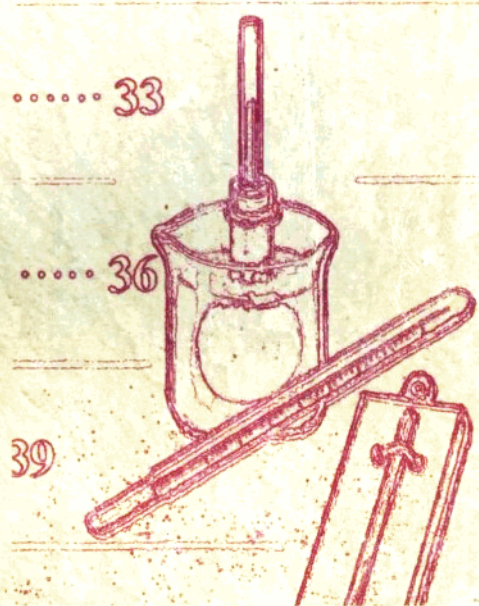


物理化学实验讲义

郭万华 主编



暨南大学出版社

物理化学实验讲义

郭万华主编

暨南大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

物理化学实验讲义/郭万华主编. —广州:
暨南大学出版社, 1997.12
ISBN 7-81029-611-6

I. 物…
II. 郭…
III. 物理化学
IV. O64

暨南大学出版社出版发行
暨南大学出版社照排中心排版
广东省农垦总局印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: 14.375 字数: 33.8 万
1997 年 12 月第 1 版 1997 年 12 月第 1 次印刷
印数: 1-1000 册
定价: 20.00 元

前 言

本书以我院历年所使用的物理化学实验讲义为基础，扩充了实验技术和物理化学实验研究方法，作为物理化学实验单独设课的教材更具有系统性和完整性。编写时参照了国内外各有关教材，并结合我院的实际情况及多年实验教学的切身体会，将全书分为实验技术、研究方法及实验两大部分，两部分内容互相穿插、渗透，这对学生全面掌握实验技术和实验原理有促进作用。

参加本书编写的有韩志义（差热分析和三元系相图两实验）、陈忠祥（电学测量技术一章）。郭万华编写其余部分，并负责全书统稿和主编。胡政平参与了部分插图的绘制和抄稿。全书最后由韩志义审阅。

由于编者水平所限，书中缺点错误在所难免，敬请读者批评指正。

目 录

第一部分 实验技术

第一章 误差分析与实验数据处理	(3)
第一节 直接测量误差	(3)
第二节 间接测量误差	(8)
第三节 实验数据表达方法	(11)
第二章 温度测量与控制	(16)
第一节 温标	(16)
第二节 温度的测量	(18)
第三节 低温的获得	(28)
第四节 高温的获得	(29)
第五节 温度的控制	(32)
第三章 真空技术	(37)
第一节 真空的获得	(37)
第二节 真空的测量	(40)
第三节 真空系统材料、部件及检漏	(44)
第四章 气体压力测量及气氛控制	(45)
第五章 光学测量技术	(53)
第一节 折射及折射率的测量	(53)
第二节 旋光性及旋光度的测定	(56)
第三节 光的色散及分光光度计	(58)
第六章 电学测量技术	(63)
第一节 电学测量原理简述	(63)
第二节 电学测量仪器	(69)

第二部分 研究方法与实践

第一章 物性的测量	(89)
实验一 分子量测量	(98)
实验二 液体密度及粘度的测定	(100)
实验三 偶极矩的测定	(101)
实验四 磁化率的测定	(103)
第二章 量热	(107)
实验五 燃烧热的测量	(113)
实验六 溶解热的测定	(116)
第三章 平衡实验	(119)
实验七 液体饱和蒸气压的测定	(124)
实验八 二组份完全互溶物系的沸点—组成图	(127)
实验九 碳的气化反应	(130)
实验十 金属相图	(134)
实验十一 三元系相图	(136)
实验十二 差热分析	(139)
第四章 电化学实验	(142)
实验十三 原电池电动势的测定	(147)
实验十四 电动势与温度的关系	(150)
实验十五 极化曲线的测定	(152)
实验十六 水溶液中形成金属氢氧化物的 PH	(155)
第五章 化学动力学实验	(157)
实验十七 一级反应——蔗糖水解	(162)
实验十八 二级反应——乙酸乙酯皂化	(164)
实验十九 多相反应——金属氧化速度	(166)
第六章 表面化学与胶体化学实验	(169)
实验二十 表面张力及接触角的测量	(179)
实验二十一 液体的表面吸附	(183)
实验二十二 固体在溶液中的吸附	(184)
实验二十三 固体在气体中的吸附	(185)

