler)公式得到

$$u_1(t) = C_+ e^{j\omega t} + C_- e^{-j\omega t} = a \cos \omega t + b \sin \omega t \quad (1-1-6)$$

式中

$$\begin{aligned} C_+ &= \frac{1}{2}(a - jb) \\ C_- &= \frac{1}{2}(a + jb) \end{aligned} \quad (1-1-7)$$

在式(1-1-2)中,定义了周期 T ,从 T 容易算出圆频率

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

这叫做 $u(t)$ 的基频。基频的倍数 $n\omega$ 叫做 $u(t)$ 的泛频。对应于式(1-1-3)、(1-1-4)和(1-1-6)三种形式的振动函数, $u(t)$ 的傅立叶级数也有三种表示方法:

$$u(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos(n\omega t + \alpha_n) = \quad (1-1-8)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)] = \quad (1-1-9)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega t} \quad (1-1-10)$$

这三种展开式是完全等效的。在式(1-1-10)中,各个系数 C_n 一般是复数。

每一个展开式中都有许多(一般是无限多)常数:在式(1-1-8)中 A_n 和 α_n ;在式(1-1-9)中是 a_n 和 b_n ;在式(1-1-10)中是复数 C_n 。知道了其中的一种,就可以利用上边已有的公式求出另外两种;而且,数学中已有现成的公式,可以求出其中任意一种——这些公式如下:

$$a_n = \int_{\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u(t) \cos n\omega t dt \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$b_n = \int_{\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} u(t) \sin n\omega t dt \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \quad \alpha_n = \arctg\left(-\frac{b_n}{a_n}\right)$$

$$C_n = |C_n| e^{j\alpha_n}$$

$$|C_n| = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \quad \alpha_n = \arctg\left(-\frac{b_n}{a_n}\right)$$

我们强调指出,这些常数极为重要;有了它们,就等于完全知道了原有函数 $u(t)$ 的频谱。因此,在频谱分析中,常常把它们形象地表示出来,如图 1-4 和图 1-5 所示。图 1-4 是周期函数的频谱,在图中用竖直线段的高度表示了各个 C_n 的绝对值。至于 C_n 的幅角 $\arctg C_n$ 本来也可以利

用一些竖直线段来表示,但是由于幅角可正可负,所以有时也用连接各竖直线的端点的折线来表示。这种的频谱叫做分立谱(或离散谱);它们的各个简谐振动分量的频率是基频 ω 的整倍数,所以两条相邻竖线之间的距离也是 ω ,就是说,没有任何两条竖线是无限近的。图 1-7 是小提琴和钢琴两种乐器发出同一声调(A 调“1”音,视频是 440 Hz)时的振动图和振幅谱图。两个振动的视周期是相同的,但振动曲线的细节有较大差别。它们的振幅都是分立谱,谱线之间的距离是基频 440 Hz 的整倍数。两者都有一个较强的频率等于基频的简谐分量,所以这两个乐器发出的这两个声音音调相同。但是,两者的泛频成分不同,例如小提琴的频谱中有一个较强的第 5 泛频成分,而钢琴频谱中没有,因此它们的音色是不同的。从这个例子可以看出,一个振动的频谱能更细微地反映振动的特点。

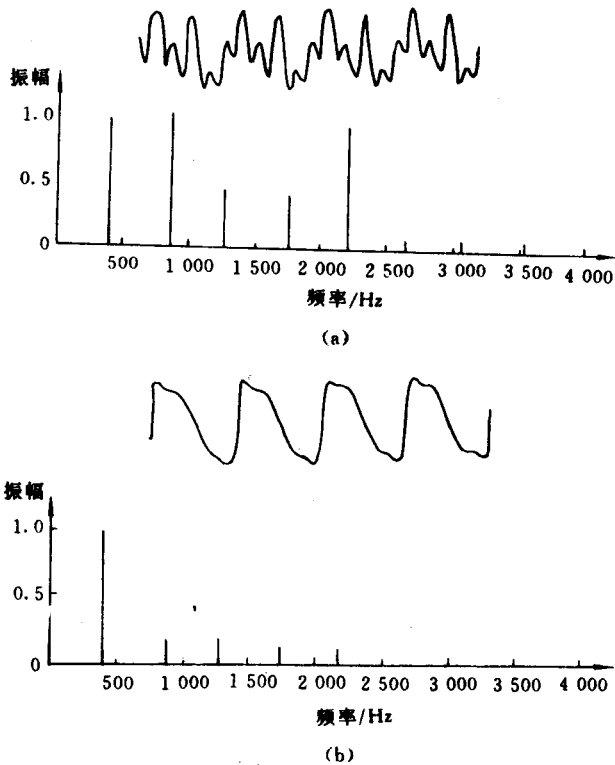


图 1-7 不同乐器发出同一声调声音时的振动图和频谱
a—小提琴;b—钢琴

显然, $u(t)$ 的周期 T 越大, 它的基频 ω 就越小, 从而它的频谱上的那些竖线也就相距越近。非周期函数是什么? 它可以看成函数的周期 T 趋于无限大时的情况 ($T \rightarrow \infty$, 当然也就有基频 $\omega \rightarrow 0$)。那么, 当 T 无限增大而 $\omega \rightarrow 0$ 时, 图 1-4 将变成什么样子? 很明显, 那些竖线将越来越靠得接近, 它们的端点连线将由折线变成一条曲线, 如图 1-5 所示。这样, 利用了极限概念, 我们又一次沟通了两个对立的观念——周期函数和非周期函数, 或者说, 分立谱和连续谱。

