

高等学校教材



◎ 赵军 张有忱 段成红 编

# 化工设备机械基础



化学工业出版社

高等学校教材

# 化工设备机械基础

赵 军 张有忱 段成红 编

化学工业出版社

·北 京·

(京) 新登字 039 号

图书在版编目 (CIP) 数据

化工设备机械基础/赵军,张有忱,段成红编. —北京:  
化学工业出版社, 2000.2  
高等学校教材  
ISBN 7-5025-2649-8

I. 化… I. ①赵…②张…③段… III. ①化工设备  
②化工机械 IV. TQ05

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 55662 号

---

高等学校教材

化工设备机械基础

赵 军 张有忱 段成红 编

责任编辑:程树珍

责任校对:马燕珠

封面设计:田彦文

\*

化学工业出版社出版发行

(北京市朝阳区惠新里3号 邮政编码100029)

发行电话:(010) 64982530

<http://www.cip.com.cn>

\*

新华书店北京发行所经销

北京市燕山印刷厂印刷

北京市燕山印刷厂装订

开本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印张 17 $\frac{3}{4}$  字数 415 千字

2000 年 2 月第 1 版 2003 年 5 月北京第 4 次印刷

ISBN 7-5025-2649-8/G·680

定 价: 24.00 元

---

版权所有 违者必究

该书如有缺页、倒页、脱页者,本社发行部负责退换

# 前 言

本书是为高等工科院校化工工艺类专业“化工设备机械基础”课程编写的教材。根据教育部面向 21 世纪高等院校教学改革的精神，为体现新教材特点，妥善处理学时少、内容多的矛盾，本教材按如下原则编写：

1. 本课程的宗旨是在化学工程师和机械工程师的相关理论之间建立桥梁和纽带，因而书中强调了机械基础的基本理论和实际应用，而对较复杂的强度计算和设计计算没有做更多的赘述；

2. 力求体现最新的科研成果，在编写时我们尽可能地采用了当前最新的科研成果以及根据这些成果颁布的最新标准；

3. 兼顾各专业需求，增强学时弹性，本书的适用学时为 50~70 学时。

在编写过程中参考了国内多种同类教材，考虑到大多数院校工艺类专业学生在学习本课程之前，已经先行学习过有关金属材料及金属工艺学的内容，因此本书不再单独介绍有关金属材料方面的知识。另外，对其他必需的内容进行了整合，并按照本课程的特点重新编排。

本书第一篇及第二篇的第七、八、十一等三章由赵军编写；第三篇由张有忱编写；第二篇的第九、十、十二章由段成红编写；北京化工大学徐鸿教授主审。北京化工大学崔文勇教授、陈广异教授审读了部分章节，并提出了许多建设性的意见，李凤金老师绘制了部分插图。在此一并表示诚挚的谢意。

作为本课程的配套教材，我们还编写了《化工设备机械基础课程设计指导书》亦将于近日出版。

本书由北京化工大学“化新教材建设基金”赞助出版。

编者

1999 年 8 月

# 目 录

## 第一篇 工程力学基础

概述	1
第一章 物体的受力分析和静力平衡方程	2
第一节 静力学基本概念	2
第二节 约束和约束反力	3
第三节 分离体和受力图	5
第四节 力的投影 合力投影定理	6
第五节 力矩 力偶	7
第六节 力的平移	8
第七节 平面力系的简化 合力矩定理	8
第八节 平面力系的平衡方程	11
第九节 空间力系	15
习 题	16
第二章 拉伸、压缩与剪切	20
第一节 轴向拉伸与压缩的概念和实例	20
第二节 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力	21
第三节 轴向拉伸或压缩时横截面上的应力	22
第四节 轴向拉伸与压缩时的变形	23
第五节 材料在拉伸和压缩时的力学性能	25
第六节 拉伸和压缩的强度计算	29
第七节 应力集中的概念	31
第八节 剪切与挤压的实用计算	32
习 题	36
第三章 扭转	38
第一节 扭转的概念和实例	38
第二节 扭转时外力和内力的计算	38
第三节 纯剪切	40
第四节 圆轴扭转时的应力	41
第五节 圆轴扭转时的强度条件	43
第六节 圆轴扭转时的变形和刚度条件	45
习 题	46
第四章 弯曲	48
第一节 弯曲的概念和实例	48
第二节 剪力和弯矩	49

