

过程装备与控制工程丛书

粉体力学与工程

谢洪勇 编著



化学工业出版社
教材出版中心

过程装备与控制工程丛书

粉体力学与工程

谢洪勇 编著

化学工业出版社
教材出版中心
·北京·

(京)新登字 039 号

图书在版编目 (CIP) 数据

粉体力学与工程/谢洪勇编著. —北京: 化学工业出版社, 2003.4

(过程装备与控制工程丛书)

ISBN 7-5025-4264-7

I. 粉… II. 谢… III. ①粉体-力学-研究②粉末法-研究 IV. TB44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 016486 号

过程装备与控制工程丛书

粉体力学与工程

谢洪勇 编著

责任编辑: 程树珍

责任校对: 蒋宇

封面设计: 蒋艳君

*

化学工业出版社 出版发行
教材出版中心

(北京市朝阳区惠新里 3 号 邮政编码 100029)

发行电话: (010) 64982530

<http://www.cip.com.cn>

*

新华书店北京发行所经销

北京云浩印刷有限责任公司印刷

三河市延风装订厂装订

开本 787 毫米×1092 毫米 1/16 印张 11½ 字数 272 千字

2003 年 5 月第 1 版 2003 年 5 月北京第 1 次印刷

ISBN 7-5025-4264-7/G·1129

定 价: 19.00 元

版权所有 违者必究

该书如有缺页、倒页、脱页者, 本社发行部负责退换

序

按照国际标准化组织 (ISO) 的认定, 社会经济过程中的全部产品通常分为四类, 即硬件产品 (hardware)、软件产品 (software) 和流程性材料产品 (processed material) 以及服务产品 (service)。在 21 世纪初, 我国和世界上各主要发达国家都已经把“先进制造技术”列为自己国家优先发展的战略性高技术之一。通常, 先进制造技术主要是指硬件产品的先进制造技术和流程性材料产品的先进制造技术。所谓“流程性材料”则是指以流体 (气、液、粉粒体等) 形态为主的材料。

过程工业是加工制造流程性材料产品的现代国民经济的支柱产业之一。成套过程装置则是组成过程工业的工作母机群, 它通常是由一系列的过程机器和过程设备, 按一定的流程方式用管道、阀门等连接起来的一个独立的密闭连续系统, 再配以必要的控制仪表和设备, 即能平稳连续地把以流体为主的各种流程性材料, 让其在装置内部经历必要的物理化学过程, 制造出人们需要的新的流程性材料产品。单元过程设备 (如塔、换热器、反应器与贮罐等) 与单元过程机器 (如压缩机、泵与分离机等) 二者的统称为过程装备。为此, 有关涉及流程性材料产品先进制造技术的主要研究发展领域应该包括以下几个方面: ①过程原理与技术的创新; ②成套装置流程技术的创新; ③过程设备与过程机器——过程装备技术的创新; ④过程控制技术的创新。持续推进这些技术的创新, 就有可能把过程工业需要实现的最佳技术经济指标: 高效、节能、清洁和安全不断推向新的技术水平, 以确保该产业在国际上的竞争实力。

过程装备技术的创新, 其关键首先应着重于装备内件技术的创新, 而其内件技术的创新又与过程原理和技术的创新以及成套装置工艺流程技术的创新密不可分, 它们互为依托, 相辅相成。这一切也是流程性产品先进制造技术与一般硬件产品的先进制造技术的重大区别所在。另外, 这两类不同的先进制造技术的理论基础也有着重大的区别, 前者的理论基础主要是化学、固体力学、流体力学、热力学、机械学、化学工程与工艺学、电工电子学和信息技术科学等, 而后者则主要侧重于固体力学、材料与加工学、机械机构学、电工电子学和信息技术科学等。