实验二十四	溶胶的制备、净化及动电位的测定.....	(190)
实验二十五	沉降分析.....	(192)
附录		(196)

第一部分

实验技术

1911

1912

第一章 误差分析与实验数据处理

在实验测量过程中,由于各种各样的原因,会导致实验结果出现误差。误差的出现是无法避免的,我们不可能做到实验测量绝对没有误差,而只能通过科学地分析,去了解误差产生的原因,从而有效地将误差减至最小,以提高实验水平。

第一节 直接测量误差

一、直接测量误差分类

(一) 系统误差

这种误差表现为在相同条件下反复多次测同一个量,每次测的结果与“真值”相比恒偏大或恒偏小,或者按某一确定规律变化。误差无法相互抵消,但总是可以设法确定其大小,找出一个改正量来校正测量结果。

1. 系统误差产生的原因

(1) 仪器设备结构不合理,读数和刻度不够准确而又未加以校正。

(2) 实验方法的理论根据有缺点,理论推导时采用了近似的假设和近似公式。如用理想气体方程计算被测蒸气分子量时,由于实际气体对理想气体有偏差,如不用外推法,所求的分子量总是比实际分子量大。

(3) 操作者的习惯误差,如滴定时,等当点总是偏高或偏低,仪表读数时总是把头偏向一边等。

(4) 化学试剂不纯,有杂质。

(5) 环境的影响,如温度、大气压及磁场发生恒向变化。

2. 消除系统误差的方法

(1) 正确选择合理的测量仪器,并在实验前进行严格校正(用标准仪器),同时作出校正曲线和找出修正值。

(2) 纯化试剂。

(3) 严格恒定实验条件。

(4) 用不同的方法相互验证实验结果,也可用标准方法加以检验。

系统误差在测量过程中应严肃对待,设法加以基本消除,否则,实验测量将是盲目的。

(二) 过失误差

过失误差是实验者人为的过失，如读数读错、记录记错等。这种误差是不允许有的。

(三) 偶然误差

1. 偶然误差产生的原因及其性质

在实验测量中，即使系统误差已被改正，实验操作准确无误，所测的结果也不可能每次重复，在数据的末一位或末二位上仍会有差别，即存在着误差。这种误差是某些无法察觉、无法确定和无法控制的影响因素所引起的。它时大、时小，时正、时负，方向不一定。例如，酸碱滴定时，每次耗碱的毫升数为：

38.37, 38.34, 38.39, 38.35, 38.36

在末位数上不能重复，是由多方面的偶然的因素造成的（如终点颜色变化的深浅程度、滴定快慢、读数时的光线和位置变化等），这种误差虽可通过提高操作熟练程度来减小，但毕竟有一定限度，无法完全消除。

2. 偶然误差的表示方法

偶然误差有各种表示方法，若第 i 次测量的偶然误差和绝对偏差为 δ_i 和 d_i ，那么有定义式：

绝对误差 $\delta_i = \text{测量值 } X_i - \text{真值 } X_{\text{真}}$

绝对偏差 $d_i = \text{测量值 } X_i - \text{平均值 } \bar{X}$

相对误差 $= \frac{\text{绝对误差 } \delta_i}{\text{真值 } X_{\text{真}}} \times 100\%$

相对偏差 $= \frac{\text{绝对偏差 } d_i}{\text{平均值 } \bar{X}} \times 100\%$

这里所谓“测量值”只能是某次测量的近似值，而“真值”是指系统误差已被改正，尔后进行了多次测量所得到的算术平均值，或者是文献报导的公认值。因此，在没有系统误差的情况下，通过足够多次的测量的 $\bar{X} = X_{\text{真}}$ 。为此，在实际运算中总是用 d_i 代替 δ_i 。