第三节	剪力图 and 弯矩图 .....	50
第四节	纯弯曲时梁横截面上的正应力 .....	54
第五节	惯性矩的计算 .....	57
第六节	弯曲正应力的强度条件 .....	60
第七节	梁弯曲时的剪应力 .....	63
第八节	弯曲变形 .....	65
第九节	提高梁弯曲强度和刚度的措施 .....	70
	习题 .....	72
<b>第五章</b>	<b>应力状态分析 强度理论 组合变形</b> .....	<b>75</b>
第一节	应力状态的概念 .....	75
第二节	平面应力状态分析 .....	76
第三节	三向应力状态简介 广义虎克定律 .....	79
第四节	强度理论简介 .....	80
第五节	组合变形的强度计算 .....	83
	习题 .....	88
<b>第六章</b>	<b>疲劳</b> .....	<b>91</b>
第一节	交变应力的概念 .....	91
第二节	疲劳的概念 .....	92
第三节	持久极限 .....	93
第四节	提高构件疲劳强度的措施 .....	94
<b>第二篇 化工设备设计基础</b>		
<b>第七章</b>	<b>概述</b> .....	<b>96</b>
第一节	容器的结构与分类 .....	96
第二节	容器机械设计的基本要求 .....	98
第三节	容器的标准化设计 .....	99
第四节	化工容器常用金属材料的基本性能 .....	100
	习题 .....	104
<b>第八章</b>	<b>内压薄壁容器设计基础</b> .....	<b>105</b>
第一节	回转壳体的几何特征 .....	105
第二节	回转壳体薄膜应力分析 .....	106
第三节	典型回转壳体的应力分析 .....	109
第四节	内压圆筒边缘应力的概念 .....	115
	习题 .....	118
<b>第九章</b>	<b>内压薄壁圆筒和球壳设计</b> .....	<b>119</b>
第一节	概述 .....	119
第二节	内压薄壁圆筒和球壳强度计算 .....	119
第三节	容器的压力试验 .....	128
	习题 .....	131
<b>第十章</b>	<b>内压容器封头的设计</b> .....	<b>132</b>

第一节	凸形封头	132
第二节	锥形封头	135
第三节	平板封头	137
第四节	封头的结构特性及选择	140
	习 题	142
<b>第十一章</b>	<b>外压容器设计基础</b>	144
第一节	概述	144
第二节	临界压力	144
第三节	外压容器设计方法及要求	148
第四节	外压球壳与凸形封头的设计	156
第五节	加强圈的作用与结构	158
	习 题	159
<b>第十二章</b>	<b>容器零部件</b>	161
第一节	法兰连接	161
第二节	容器支座	172
第三节	容器的开孔补强	179
第四节	容器附件	181
	习 题	186

### 第三篇 机械传动

<b>第十三章</b>	<b>带传动</b>	187
第一节	带传动的类型、结构和特点	187
第二节	带传动的工作特性分析	191
第三节	普通 V 带传动的设计计算	194
	习 题	199
<b>第十四章</b>	<b>齿轮传动</b>	200
第一节	齿轮传动的特点和分类	200
第二节	齿廓啮合基本定律	201
第三节	渐开线及渐开线齿廓	201
第四节	齿轮各部分名称及标准直齿圆柱齿轮的基本尺寸	203
第五节	渐开线齿轮的正确啮合条件和连续传动条件	205
第六节	轮齿的根切现象及最少齿数	206
第七节	轮齿的失效和齿轮材料	209
第八节	直齿圆柱齿轮的强度计算	211
第九节	斜齿圆柱齿轮传动	221
	习 题	224
<b>第十五章</b>	<b>蜗杆传动</b>	226
第一节	蜗杆传动的组成、特点及类型	226
第二节	蜗杆传动的主要参数和几何尺寸计算	226
第三节	蜗杆传动的主要失效形式、常用材料和结构	229

第四节	蜗杆传动的强度计算简介·····	230
习 题	·····	231
第十六章	轮系和减速器·····	232
第一节	轮系·····	232
第二节	减速器·····	235
习 题	·····	237
第十七章	轴、键和联轴器·····	238
第一节	概述·····	238
第二节	轴的材料·····	238
第三节	轴的结构设计·····	239
第四节	轴的强度计算·····	241
第五节	平键联接·····	245
第六节	联轴器·····	246
习 题	·····	250
第十八章	轴承·····	252
第一节	概述·····	252
第二节	非液体摩擦滑动轴承·····	254
第三节	滚动轴承·····	259
习 题	·····	272
参考文献	·····	273



# 第一篇 工程力学基础

## 概 述

工程力学是一门研究物体机械运动以及构件强度、刚度和稳定性的科学。本篇包含工程力学两个基础部分的内容：静力学和材料力学。

力是物体间相互的机械作用。作用在物体上的力会引起两种效应：一是引起物体机械运动状态的改变，称为外效应；二是引起物体的变形，称为内效应。

静力学主要研究力的外效应中的平衡规律。本篇第一章为静力学的基本内容。

工程结构物、机器和设备都是由构件组成的，若要这些构件在外力的作用下能够安全可靠地进行工作，则需要满足以下力学条件。

(1) 强度条件 强度是指构件抵抗破坏的能力。构件在外力的作用下发生断裂或显著不可恢复的变形均属于强度失效。构件应具有足够的强度。

(2) 刚度条件 刚度是指构件抵抗变形的能力。一些构件对变形有一定的要求，在这些构件上若存在较大变形会造成刚度失效。因此，构件要有必要的刚度。

(3) 稳定性条件 稳定性是指构件保持原有平衡状态的能力。如细长直杆、薄壁外压力容器等构件，在所受压缩外力过大时会突然压弯而失去原有的直的平衡状态。因此，构件要具有足够的稳定性。