“过程装备与控制工程”本科专业在新世纪的根本任务是为国民经济培养大批优秀的能够掌握流程性材料产品先进制造技术的高级专业人才。

四年多来, 教学指导委员会以邓小平同志提出的“教育要面向现代化, 面向世界, 面向未来”的思想为指针, 在广泛调研研讨的基础上, 分析了国内外化工类与机械类高等教育的现状、存在问题和未来的发展, 向教育部提出了把原“化工设备与机械”本科专业改造建设为“过程装备与控制工程”本科专业的总体设想和专业发展规划建议书, 于 1998 年 3 月获得教育部的正式批准, 建立了“过程装备与控制工程”本科专业。以此为契机, 教学指导委员会制订了“高等教育面向 21 世纪‘过程装备与控制工程’本科专业建设与人才培养的总体思路”, 要求各院校从转变传统教育思想出发, 拓宽专业范围, 以培养学生素质、知识与能力为目标, 以发展先进制造技术作为本专业改革发展的出发点, 重组课程体系, 在加强通用基础理论与实践环节教学的同时, 强化专业技术基础理论的教学, 削减专业课程的分量, 淡化专业技术教学, 从而较大幅度在减少总的授课时数, 以加强学生自学、自由探讨和发展的空间, 并有利于逐步树立本科学生勇于思考

与创新的精神。

高质量的教材是培养高素质人才的重要基础，因此组织编写面向 21 世纪的迫切需要的核心课程教材，是专业建设的重要内容。同时，为了进一步拓宽高年级本科学生和研究生专业知识面，进一步加强理论与实际的联系，进而增强解决工程实际问题能力，我们又组织编写了这套“过程装备与控制工程”的专业丛书，以帮助学生能有机会更深入地了解专业技术领域的理论研究与技术发展的现状和趋势，力求使高校的课堂教学与社会工程实践能够更好地衔接起来。

这套丛书，既可作为选修课教材，也可作为毕业设计环节的教学参考书，还可供广大工程技术人员作为工程设计理论分析与实践的有力助手。

“过程装备与控制工程”本科专业的建设将是一项长期的任务，以上所列工作只是一个开端。尽管我们在这套丛书中，力求在内容和体系上能够体现创新，注重拓宽基础，强调能力培养。但是，由于我们目前对于教学改革的研究深度和认识水平都有限，在这套丛书中必然会有许多不妥之处。为此，恳请广大读者予以批评和指正。

全国高等学校化工类及相关专业教学指导委员会

副主任委员兼化工装备教学指导组组长

大连理工大学 博士生导师

丁信伟 教授

2001 年 10 月于大连

前 言

粉体力学与工程又称颗粒学，是一门新兴的综合性技术科学。由于其跨学科、跨技术的交叉性和基础理论的概括性，因此它既与若干基础科学相毗邻，又与工程应用广泛连联。20世纪40年代有了颗粒学的第一部专著《Micromeritics》。由于石油化工、能源和矿山技术的发展，颗粒学在20世纪60~70年代得到了迅速的发展，在世界各地出版了各种版本的颗粒学专著。这些颗粒学专著对粉体工程理论与应用的发展起到了很大的推动作用。

20世纪80年代以来，随着微米和超细颗粒材料制备与应用技术的发展，由于微米和超细颗粒的行为与颗粒的行为差异很大，微米和超细颗粒成为颗粒学热门研究课题。自20世纪90年代以来，纳米材料制备与应用技术的发展赋予了颗粒学新的生命，从原子和分子的微观尺度来表征颗粒的性能，从原子和分子的微观尺度和纳米尺度来研究颗粒的行为，使颗粒学成为一门多学科交叉的尖端学科。

粉体同人类的生活和生产活动有着极其广泛的联系并具有重要的作用。在自然界中，粉体是常见的一种物质存在形式，如河沙、粉尘等等。在日常生活中，粉体是不可缺少的生活用品，如食盐、米、面粉、洗衣粉等等。在工业中，粉体有着更重要的位置；如在食品、医药、电子、冶金、矿山、能源等工业中，粉体不仅是重要的原料，也是重要的产品。特别是化学工业，约60%的产品是粉体；如果加上粉体悬浮在液体的产品，粉体和含粉体的产品可达80%；考虑粉体原料和中间产物，在化学工业中粉体的处理量可达粉体产品的3~4倍。