如上所述, 非周期函数具有连续的频谱, 它的谐振动分量的频率不是成倍地增加, 而是连续地从 0 变到 ∞ 。也就是说, 如果 $u(t)$ 是一个满足狄利克雷条件的非周期函数, 则它还是可以表示为许多谐振动分量的叠加, 但是, 由于那些谐振动分量的频率是连续分布的, 从而我们得

到的展开式不是一个级数,而是一个积分,通常写成

$$u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} S(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (1-1-11)$$

这里的 ω 是一个连续变量,而不再是一个固定的基频;分母上的 2π 只是为了方便才引入的,如果我们引用另一函数 $F(\omega) = S(\omega)/2\pi$,则在上式中也可以不出现 2π 。这里的 $S(\omega)$ 叫做频谱密度,可以用现成的公式由原有的振动函数 $u(t)$ 求出;其公式是

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1-1-12)$$

这样, $u(t)$ 和 $S(\omega)$ 可以互求;知道了一个,就可以利用现成的公式(1-1-11)或(1-1-12)求出另一个。这样的两个函数叫做互为傅立叶变换。由于有了这样的关系,处理振动问题就可以有两种办法:第一,直接利用振动函数 $u(t)$ 等来进行计算,因为所用的是时间变量 t 的函数,所以这种办法叫做在时间域中考虑问题;第二,先把各个 $u(t)$ 变成 $S(\omega)$,利用这些 $S(\omega)$ 来进行计算,求得结果,如果有必要还可以变回到时间域中来,这种办法叫做在频率域中考虑问题。到底哪一种办法更合适,要看问题的具体情况来确定。

下面进一步说明 $S(\omega)$ 这个函数的意义。

图 1-8 表示某一函数的振幅谱。我们先取一个频率值 ω_1 ,然后再取一个无限接近的值 $\omega_1 + d\omega$ 。由于是连续分布的,介于 ω_1 和 $\omega_1 + d\omega$ 之间的还有无限多的频率值,从而也有无限多个谐振动分量。当 $d\omega$ 足够小时,这些谐振动分量的频率可以认为近似地相等,即全部都等于 ω_1 ,它们的相位也近似地相等,即全部都等于 $\omega_1 t + \arg S(\omega)$ 。这样一些谐振动叠加以后,所得到的合振幅应等于各个分振幅之和(因为各个分振动是相同的)。由式(1-1-11)可见,合振幅等于

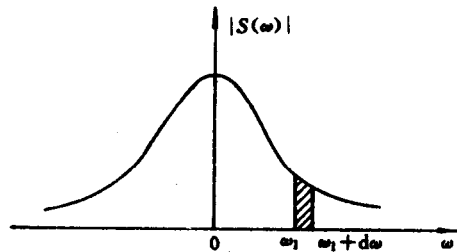


图 1-8 从振幅谱看 $S(\omega)$ 的意义

$$\frac{1}{2\pi} |S(\omega_1)| d\omega = |S(\omega_1)| df$$

式中 $df = d\omega/2\pi$ 是普通频率(而不再是圆频率)的增量。因此, $|S(\omega_1)|$ 就是频率 $f_1 = \omega_1/2\pi$ 处单位频率间隔中那些谐振动分量的合振幅。所以,严格地说把 $S(\omega)$ 这个函数叫做频谱密度。

还需要指出,在数学上一个复杂函数可以展开为傅立叶级数或傅立叶积分,从本质上说是展开为某种正交函数系。但正交函数系并不是只有三角函数系这一种,还有许多别的函数系也具有正交性,如勒让德(legendre)多项式、契贝谢夫(Чебышев)多项式、沃希(Walsh)多项式等。所以一个复杂的函数除了用三角函数系展开外还可以用别的正交函数系来展开。这就是说,从傅立叶分析的观点,一个复杂的振动可以看成是由许多不同频率、不同振幅、不同初相位的简谐振动组成。这种做法只是我们在分析、研究这个复杂振动时根据需要采取的一种办法,而不是说这个复杂振动本质上就是由这许多简谐振动组成的。

三、傅立叶展开的重要性质

傅立叶级数和傅立叶积分具有一些共同的性质,我们统称之为 $u(t)$ 的傅立叶展开式的性质,有时也称为频谱定理。这里不作详细的推导和证明,只对下面各章要用到的几点性质进行讨论,着重说明它们的物理概念。