工程结构物、机器和设备中构件的几何形状是多种多样的。但就其几何特征来看，可将其归纳为杆、板、块三种。其中杆的力学分析较为简单，同时也是分析其他类型构件的基础。

材料力学研究杆的强度、刚度和稳定性问题。在本篇中，仅讨论等截面直杆在基本变形和组合变形下的强度、刚度计算，而将稳定性问题放到第二篇第十一章“外压力容器设计”中进行研究。

在材料力学中，实验方法占有重要的地位。通过实验，可以了解各种材料的力学性能，验证各种计算理论和方法，解决一些理论上尚未解决的问题。

# 第一章 物体的受力和静力平衡方程

静力学主要研究以下两个内容。

(1) 力系的简化 同时作用在刚体上的一群力称为力系。若作用在刚体上的力系可用另一力系代替而不改变其对刚体的作用效果，则称这两个力系为等效力系。力系的简化是用一个简单的等效力系代替作用在刚体上一个较复杂的力系，以便对刚体的受力情况进行进一步地分析。

(2) 刚体的平衡条件 刚体的平衡条件是指刚体处于平衡状态时作用于刚体上的力系应满足的条件。根据平衡条件，可以求出作用在平衡刚体上的某些未知力。

## 第一节 静力学基本概念

### 一、力的概念及作用形式

力是物体间相互的机械作用。力的大小、方向、作用点是力的三要素。在国际单位制中，力的单位为牛顿(N)或千牛顿(kN)。力是既有大小又有方向的量，也就是说力是矢量，力可以用表示矢量的方法来表示。沿力的方位画出的直线 $mn$ (图1-1)，称为力的作用线。线段 $AB$ 的长度代表力的大小，线段始端 $A$ 或末端 $B$ 表示力的作用点，矢量 $\overrightarrow{AB}$ 表示力的大小和方向，称为力矢。力矢常用黑体字母如 $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{N}$ 表示，而白体字母 $F$ 、 $N$ 则表示力矢的大小。

作用在物体上的力按作用方式，可分为体积力和表面力两类。分布在物体内部各点的力是体积力，如重力、电磁力等。作用在物体表面上的力为表面力，如接触力、建筑物受到的风力、水坝受到的水压力等。

当力的作用面面积很小时，可以近似认为力是作用在一点上，这种力称为集中力。如图1-2(a)。当力的作用范围比较大时称为分布力。如均质直杆的自重可简化为沿轴线作用的线分布力，其大小用分布力集度 $q(x)$ (单位长度力的大小)表示，如图1-2(b)，单位为千牛/米(kN/m)，当 $q(x)$ 为常数时称为均布力或均布载荷，如图1-2(c)。

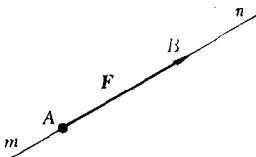


图 1-1 力的表示

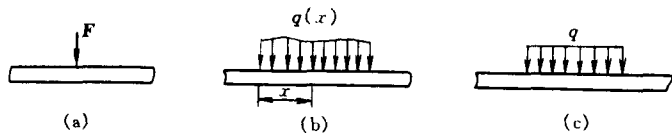


图 1-2 力的作用

### 二、刚体的概念

在物体受力后变形相对很小的条件下研究物体受力的外效应时，为了使问题简化，可以忽略物体的变形，将原物体用一理想化的模型——刚体来代替。所谓刚体就是在力作用下不发生变形的物体。刚体是一抽象化的概念，通过这一概念可以更容易地揭示物体受力运动的客观规律。应该指出，采用刚体模型时要注意研究问题的条件和范围。如果在研究的问题中，物体的变形成为主要因素时，就不能将物体看作刚体，而必须视为变形体。静力学中研究的是力系的简化和平衡条件，不研究物体的变形问题，因此，讨论的对象均可视为刚体。

### 三、平衡的概念

如物体相对于地球静止或作匀速直线运动，则称该物体处于平衡状态，并将作用于该物体上的力系称为平衡力系。显然，平衡是物体机械运动的特殊情形。

**二力平衡原理** 若刚体只受两个力的作用而处于平衡状态，其必要且充分条件是：这两个力一定大小相等，方向相反，并作用在同一直线上（等值、反向、共线）。如图 1-3，杆  $AB$  受到两个力  $F_A$  和  $F_B$  处于平衡状态时，则一定有  $F_A = -F_B$ 。 $F_A$ 、 $F_B$  称为作用在同一物体上的一对平衡力。

只受两个力作用而处于平衡的构件称为二力构件。根据二力平衡原理可以断定，这两个力的方位必定沿两个作用点的连线（如图 1-4）。

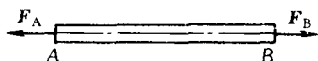


图 1-3 二力平衡

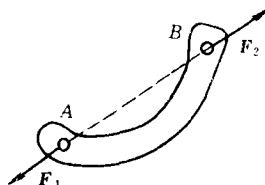


图 1-4 二力构件

**加减平衡力系原理** 在刚体上加上或减去一个平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效果。根据这一原理可以推出，作用在刚体上的力可以沿其作用线移至刚体内任一点而不改变该力对刚体的作用效果，此推理即所谓力的可传性原理。由此，对刚体而言，力的作用点已不是决定力作用效果的要素，而可以用力的作用线代替。必须注意，加减平衡力系原理和力的可传性原理都只适用于刚体。