由于粉体在工业中有着重要的地位，对国民经济的发展也有举足轻重的作用。美国各工业粉体的销售额示于图0-1。由图0-1可见，粉体的销售总额约为1万亿美元，占国民总产值的15%，可见粉体在国民经济中的重要性。其中，化学工业粉体产品的销售额约为3020亿美元，为粉体销售总额的30.2%；其次是食品和饮料工业的粉体销售额，约为268亿美元，为粉体销售总额的26.8%。

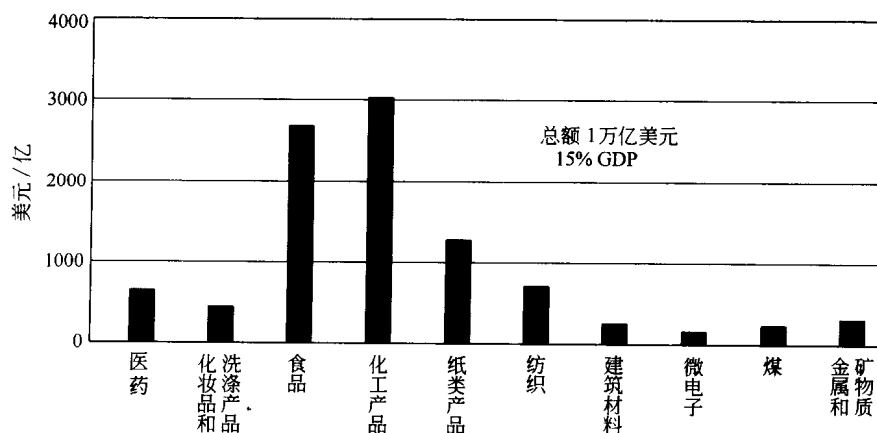


图 0-1 美国各工业粉体的销售额

虽然粉体的操作单元可追溯到19世纪或更早，直到20世纪50年代，Rumpf教授首次在德

国 Karlsruhe 大学化工机械系开展了粉体工程的教学活动，对粉体工程学科的发展起到了推动作用。20 世纪 60 年代 Williams 博士在英国 Bradford 大学化学工程系建立了粉体技术研究生院 (Graduate School of Post-graduate Studies in Powder Technology)，从事本科生及研究生的教学及科研活动，以及对企业技术人员的培训工作，并创刊了《粉体技术》(Powder Technology) 杂志。目前，世界各国对粉体工程都有不同程度的教学与科研活动。如德国现有 13 所大学、日本有 24 所大学从事粉体工程的教学与科研活动。美国自然科学基金 (NSF) 在 1994~1995 年间扶持了 50 所大学从事粉体工程的教学与科研活动。

随着粉体工程教学和科研活动的开展，一些国际组织也应运而生。20 世纪 70 年代由 20 多家跨国公司集资成立了“国际细粉学会”(International Fine Particle Research Institute)。该学会每年出资设立 30 个项目用于解决与粉体有关的生产问题及产品开发研究，现已发展约为 40 家成员公司。20 世纪 90 年代起美国化学工程师学会每 4 年举办一次的“颗粒技术论坛”，对粉体工程的科研及教学的发展很有影响。于 1990 年召开的“显微隧道扫描技术国际会议”预示着纳米技术的诞生，每两年一次的“纳米技术国际会议”已举办了 6 次。20 世纪 80 年代在中科院过程工程研究所(原化冶所)郭慕孙院士的建议下成立了“中国颗粒学会”，对促进粉体工程学科在我国的发展起到了积极的推动作用。

随着粉体工程学科的不断发展和完善，各国对粉体工程的投资强度也在增加。1985 年英国科委 (SERC) 设立了颗粒技术专项基金 (Specially Promoted Programme in Particles Technology)，用于支持高校在粉体工程领域的科研及教学活动。1991 年美国杜邦公司 (DuPont) 和道化学公司 (Dow Chemicals) 共投资 24 亿美元用于建立“颗粒技术中心”。这一投资强度相当于当年美国化学工业 R&D (非军事) 总经费的一半，10 倍于联邦政府给高校化学和化工 (非军事) 的研究经费。在 1994~1995 年期间，美国自然科学基金 (NSF) 出资扶持了 50 所大学从事粉体工程的教学和科研活动。近年来随着纳米技术的发展，世界各国均制定了相应的研究与发展计划。1990 年，中国制定了为期 10 年的“纳米科学攀登计划”。1995 年，日本政府已将纳米技术列为应开发的 4 大基础科学技术项目之一。2000 年，美国制定了“国家纳米技术规划”，计划在 5 年间投资 10 亿美元用于资助纳米基础研究。