在用绝对误差（偏差）表示时，进行 N 次测量后，这个量的测量误差一般多采用以下形式表示：

$$\text{平均误差 (偏差)} \epsilon = \frac{\sum_{i=1}^n |d_i|}{n}$$

$$\text{标准误差 (偏差)} \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n}} \quad (n \text{ 为无限时})$$

$$\text{或 } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n-1}} \quad (n \text{ 为有限时})$$

或然误差 (偏差) $P = 0.6745\sigma$

或然误差的意义是：在一组测量中，若不计正负号，误差大于 P 的测量值与误差小于 P 的测量值将占测量次数的 50%，即误差落在 $+P$ 和 $-P$ 之间的测量次数各占测量总次数的一半。

在以上 3 种误差表示方法中，平均误差的计算简便，问题是容易把质量不高的测量掩盖住。标准误差对一组测量中的较大误差或较小误差感觉比较灵敏。例如，甲乙两人打

靶，每人2次，甲击中处离靶心为1和3寸，而乙击中处离靶心则为2和2寸，两人的平均误差都是2。但乙的射击精度要比甲的高些，甲的标准误差为：

$$\sigma = \sqrt{\frac{1^2 + 3^2}{2-1}} = \sqrt{10}, \text{ 乙的 } \sigma = \sqrt{\frac{2^2 + 2^2}{2-1}} = \sqrt{8}$$

这就说明，用平均误差表示时，有时精度好坏分不出，而用标准误差表示时，精度好坏就明显地看出来， $\sqrt{8} < \sqrt{10}$ ，说明乙的精度好。因此，标准误差是表示测量精度较好的方法，采用较为普遍。

3. 偶然误差的统计规律

如果对某一个物理量进行多次重复测量，并以横坐标表示测量的偶然误差 δ ，纵坐标表示各偶然误差出现的次数 N ，则可得到如图 1-1-1 正态分布曲线。图中每一条曲线表示用同一方法在相同条件上对同一个量进行多次测量的结果。如所用方法或条件不同，就会得到不同形状的分布曲线，各条分布曲线所给出的标准误差 σ 也各不相同。偶然误差的正态分布解析式为：

$$N = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}}$$

偶然误差完全受正态分布的概率规律所支配，这种规律也称为误差定律。误差定律具有如下特点：

(1) 在一定条件下，偶然误差的绝对值不会超过一定的界限。

(2) 绝对值相同的正负误差出现的机会相同。

(3) 绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的机会多。

(4) δ 的平均值随测量次数 n 的无限增加而趋于零，即：

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{\delta} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i = 0$$

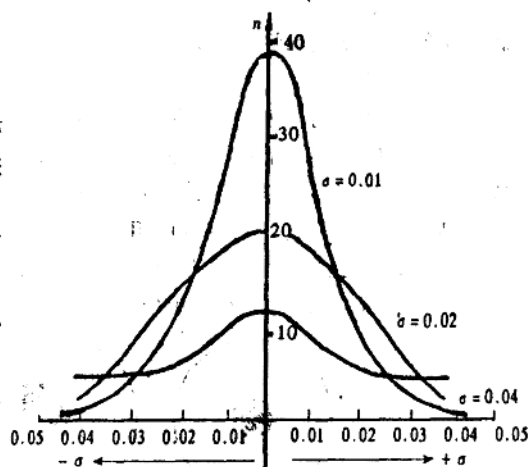


图 1-1-1 偶然误差的正态分布

二、直接测量所涉及的几个概念

1. 测量值的可靠程度

在系统误差已被消除（改正），而只有偶然误差的情况下可将等精度的多次重复测量的算术平均值 $\bar{X}$ 作为测量结果的可靠值， $\bar{X}$ 并不等于 $X_{真}$ ，但比 X_i 更逼近于 $X_{真}$ ， $\bar{X}$ 值只有当重复次数趋于无穷大时才等于 $X_{真}$ ，即：