### 四、作用和反作用定律

力是物体间的相互机械作用。设有两个相互作用的物体  $A$  和  $B$ ，物体  $A$  对物体  $B$  有一作用力时，物体  $B$  对物体  $A$  必有一反作用力。作用力和反作用力必定同时出现，且大小相等、方向相反、作用于同一条直线上。这就是作用和反作用定律。应当注意，作用力与反作用力不是作用在同一物体上，不能与二力平衡原理中的一对平衡力相混淆。

作用和反作用定律是一个普遍性的定律，对刚体和非刚体系统均适用。在研究由几个物体构成的系统的受力时，常常要用到这一定律。

## 第二节 约束和约束反力

凡能主动引起物体运动状态改变或使物体有运动状态改变趋势的力，称为主动力。例如物体所受的重力、风力等。工程中常把主动力称为载荷。

能在空间不受限制任意运动的物体称为自由体。如果物体受到某些条件的限制，在某些方向不能运动，则这种物体称为非自由体。限制非自由体运动的装置或设施称为约束。例如钢轨是火车的约束，支座是桥梁的约束，起重钢索是起重物的约束等。

由于约束阻碍了物体在某些方向的运动，受主动力作用的物体在其运动受阻方向就要对约束产生作用力。根据作用力反作用力定律，约束同时会对被约束物体产生反作用力，称为约束反力，简称反力。约束反力的大小取决于主动力的作用情况，约束反力的方向则与它所阻碍的物体运动方向相反，而约束反力的作用点为物体与约束的接触点。常见的典型平面约束有以下几种。

1. 柔索约束 绳子、链条、皮带、钢丝等柔性物体，只能阻止物体沿柔索伸长方向的运

动，而不能阻止其他任何方向的运动。所以柔索约束反力为沿着其中心线而背离物体的拉力。图 1-5 表示吊索对重物的反力  $T$ 。

2. 理想光滑面约束 这种约束只能阻止物体沿接触点的公法线而趋向支承面的运动，而不限制物体离开支承面以及沿其切线的运动。所以约束反力应通过接触点并沿该点的公法线方向指向所研究物体，如图 1-6 中的  $N$ 、 $N_A$ 、 $N_B$  等。

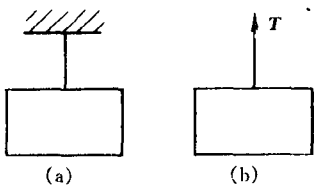


图 1-5 柔索约束

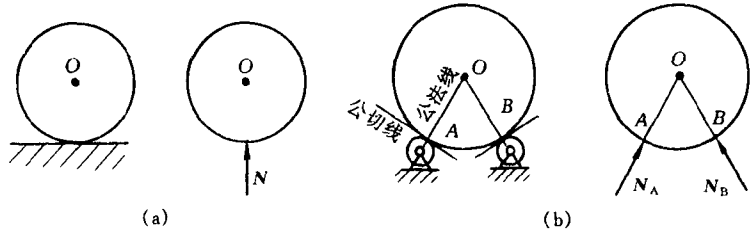


图 1-6 理想光滑面约束

3. 圆柱铰链约束 圆柱形铰链简称圆柱铰或中间铰。它是将两个物体各钻一个圆孔，中间用圆柱形销钉联接而成，如图 1-7 (a) 所示，图 1-7 (b) 为其简图。当忽略摩擦时，销钉只限制两构件间相对移动，而不限制相对转动。因此，圆柱铰链可以产生通过销钉中心、沿接触点公法线方向的约束反力。通常将其分解为沿水平和垂直方向的约束反力，用  $X$ 、 $Y$  表示，如图 1-7 (c) 所示。

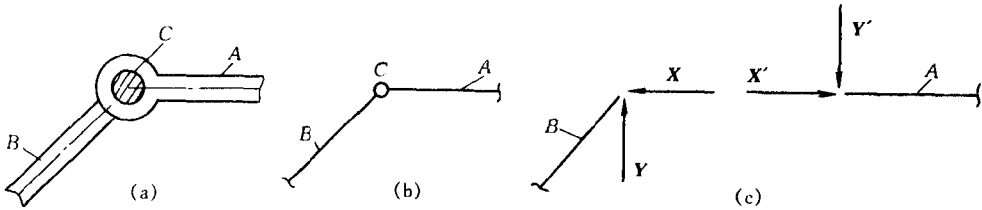


图 1-7 圆柱铰链约束

用圆柱铰将构件与底座连接起来，即构成铰支座，通常有固定铰支座和可动铰支座两种。

(1) 固定铰支座 底座固定在支承面上的铰支座称为固定铰支座，如图 1-8 (a) 所示。图 1-8 (b) 为固定铰支座的简图及反力表示法。

(2) 可动铰支座 底座下面安放辊轴的铰支座称为可动铰支座，如图 1-9 (a) 所示。其特点是只能限制物体沿支承面法线方向的运动而不限制沿支承面的运动。所以约束反力的方向垂直于支承面。图 1-9 (b) 为可动铰支座及反力的简图。