由于粉体工程涉及了众多的工业领域，粉体涉及了广泛的操作单元，可粗略地概括为粉体的储存、输送、混合、分离、制粉、造粒、流态化等操作单元。这些操作单元涉及了工程、力学、物理、化学、材料等学科的基础理论和技术，所以粉体工程学科是一门多学科交叉的综合学科。虽然粉体工程学科已有近半个世纪的历史，但粉体工程学科的基础理论还很不完善，粉体操作单元的设计仍主要依赖于经验或半经验半理论的结果。

20 世纪 80 年代美国一家咨询公司对美国和加拿大在 20 世纪 80 年代建立的 37 家与粉体有关 (原料或产品) 的工厂作了调研，得到如下的结论：

- ① 2/3 工厂的运行负荷小于 90% 的设计负荷；
- ② 1/3 工厂的运行负荷小于 60% 的设计负荷；
- ③ 20 世纪 80 年代与 60 年代的设计水平相当。

可见粉体工程学科仍处于早期的发展阶段。

本书的宗旨是介绍粉体工程的基础理论及其在粉体操作单元中的应用。第 1 章为颗粒物性，着重介绍颗粒的尺寸、颗粒的球形度及其测量方法、颗粒间的作用力及颗粒的团聚性、颗粒的阻力系数与沉降速度。第 2 章为粉体物性，着重介绍粉体的库仑定律、Molerus 粉体分类、粉体的流动性。第 3 章为粉体静力学，着重介绍粉体应力分析方法和 Rankin 应力状态。第 4 章为粉体

动力学，着重介绍粉体流动的 Jenike 塑性理论和塑粘性流体模型。第 5 章为气固两相系统，着重介绍 Reh 气固两相接触操作图、Geldart 流态化颗粒分类、颗粒反应动力学及流化床反应器模拟。第 6 章为造粒，着重介绍火焰 CVD 法制备纳米陶瓷颗粒材料及过程模拟及喷雾干燥造粒技术，简单介绍机械化学法制备纳米材料技术。第 7 章为粉碎，简单介绍颗粒的强度和 Bond 粉碎功定律及其应用。第 8 章为混合，简单介绍混合操作的过程与设备。

本书的部分内容是在教育部回国人员科研启动费、辽宁省自然科学基金、大连理工大学人才基金和大连理工大学材料学科基金资助下完成的，作者在此表示衷心的感谢。本书的很多内容均采用马丽霞、张州波、陈淑花、张大为、张华丽、王达望等同学的研究工作，在此向他们表示衷心地感谢。本书说明图和工艺图的制作得到了李铭老师的大力帮助，在此表示诚挚地谢意。由于粉体工程涉及面很广，加之著者的经历与水平有限，在取材上的疏漏和编写上的错误在所难免，敬请读者提出宝贵意见。

编者
2002 年 10 月

内 容 提 要

本书介绍粉体工程的基础理论及其在粉体操作单元中的应用。第1章为颗粒物性，着重介绍颗粒的尺寸、颗粒的球形度及其测量方法、颗粒间的作用力及颗粒的团聚性、颗粒的阻力系数与沉降速度。第2章为粉体物性，着重介绍粉体的库仑定律、Molerus粉体分类、粉体的流动性。第3章为粉体静力学，着重介绍粉体应力分析方法和Rankin应力状态。第4章为粉体动力学，着重介绍粉体流动的本构关系、塑性理论和塑粘性流体模型。第5章为气固相系统，着重介绍Reh气固两相接触操作图、Geldart流态化颗粒分类、颗粒反应动力学及流化床反应器模拟。第6章为造粒，着重介绍火焰CVD法制备纳米陶瓷颗粒材料及过程模拟及喷雾干燥造粒技术，简单介绍机械化学法制备纳米材料技术。第7章为制粉，简单介绍颗粒的强度和Bond粉碎功定律及其应用。第8章为混合，简单介绍混合操作的过程与设备。