$$X_{真} = \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{X}$$

现在要知道有限次测量的可靠值 $\bar{X}$ 的可靠程度，即 $\bar{X}$ 与 $X_{真}$ 究竟可能相差多少？按误差定律，认为 $X_{真}$ 在绝大多数情况下（几率为 99.97%）是落在 $\bar{X} \pm 3\sigma$ 的范围内，也就是说，我们可以标准误差的 3 倍作为有限次测量结果（可靠值 $\bar{X}$ ）的可靠程度。

实际运算中，用 σ 计算麻烦，且物化实验重复次数有限，各次测量条件也很难完全

相同。因此，它的可靠程度要比误差理论得出的结果还差。所以，常采用下列简化式：

当 $n \geq 15$ 则 $\bar{X} \pm \epsilon$

当 $n \geq 5$ 则 $\bar{X} \pm 1.73\epsilon$

这就是说，如重复 15 次以上测量， $X_{真}$ 应落在 $\bar{X} \pm \epsilon$ 范围内；如重复 5 次以上，则 $X_{真}$ 应落在 $\bar{X} \pm 1.73\epsilon$ 范围内。这就是测量结果的可靠程度。

2. 测量的精密度与准确度

(1) 精密度

精密度是指测量值重复性的 大小，可用偶然误差表示，即用平均误差、标准误差、或然误差表示，有时也可用相对精密度表示，即：

$$\epsilon_{相对} = \frac{\epsilon}{\bar{X}} \times 100\%$$

$$\sigma_{相对} = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100\%$$

偶然误差小数据重现性就好，测量的精密度就高。

(2) 准确度

准确度是指测量值 X_i 与真值 $X_{真}$ (或 $X_{标}$ 可靠值 $\bar{X}$) 符合的程度。当系统误差和偶然误差都小时，测量的准确度就高。这就是说，在一组测量中，尽管精密度很高，但准确度不一定很高 (可能有系统误差)，只有当系统误差消除后，精密度与准确度才是一致的。

精密度与准确度的关系也可用打靶的例子说明。如图 1-1-2 表示 3 个射手的成绩，从图中可知，a 的精密度和准确度都高；b 的精密度高，但准确度不高 (可能枪没校好，准心歪了)；c 的精密度和准确度都不行。

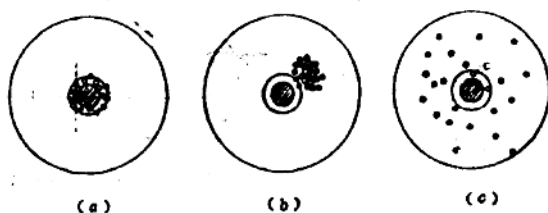


图 1-1-2 准确度与精密度的示意图

通常可用准确度来形容某一测量量的系统误差的大小。

(3) 实际测量中精密度估计

在物化实验中，很多测量一般只测一个 X_i 值，无需进行 ϵ 和 σ 的计算。如果这些量都是经仪器测定而得到，而且这些仪器是合格的 (经过检验)，并按标准操作方法使用，在这种情况下，所测量的量的精密度即误差的估计有以下原则 (当用平均误差表示时)：

①玻璃容量仪器 (一等品) 的精密度约为 0.2% (即 $\frac{\epsilon}{\bar{X}} \times 100\% = 0.2\%$)，其二等品误差要约大一倍。

台 称	②分析天平	1 等	$\epsilon = \pm 0.0001 \text{ g}$
		2 等	$\epsilon = \pm 0.0004 \text{ g}$
		称量 1kg	$\epsilon = \pm 0.1 \text{ g}$
		称量 100g	$\epsilon = \pm 0.01 \text{ g}$