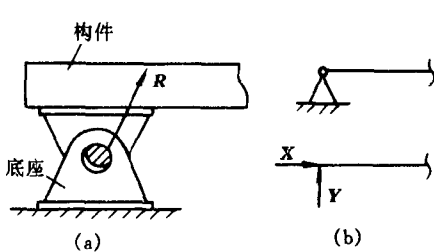


图 1-8 固定铰支座

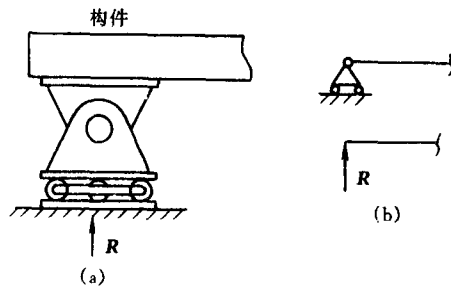


图 1-9 可动铰支座

圆柱铰链在工程上应用很广。如径向轴承与轴的接触、连杆之间的连接、梁的支座等。

除以上几种约束外，还有一种常见的固定端约束，将在后面介绍。

### 第三节 分离体和受力图

解决力学问题首先要选取研究对象。研究对象确定后，就要对研究对象进行受力分析。首先将研究对象从与其有联系的物体中分离出来（使之成为自由体），称之为分离体。然后将所受的全部主动力和约束反力画在分离体上。表示分离体及其受力的图形称为受力图。画受力图是解决工程力学问题的一个重要步骤，对此应熟练掌握。下面通过例题说明受力图的画法。

**例 1-1** 梁  $AB$  两端为铰支座，在  $C$  处受载荷  $P$  作用，如图 1-10 (a) 所示。不计梁的自重，试画出梁的受力图。

**解** 取  $AB$  梁为研究对象，主动力为  $P$ 、梁的  $A$  端为固定铰支座， $B$  端为可动铰支座，其受力图如图 1-10 (b) 所示。

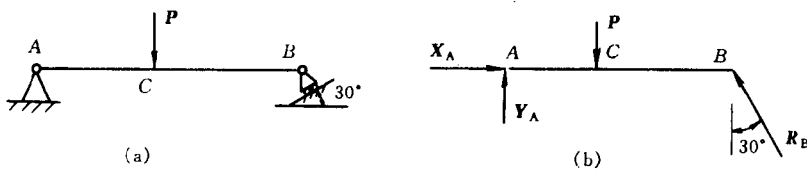


图 1-10 例 1-1 图

**例 1-2** 重力为  $G$  的管子置于托架  $ABC$  上。托架的水平杆  $AC$  在  $A$  处以支杆  $AB$  撑住 [图 1-11 (a)]， $A$ 、 $B$ 、 $C$  三处均可视为圆柱铰链连接，不计水平杆和支杆的自重，试绘下列物体的受力图：(1) 管子；(2) 支杆；(3) 水平杆。

**解** 管子的受力图如图 1-11 (b) 所示。作用力有重力  $G$  和  $AC$  杆对管子的约束反力  $N$ 。支杆的  $A$  端和  $B$  端均为圆柱铰链连接，一般地， $A$ 、 $B$  处所受的力应分别画成一对互相垂直的力，但在不计自重的情况下，支杆就成为二力构件。由二力构件的特点， $S_A$  和  $S_B$  的方位必沿  $AB$  连线，如图 1-11 (c) 所示。

水平杆的受力图，如图 1-11 (d) 所示。其中  $N'$  是管子对水平杆的作用力，它与作用在管子上的约束反力  $N$  互为作用力和反作用力。 $A$  处和  $C$  处虽然皆为圆柱铰链约束，但因作用于  $A$  端的力  $S'_A$  是二力构件  $AB$  对杆  $AC$  的约束反力，所以  $S'_A$  沿  $AB$  连线的方位；因  $C$  端约束反力的方位不能预先决定，故以互相垂直的反力  $X_C$  和  $Y_C$  来表示。