本书可供“过程装备与控制工程”专业的本科生或研究生作为教材使用，亦可作为相关专业的工程技术人员参考。

目 录

1 颗粒物性	1
1.1 颗粒的尺寸与尺寸分布.....	1
1.1.1 颗粒尺寸.....	1
1.1.2 颗粒的尺寸分布.....	2
1.1.3 平均颗粒尺寸.....	4
1.1.4 尺寸分布宽度.....	5
1.1.5 颗粒密度和多孔率.....	6
1.2 颗粒的形状.....	6
1.2.1 Heywood 形状系数	6
1.2.2 颗粒的球形度.....	8
1.2.3 Stokes 形状系数	9
1.3 颗粒的阻力系数与自由沉降速度.....	11
1.3.1 球形颗粒的阻力系数与自由沉降速度.....	11
1.3.2 非球形颗粒的阻力系数与自由沉降速度.....	13
1.4 颗粒间的作用力.....	16
1.4.1 分子间的范德华力.....	16
1.4.2 颗粒间的范德华力.....	19
1.4.3 颗粒间的毛细力.....	24
1.4.4 颗粒间的静电力.....	25
1.5 颗粒的团聚性.....	26
1.5.1 团聚机理.....	26
1.5.2 聚团强度.....	26
参考文献	29
2 粉体物性	30
2.1 粉体的堆积物性.....	30
2.1.1 粉体的堆积密度.....	30
2.1.2 粉体堆积的空隙率.....	31
2.1.3 颗粒的配位数.....	33
2.2 粉体的可压缩性.....	34
2.3 粉体的安息角.....	35
2.4 粉体的摩擦性.....	36
2.4.1 库仑定律.....	36
2.4.2 内摩擦角.....	37
2.4.3 库仑定律的理论推导.....	38
2.5 Molerus 粉体分类	40

2.5.1	Molerus I类粉体	40
2.5.2	Molerus II类粉体	41
2.5.3	Molerus III类粉体	41
2.6	粉体的流动性	42
2.6.1	粉体的开放屈服强度	42
2.6.2	Jenike 流动函数	43
2.6.3	拱应力分析	44
	参考文献	44
3	粉体静力学	45
3.1	莫尔应力圆	45
3.1.1	粉体的应力规定	45
3.1.2	莫尔应力圆	46
3.2	莫尔-库仑定律	47
3.3	壁面最大主应力方向	49
3.4	朗肯应力状态	50
3.5	粉体应力 Janssen 近似分析方法	52
3.5.1	柱体应力分析	52
3.5.2	锥体应力分析	55
3.5.3	Walters 转换应力	57
3.5.4	料仓应力分析	58
3.6	粉体应力精确分析方法	60
3.6.1	应力平衡方程	60
3.6.2	柱体应力分布的渐近解	63
3.6.3	锥体应力分布的渐近解	65
	参考文献	67
4	粉体动力学	68
4.1	粉体流动的流型	68
4.2	质量流量公式	69
4.2.1	经验关联式	69
4.2.2	最小能量理论	69
4.3	质量守恒方程	70
4.4	动量守恒方程	71
4.5	莫尔应变率圆	71
4.5.1	粉体微团的运动分析	71
4.5.2	莫尔应变率圆	74
4.6	粉体流动的本构关系	76
4.6.1	共轴理论	76
4.6.2	从 Jenike 剪切仪获得的应力-应变率关系	77
4.6.3	塑粘性本构关系	79
4.6.4	塑粘性流体模型	81