工业天平 $\epsilon = \pm 0.001g$

③温度计：一般取最小分度的 $1/5$ 或 $1/10$ 作为其精密度，例如，最小刻度为 1 度的温度计，其精密度（误差）为 $\pm 0.2^\circ C$ 。

④电表：新的电表，按表头标记，如有⑩记号的为 1 级表，其准确度为其最大量程度的 1% ，其精密度为最小分度值的 $1/5$ 或 $1/10$ ，旧表应标定。

⑤其他刻度、读数测量仪器：其精度 ϵ 一般也是取其最小分度值的 $1/5$ 或 $1/10$ 。

3. 可疑值的舍弃

当对同一量进行多次重复测量时，会发现有一些值偏差特别大，这时可以考虑舍弃。从前面的偶然误差正态分布的概率理论可知，误差大于 3σ 的概率只有 0.3% ，通常把 3σ 称为极限误差，即 $\delta_{\text{极限}} = 3\sigma$ 。如果个别值的误差大于 3σ ，可认为属于过失误差而加以舍弃，这种做法有 99% 以上的把握认为是合理的。当然，这种处理只能是对原始数据而言。

当测量次数少，概率论不适用时，可用古德温 (H.M. Goodwin) 规则，即：舍去可疑值后，计算其余测量值的平均值和平均误差 ϵ ，并算出可疑值与平均值的偏差 d ，如果 $d \geq 4\epsilon$ ，则可认为此可疑值可舍弃，且此可疑值在这种情况下可认为出现的机率只有 1% 。此外，还有所谓乔文涅 (Chauvenet) 近似法等。

4. 有效数字

测量结果的误差与记录及有效数字位数有关。例如：

数学上 $1.74 = 1.740\ 00\cdots$

物理上 (1.74 ± 0.01) 米 $\neq$ $(1.740\ 0 \pm 0.000\ 1)$ 米

物理量的每一位都是有意义的，它不仅反映值的大小及数据的可靠程度，还反映了仪器的精度和实验方法。如 (1.74 ± 0.01) 米可用普通米尺，而 $(1.740\ 0 \pm 0.000\ 1)$ 米则只有用更精密的仪器测定。因而，数据记录和测量结果的数值计算的精密度应与测量的误差相对应，计算时，任意夸大和减小测量的精度都是不可取的。下面就有效数字的计算规则简要叙述。

(1) 误差只有 1 位有效数字，至多不超过 2 位，有效数字的最后一位应与误差的最后一位划齐。

(2) 当记录一个量的数据时，除写出其有效数字外，还应标明测量误差，如未标明，可假定其误差为最后一位数字的正负 1 个单位或 0.5 个单位。

在确定有效数字时，须注意“ 0 ”这个符号。紧接小数点后的 0 仅用来表示小数点的位置，不算有效数字，例如 $0.002\ 5$ 中小数点后两个“ 0 ”不算有效数字，而 0.250 中小数点后的 0 是有效数字。至于 250 中的 0 就很难说是不是有效数字，但如写成 2.50×10^2 这样就很清楚了。

(3) 舍去多余的数字时采用四舍五入。

(4) 当数值的首位大于 8 ，就可多算 1 位有效数字，如 9.80×10^2 可算 4 位有效数字。

(5) 进行加减运算时，保留小数点的位数应与最少者相同，例如：

$$\begin{array}{r} 0.255 \\ 21.2 \\ +) 1.23 \\ \hline 22.7 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 21.21 \\ -) 0.2234 \\ \hline 20.99 \end{array}$$

(6) 乘除运算时, 所得的积商的有效数字应与各值中有效数字最少者为标准。

如 $2.3 \times 0.524 = 1.2$

$5.3 \div 2.801 = 1.9$

(7) 在整理实验最后结果时, 应将结果的误差化整。

例如, 测得:

$X_1 = 456.55 \pm 0.123$

$X_2 = 785\,643 \pm 564$

$X_3 = 1\,454.045 \pm 0.034\,5$

化整后

$X_1 = 456.55 \pm 0.12$

$X_2 = (7.856 \pm 0.006) \times 10^5$

$X_3 = 1\,454.045 \pm 0.035$

(8) 计算式中的常数 π 、 e 、 $\sqrt{2}$ 、 $\frac{1}{2}$ 和取自手册的常数, 所取的有效数字应与计算式中的有效数字最低者相同。

(9) 对数所取的位数 (首数除外) 应与真数有效数字相同。

(10) 计算平均值时, 有 4 个以上的数, 则平均值的有效数字可多取一位。

第二节 间接测量误差

在此之前讲的都是直接测量误差的一些概念和规律。但在实验研究中, 所需要的结果往往不是用仪器直接测量得到, 而是要将几个通过直接测量的物理量的值代入某种函数关系式, 然后加以运算, 才能得到最后结果, 这就是所谓的间接测量。如前所述, 由于直接测量总有一定的误差, 这就必然会传到间接测量中, 导致间接测量产生一定的误差, 这种传递规律可由误差理论来揭示。

一、平均误差与相对平均误差的传递

设某个量 Y 是由直接测定量 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 等量而求得, 也就是 Y 是 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 的函数, 即

$$y = f(a_1, a_2, \dots, a_n) \quad (1)$$

并已知 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 的平均误差分别为 $\Delta a_1, \Delta a_2, \dots, \Delta a_n$, 那么 y 的平均误差应是多少呢?

根据高等数学知识 (微分在误差分析中的应用), 可将 (1) 式全微分:

$$dy = \left(\frac{\partial y}{\partial a_1}\right) da_1 + \left(\frac{\partial y}{\partial a_2}\right) da_2 + \dots + \left(\frac{\partial y}{\partial a_n}\right) da_n \quad (2)$$

当 $\Delta a_1, \Delta a_2, \dots, \Delta a_n$ 足够小时可代替微分 $da_1, da_2, \dots, da_n$, 并考虑到最不利的情况是直接测量的正负误差不能对消从而引起误差积累, 因此取它们的绝对值, 故 (2)

式变成:

$$\Delta y = \left| \frac{\partial y}{\partial a_1} \right| |\Delta a_1| + \left| \frac{\partial y}{\partial a_2} \right| |\Delta a_2| + \cdots + \left| \frac{\partial y}{\partial a_n} \right| |\Delta a_n| \quad (3)$$

将(1)式两边求对数再微分可行:

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{1}{f(a_1, a_2, \cdots, a_n)} \left[\left| \frac{\partial y}{\partial a_1} \right| |\Delta a_1| + \left| \frac{\partial y}{\partial a_2} \right| |\Delta a_2| + \cdots + \left| \frac{\partial y}{\partial a_n} \right| |\Delta a_n| \right] \quad (4)$$

式(3)、(4)即为最终计算结果(间接测量 y)的平均误差和相对平均误差的普遍化公式。

从以上可知,利用全微分来求间接测量结果的平均误差和相对平均误差是非常便利的。

下面以实例来说明具体求法:

例如,以苯为溶剂,用凝固点降低法测定萘的分子量,其函数式为:

$$M = \frac{1000 K_f W_B}{W_A \Delta T_f} = \frac{1000 K_f W_B}{W_A (T_0 - T)}$$

式中: W_A 、 W_B 、 T_0 、 T 分别为直接测量值,其中 W_B 为溶质重量,用分析天平称得其重量为0.1472克, $\Delta W_B = \pm 0.0002$ 克; W_A 为溶剂重量,用工业天平称得重为20克, $\Delta W_A = \pm 0.05$ 克。