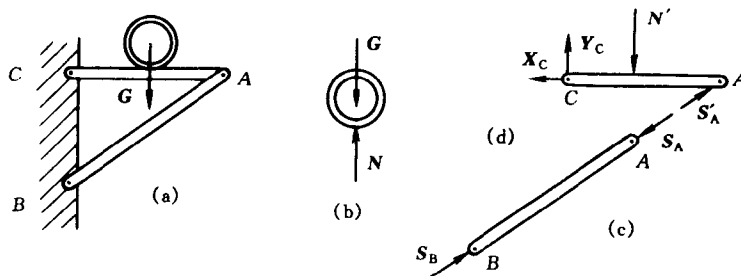


图 1-11 例 1-2 图

下面将受力图的画法和注意事项概述如下：

(1) 确定研究对象，解除约束，取分离体；

(2) 先画出作用在分离体上的主动力，再根据约束的性质在解除约束处画出约束反力；

(3) 画物体系统中各物体的受力图时，要利用相邻物体间作用力与反作用力之间的关系。当作用力和反作用力其中的一个方向一经确定（或假定），另一个亦随之而定。

#### 第四节 力的投影 合力投影定理

研究力系的简化和平衡一般有几何法和解析法两种。本章仅讨论应用更为广泛的解析法。

##### 一、力的投影概念

从力矢量  $F$  的两端  $A$ 、 $B$  分别向  $x$  轴作垂线得垂足  $a$ 、 $b$ ，线段  $ab$  称为力  $F$  在  $x$  轴上的投影。用  $X$  表示（图 1-12）， $x$  轴称为投影轴。若力  $F$  与  $x$  轴正向夹角为  $\alpha$ ，则

$$X = F \cos \alpha$$

力在轴上的投影是代数量，其符号可直观判断。从  $a$  到  $b$  与  $x$  轴正向一致时投影为正，如图 1-12 (a)，反之为负，如图 1-12 (b)。

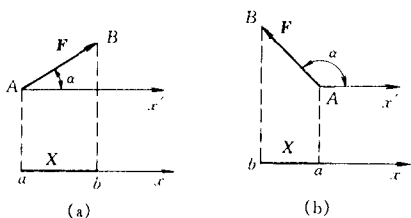


图 1-12 力的投影

由力在轴上的投影还可看出：

- (1) 一力在互相平行且同向的轴上投影相等；
- (2) 将力平行移动，此力在同一轴上的投影值不变。

##### 二、力在直角坐标轴上投影

将力矢量  $F$  向平面上直角坐标轴  $x$ 、 $y$  投影，已知力的大小及力与  $x$  轴的夹角  $\alpha$ ，则有

$$\left. \begin{aligned} X &= F \cos \alpha \\ Y &= F \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

由图 1-13 知，力  $F$  在两坐标轴上的投影  $X$ 、 $Y$ ，其大小分别与沿两个坐标轴的分力  $X$ 、 $Y$  的模相等。但应注意，力的投影是代数量，而分力是矢量。

若已知力的投影  $X$ 、 $Y$ ，则力的大小和方向为

$$\left. \begin{aligned} F &= \sqrt{X^2 + Y^2} \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{Y}{X} \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

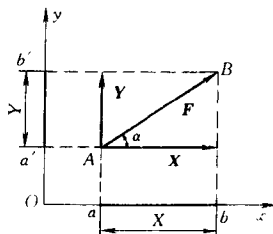


图 1-13 力在直角坐标轴上的投影

##### 三、合力投影定理

若一个力对刚体的作用效果与一个力系等效，这个力称为该力系的合力，该力系中的各个力称为这个合力的分力。由矢量代数可知，合力在某一轴上的投影等于各分力在同一轴上投影的代数和。这个关系称为合力投影定理。

设有一力系  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $\dots$ 、 $F_n$ ，其在直角坐标轴上的投影分别为  $X_1$ 、 $X_2$ 、 $\dots$ 、 $X_n$ ， $Y_1$ 、 $Y_2$ 、 $\dots$ 、 $Y_n$ ，该力系的合力为  $R$ ，其在直角坐标的投影为  $R_x$ 、 $R_y$ ，由合力投影定理，有

$$\left. \begin{aligned} R_x &= X_1 + X_2 + \dots + X_n = \sum X \\ R_y &= Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n = \sum Y \end{aligned} \right\} \quad (1-3)$$

## 第五节 力矩 力偶

### 一、力矩

作用在刚体上的一个力除了引起刚体的移动外，在一定的条件下（例如作用力不通过刚体的质心、刚体上有固定支点等），力还可以使刚体产生转动。以图 1-14 拧动螺母的扳手为例，在平面问题中，当在扳手上施加一个力  $F$  来拧紧螺母时，扳手绕螺母的轴线转动（即螺母的中心  $O$ ）。实践证明，力  $F$  使扳手转动的效应不仅取决于力的大小，而且和  $O$  点到该力作用线的距离  $d$  有关。因此，可以用乘积  $Fd$  来度量力  $F$  使物体绕  $O$  点的转动效应，称之为力  $F$  对  $O$  点的矩，简称力矩，记作  $m_O(F)$ ，即

$$m_O(F) = \pm Fd \quad (1-4)$$

$O$  点称为力矩中心，简称矩心， $d$  称为力臂。

在平面问题中，力对点的矩为代数量，其绝对值等于力的大小与力臂的乘积，其正负号规定为：力使物体绕矩心作逆时针方向转动时力矩为正；反之则为负。力矩的单位是牛顿米 ( $N \cdot m$ ) 或千牛顿米 ( $kN \cdot m$ )。

力的作用线通过矩心时，力矩为零。

### 二、力偶与力偶矩

作用在同一物体上等值、反向、不共线的一对平行力称为力偶（图 1-15），记作  $(F, F')$ 。力偶中两力所在平面称为力偶作用面，两力作用线之间的距离称为力偶臂。双手操纵方向盘[图 1-16(a)]和用丝锥攻丝[图 1-16(b)]等都可以近似看作力偶作用。