4.7	柱体内质量流量的速度分布	83
4.7.1	共轴理论的预测结果与实验结果的比较	83
4.7.2	塑粘性模型的预测结果与实验结果的比较	83
4.8	锥体内质量流动的速度分布	84
4.8.1	共轴理论的预测结果与实验结果的比较	84
4.8.2	塑粘性模型的预测结果与实验结果的比较	85
	参考文献	87
5	气-固两相系统	88
5.1	气-固的接触型式	88
5.2	Reh 气-固两相接触操作图	90
5.2.1	固定床颗粒的阻力系数	90
5.2.2	悬浮颗粒的阻力系数	93
5.2.3	Reh 气-固两相接触操作图	95
5.3	流化床的应用	100
5.3.1	流态化技术发展现状	100
5.3.2	流化床化学反应器	101
5.3.3	流化床物理操作	103
5.3.4	21 世纪的流态化技术	103
5.4	流态化特征与 Geldart 颗粒分类	106
5.4.1	流态化基本特征	106
5.4.2	最小流态化速度	106
5.4.3	最小鼓泡速度	109
5.4.4	流态化气泡特征	109
5.4.5	Geldart 颗粒分类	116
5.5	流化床化学反应器模拟	117
5.5.1	流化床反应器模型	117
5.5.2	气泡与密相的传质系数	118
5.5.3	气泡相与密相的传质准数	120
5.5.4	颗粒反应动力学	122
5.5.5	化学反应器的 Damkoler 准数	128
5.5.6	流化床化学反应器模拟	130
	参考文献	136
6	造粒	137
6.1	造粒方法与颗粒尺寸	137
6.2	火焰 CVD 造粒	138
6.2.1	火焰 CVD 造粒技术	138
6.2.2	火焰 CVD 造粒过程模拟	138
6.3	喷雾造粒	146
6.3.1	喷雾干燥造粒	146
6.3.2	喷雾热解造粒	150

6.4 机械化学法造粒技术	152
参考文献	155
7 粉碎	156
7.1 颗粒的强度	156
7.1.1 颗粒的理想强度	156
7.1.2 颗粒强度	157
7.2 粉碎功	160
7.3 粉碎极限	161
参考文献	162
8 混合	163
8.1 混合过程机理	163
8.2 混合度	164
8.3 取样及样品分析	166
8.4 混合设备	167
8.5 影响混合的因素	169

1 颗粒物性

1.1 颗粒的尺寸与尺寸分布

1.1.1 颗粒尺寸

对于球形颗粒，其尺寸就是它的直径。但对于非球形颗粒，其尺寸则取决于尺寸的定义。尺寸的定义大约有 12 种，常用的有如下 5 种。

筛分尺寸 d_p 由筛分所测的颗粒尺寸。

体积尺寸 d_v 定义为非球形颗粒折成等体积球的直径。

$$d_v = \left(\frac{6V}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (1-1)$$