测量凝固点降低值,若用贝克曼温度计测量,其精密度为0.002℃,测出溶剂的凝固点 T_0 。3次分别为5.801℃,5.790℃,5.802℃。

$$\bar{T}_0 = \frac{5.801^0 + 5.790^0 + 5.802^0}{3} = 5.797^0$$

各次测量的偏差(误差):

$$\Delta T_{01} = 5.801^0 - 5.797^0 = \pm 0.004^0$$

$$\Delta T_{02} = 5.790^0 - 5.797^0 = \pm 0.007^0$$

$$\Delta T_{03} = 5.802^0 - 5.797^0 = \pm 0.005^0$$

平均绝对误差:

$$\Delta \bar{T}_0 = \pm \frac{0.004^0 + 0.007^0 + 0.005^0}{3} = \pm 0.005^0$$

溶液凝固点 T 测量3次,分别为5.500°,5.504°,5.495°

$$\bar{T} = \frac{5.500^0 + 5.504^0 + 5.495^0}{3} = 5.500^0$$

同理求得:

$$\Delta \bar{T} = \pm 0.003^0$$

凝固点降低数值:

$$\begin{aligned} \Delta T_f &= T_0 - T = (5.797^0 \pm 0.005^0) - (5.500^0 \pm 0.003^0) \\ &= 0.297^0 \pm 0.008^0 \end{aligned}$$

由上述数据可算出各直接测量的相对误差为:

$$\frac{\Delta (\Delta T_f)}{\Delta T_f} = \frac{\pm 0.008}{0.297} = \pm 0.027$$

$$\frac{\Delta W_B}{W_B} = \frac{\pm 0.0002}{0.15} = \pm 0.0013$$

$$\frac{\Delta W_A}{W_A} = \frac{\pm 0.05}{20} = \pm 0.0025$$

则所求得分子量 M 的相对误差为 (先将函数式取对数, 然后微分再取绝对值):

$$\begin{aligned}\frac{\Delta M}{M} &= \frac{\Delta W_B}{W_B} + \frac{\Delta W_A}{W_A} + \frac{\Delta (\Delta T_f)}{\Delta T_f} \\ &= \pm (0.027 + 0.0013 + 0.0025) \\ &= \pm 0.031\end{aligned}$$

其中

$$M = \frac{1000 \times 5.12 \times 0.1472}{20 \times 0.297} = 127$$

$$\Delta M = 127 \times (\pm 0.031) = \pm 3.9$$

最终结果

$$M = 127 \pm 4$$

从上述分析可知, 用这种方法测定苯分子量的最大相对误差为 3.1%, 最大误差来源是温度的测量。也就是说要想提高分子量 M 的测量精度, 就得提高测温精度和增加温差 ΔT_f 。例如, 增加溶质, ΔT_f 增大, 相对误差减小, 但浓度过大, 则不符合稀溶液这个条件 (因公式的使用条件是稀溶液)。

另外, 从上面还可看出, 由于溶剂量大, 使用工业天平称重其相对误差仍然不大, 对溶质则因用量少, 应用分析天平称重。

可见实验之前, 进行误差分析, 就可找出各个测定量的误差及其影响, 以帮助我们正确选择实验方法及仪器精度的搭配, 具有很大帮助。

二、标准误差的传递

设直接测量的数据为 $a_1, a_2, \dots$, 其函数关系为:

$$y = f(a_1, a_2, \dots)$$

则函数 y 的标准误差为 (推导从略):

$$\sigma_y = \left[\left(\frac{\partial y}{\partial a_1} \right)^2 \sigma_{a_1}^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial a_2} \right)^2 \sigma_{a_2}^2 \dots \right]^{\frac{1}{2}}$$

例如: 在气体温度测量实验中, 由理想气体方程 $T = \frac{PV}{nR}$, 测定温度 T , 由直接测量得到 P 、 V 、 n 的数据及其精密度如下:

$$P = 50.0 \pm 0.1 \text{ mmHg}$$

$$V = 1000.0 \pm 0.1 \text{ cm}^3$$

$$n = 0.0100 \pm 0.0001 \text{ mol}$$

$$R = 62.4 \times 10^3 \text{ cm}^3 \cdot \text{mmHg} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \text{ (常数)}$$

求 T 的标准误差及最终结果。

解: 由于 P 、 V 、 n 只测了 1 次, 其各自的精密度就等于其标准误差, 即 $\Delta P = \sigma_P$, $\Delta V = \sigma_V$, $\Delta n = \sigma_n$ 。