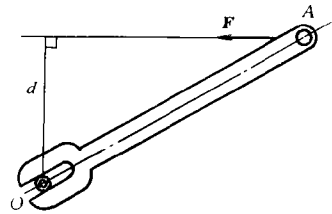


图 1-14 力矩举例

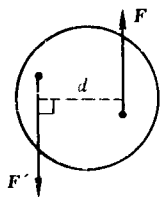


图 1-15 力偶

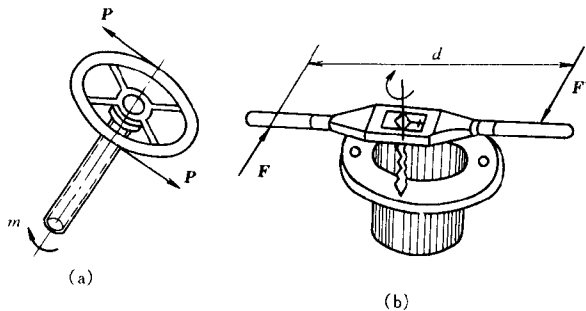


图 1-16 力偶举例

力偶对刚体只产生转动效应而没有移动效应，这与一个力单独作用是不同的。因此，力偶不能与一个力等效，也就不能与一个力平衡。

力偶的转动效应分别与力偶中力  $F$  的大小、力偶臂  $d$  的大小成正比。力偶中任一力的大小与力偶臂的乘积  $Fd$ ，称为力偶矩，记作  $m(F, F')$ ，或简记为  $m$ 。

$$m(F, F') = m = \pm Fd \quad (1-5)$$

在平面问题中，力偶矩为代数量，并规定：力偶转向为逆时针时，其力偶矩为正；反之为负。力偶矩的单位同力矩的单位。

力偶中两力对其作用面内任一点的矩的代数和恒等于力偶矩。读者可自行证明。

如果作用在刚体上的两个力偶的力偶矩的大小和转向完全相同，则这两个力偶称为等效

力偶。于是，可以推知作用在刚体上的力偶有如下特性。

(1) 只要保持力偶矩的大小和转向不变，力偶可在作用面内任意移动，而不改变对刚体的作用效果；

(2) 在保持力偶矩大小和转向不变的条件下，可以任意改变力偶中两力的大小和力偶臂的长短，而不改变对刚体的作用效果；

(3) 力偶可以移到与其作用面平行的平面内，而不会改变对刚体的作用效果。

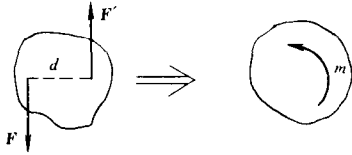


图 1-17 等效力偶

由上可知，力偶也有三要素，即力偶矩的大小、力偶的转向和力偶的作用面。因此，可用旋转符号来表示力偶。如图 1-17，旋转符号旁注明力偶矩的大小  $m$ ，符号中的箭头即表示力偶的转向。

## 第六节 力的平移

所谓“力的平移”，就是把作用在刚体上的一个力，从原位置平行移到该刚体上另一位置。

设有一力  $F$  作用在刚体的  $A$  点 [图 1-18 (a)]。为将该力平移到任意一点  $B$ ，在  $B$  点加一对平衡力  $F_1$  和  $F_1'$ ，并使  $F_1$  和  $F_1'$  的大小与  $F$  相等，作用线与  $F$  平行 [图 1-18 (b)]。根据加减平衡力系原理，这时力系对刚体的作用效果不会改变。 $F$  和  $F_1'$  两力组成一个力偶，称为附加力偶，其力偶臂为  $d$ ，力偶矩等于原力  $F$  对  $B$  点的矩，即

$$m = m_O(F) = \pm Fd \quad (1-6)$$

综上所述，可得力线平移定理：作用在刚体上的力  $F$  可以平行移动到刚体上任一点，但同时必须附加一个力偶，其力偶矩等于原力  $F$  对新作用点的矩。

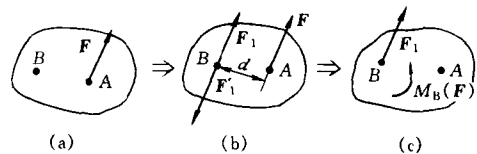


图 1-18 力的平移

## 第七节 平面力系的简化 合力矩定理

若力系中所有力的作用线在同一个平面内，则称该力系为平面力系。

### 一、平面力系的简化

设刚体上作用平面力系  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$  [图 1-19 (a)]，在该力系作用平面内任选一点  $O$  (称为简化中心)，将力系中各力分别平移到  $O$  点，根据力线平移定理，得到一个作用线汇交于  $O$  点的汇交力系  $F_1'$ 、 $F_2'$ 、 $F_3'$  和一个附加的力偶系 [图 1-19 (b)]，其力偶矩分别为原力系中各力对  $O$  点的矩，即  $m_1 = m_O(F_1)$ ， $m_2 = m_O(F_2)$ ， $m_3 = m_O(F_3)$ 。这样，原力系转化为一个各力作用线汇交于  $O$  点处的汇交力系和一个力偶系。