式中 V ——颗粒的体积。

库尔特计数器和激光粒度仪所测的尺寸为体积尺寸。

表面积尺寸 d_s 定义为非球形颗粒折成等表面积球的直径。

$$d_s = \sqrt{\frac{S}{\pi}} \quad (1-2)$$

式中 S ——颗粒的表面积。

对于无孔颗粒，可由颗粒的比表面积求得。

$$d_s = \sqrt{\frac{\sigma \rho_p d_v^3}{6}} \quad (1-3)$$

式中 σ ——颗粒的比表面积；

ρ_p ——颗粒的密度。

式 (1-3) 通常近似为

$$d_s = \frac{6}{\sigma \rho_p} \quad (1-4)$$

表面积/体积尺寸 d_{sv} 定义为非球形颗粒折成等表面积与体积之比球的直径。

根据定义表面积/体积尺寸 d_{sv} 为

$$d_{sv} = \frac{d_v^3}{d_s^2} \quad (1-5)$$

Stokes 尺寸 d_{ST} 定义为等沉降速度球的直径，根据 Stokes 定律

$$d_{ST} = \sqrt{\frac{18\mu u_T}{(\rho_p - \rho_f)g}} \quad (1-6)$$

式中 μ 、 ρ_f ——分别为沉降介质的粘性系数和密度；

u_T ——球形颗粒的等沉降速度；

g ——重力加速度。

由沉降法所测的尺寸为 Stokes 尺寸。

1.1.2 颗粒的尺寸分布

通常，粉体由不同尺寸的颗粒组成，即颗粒的尺寸分布。颗粒尺寸分布有表格表达法和作图表达法。表 1-1 为某一粉体颗粒尺寸的分布数据，表中给出了 12 个尺寸区间 dx 、每一区间的平均尺寸 x 、每一区间的颗粒数 dN 和颗粒百分数 $d\phi$ 、单位尺寸区间的颗粒百分数 $d\phi/dx$ 、单位对数尺寸区间的颗粒百分数 $d\phi/d\lg x$ 。可以看出绝大多数颗粒的尺寸在 $4.8 \sim 27.2\mu\text{m}$ 之间，并有如下的关系式。

$$N = \sum dN = 1000 \quad (1-7)$$

$$d\phi = 100 \frac{dN}{N} \quad (1-8)$$

$$\sum d\phi = 100 \quad (1-9)$$

表 1-1 某粉体颗粒尺寸的分布数据

$x_1 - x_2/\mu\text{m}$	$dx/\mu\text{m}$	$x/\mu\text{m}$	$dN/\text{个}$	$d\phi/\%$	$d\phi/dx$	$d\phi/d\lg x$
1.4 - 2.0	0.6	1.7	1	0.1	0.2	1
2.0 - 2.8	0.8	2.4	4	0.4	0.5	3
2.8 - 4.0	1.2	3.4	22	2.2	1.8	15
4.0 - 5.6	1.6	4.8	69	6.9	4.3	46
5.6 - 8.0	2.4	6.8	134	13.4	5.6	89
8.0 - 11.2	3.2	9.6	249	24.9	7.8	167
11.2 - 16.0	4.8	13.6	259	25.9	5.4	173
16.0 - 22.4	6.4	19.2	160	16.0	2.5	107
22.4 - 32.0	9.6	27.2	73	7.3	0.8	49
32.0 - 44.8	12.8	38.4	21	2.1	0.2	14
44.8 - 64.0	19.2	54.4	6	0.6	0.0	4
64.0 - 89.6	25.6	76.8	2	0.2	—	1
			$N=1000$			

其中 $y = \frac{d\phi}{dx}, d\phi = 100 \frac{dN}{N}$

尺寸分布图有尺寸频率分布图和积累尺寸分布图。表 1-1 粉体颗粒百分数的积累尺寸分布图示于图 1-1，该图的横坐标是颗粒尺寸，纵坐标是小于或大于某一尺寸的颗粒百分数 $d\phi$ 之和。从积累尺寸分布图可以容易地得到颗粒的中间尺寸 $d_{50\%}$ ，即颗粒百分数达到 50% 所对应的颗粒尺寸。但积累尺寸分布图不能直观的给出颗粒的尺寸分布特征。

表 1-1 颗粒的颗粒数尺寸频率分布图如图 1-2 所示，其横坐标为颗粒尺寸，纵坐标为对应尺寸区间的颗粒数 dN 。从图 1-2 可以清楚地看出该粉体的尺寸分布特征。尺寸频率分布图的纵坐标可用单位尺寸区间的颗粒百分数 $d\phi/dx$ 表示，如图 1-3 所示。随尺寸区间的减