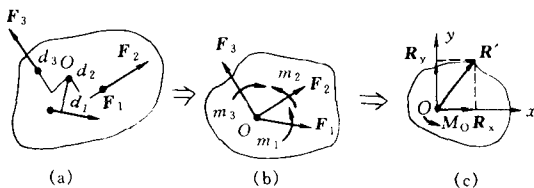


图 1-19 平面力系的简化

分别将汇交力系和附加力偶系合成。该汇交力系中各力按矢量加法相加，可以得到一个作用线过简化中心  $O$  点的合力  $R'$ ， $R'$  称为原力系的主矢量；该附加力偶系的合成结果是一力偶，其力偶矩用  $M_O$  表示，称为原力系对简化中心的主矩，如图 1-19 (c)。



主矢量  $R$  在  $x$ 、 $y$  轴上的投影  $R_x'$ 、 $R_y'$  可用合力投影定理表示为：

$$\begin{aligned} R_x' &= X_1 + X_2 + X_3 \\ R_y' &= Y_1 + Y_2 + Y_3 \end{aligned}$$

对于有  $n$  个力的情况下，可写为

$$\left. \begin{aligned} R_x' &= X_1 + X_2 + \cdots + X_n = \sum X \\ R_y' &= Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n = \sum Y \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

式中  $X_1$ 、 $X_2$ 、 $\cdots$ 、 $X_n$  和  $Y_1$ 、 $Y_2$ 、 $\cdots$ 、 $Y_n$  分别表示原力系中各力  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $\cdots$ 、 $F_n$  在  $x$  轴和  $y$  轴上的投影。根据力与投影的关系可求得主矢量  $R'$  的大小及与  $x$  轴正向的夹角  $\alpha$ ：

$$\left. \begin{aligned} R' &= \sqrt{R_x'^2 + R_y'^2} = \sqrt{(\sum X)^2 + (\sum Y)^2} \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{R_y'}{R_x'} = \frac{\sum Y}{\sum X} \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

主矩  $M_0$  等于各附加力偶矩的代数和，即

$$M_0 = m_1 + m_2 + m_3 = m_0(F_1) + m_0(F_2) + m_0(F_3)$$

对于有  $n$  个力的情况下，可写作

$$M_0 = m_0(F_1) + m_0(F_2) + \cdots + m_0(F_n) = \sum m_0(F) \quad (1-9)$$

综上所述可以得出：平面力系向其作用面内任一点简化的结果是使原力系简化为一个通过简化中心的主矢量  $R'$  和一个对简化中心的主矩  $M_0$ 。

作为平面力系在作用面内简化结论的一个应用，现在讨论一种常见的约束类型——固定端约束。

物体的一部分固嵌于另一物体所构成的约束称为固定端约束。例如车床卡盘对工件的约束、基础对电线杆的约束、刀架对车刀的约束等都可以简化为固定端约束 [图 1-20 (a)]。这种约束把物体牢牢固定，既限制物体沿任意方向的移动，又限制了物体在约束处的转动。物体在固嵌部分所受的力比较复杂 [图 1-20 (b)]，在主动力  $P$  的作用下，物体嵌入部分每一个与约束接触的点都受到约束反力的作用。根据力系向一点简化的结论，不论这些约束反力如何分布，将其向  $A$  点简化，得到一个在  $A$  点的约束反力和一个力偶矩为  $m_A$  的约束反力偶。为便于表示，约束反力可用其水平分力  $X_A$  和垂直分力  $Y_A$  来代替。显然，固定端的约束反力有三个；限制移动的反力  $X_A$ 、 $Y_A$  与限制绕嵌入点转动的反力偶  $m_A$ ，如图 1-20 (c) 所示。

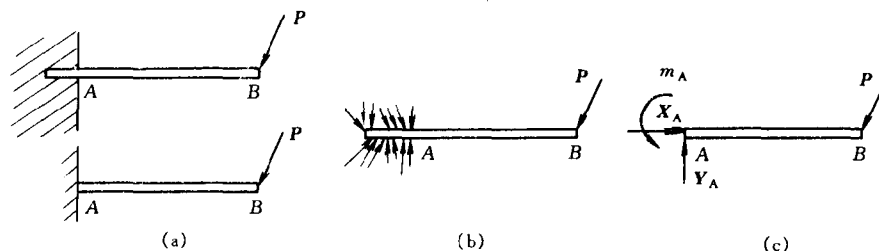


图 1-20 固定端约束

## 二、平面力系简化结果的讨论

平面力系向简化中心  $O$  点简化后，得到一主矢量  $R'$  和主矩  $M_0$ ，简化结果有四种可能。

(1)  $R' \neq 0$ ， $M_0 = 0$ 。这表示原力系简化为一个合力  $R = R'$ ，该合力即为作用在简化中心的主矢量。当简化中心刚好选取在原力系作用线上时出现这种情况。