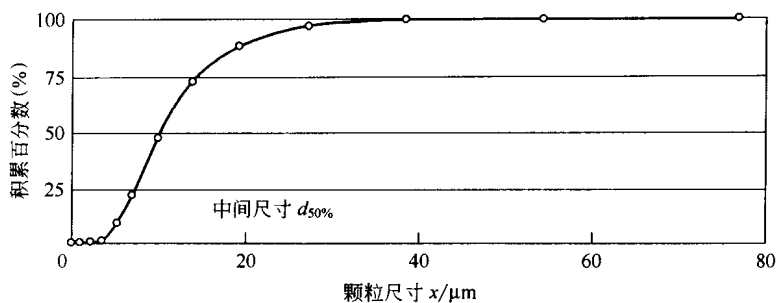


图 1-1 表 1-1 粉体颗粒百分数积累尺寸分布图

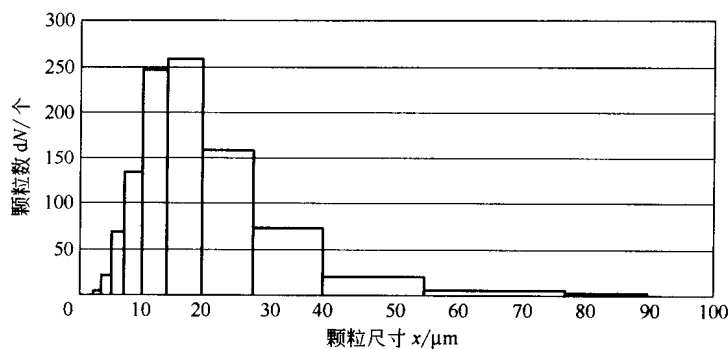


图 1-2 表 1-1 粉体颗粒的颗粒数尺寸频率分布图

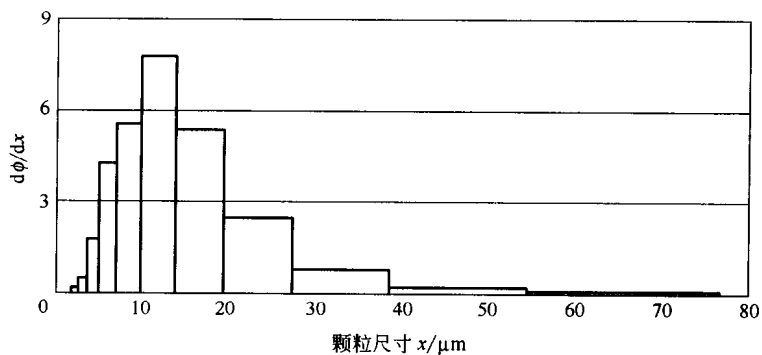


图 1-3 表 1-1 粉体颗粒的颗粒分数尺寸频率分布图

小，尺寸频率分布图可变为一条连续的曲线。此时尺寸频率分布可表示为

$$y = \frac{d\phi}{dx} = 100 \frac{dN}{Ndx} = f(x) \quad (1-10)$$

和

$$\int_0^{\infty} y dx = \int_0^{\infty} f(x) dx = 100 \quad (1-11)$$

式中 $f(x)$ 是尺寸分布函数。常用的有正态分布函数

$$f(x) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\bar{x})^2}{2s^2}\right] \quad (1-12)$$

式中 \bar{x} 是平均粒径

$$\bar{x} = \frac{\sum x d\phi}{\sum d\phi} \quad (1-13)$$

$$s \text{ 是尺寸分布的标准偏差} \quad s = \sqrt{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-14)$$

$$\text{于是} \quad s = d_{84\%} - d_{50\%} = d_{50\%} - d_{16\%} \quad (1-15)$$

式中 $d_{84\%}$ 、 $d_{16\%}$ ——分别为颗粒积累百分数为 84% 和 16% 所对应的颗粒尺寸。

当颗粒尺寸范围较大时，尺寸频率分布图的纵坐标通常用单位对数尺寸区间的颗粒百分数 $d\phi/d\lg x$ 表示，如图 1-4 所示。此时，尺寸分布函数采用对数正态分布函数

$$y = \frac{d\phi}{d\lg x} = 100 \frac{dN}{N d\lg x} = \frac{1}{s_z \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(z - \bar{z})^2}{2s_z^2}\right) \quad (1-16)$$

$$\text{其中} \quad z = \lg x \quad (1-17)$$

$$\bar{z} = \frac{\sum z d\phi}{\sum d\phi} \quad (1-18)$$

$$s_z = \lg d_{84\%} - \lg d_{16\%} = \lg d_{50\%} - \lg d_{16\%} \quad (1-19)$$

$$\text{且有} \quad \int_{-\infty}^{\infty} y dz = 1 \quad (1-20)$$

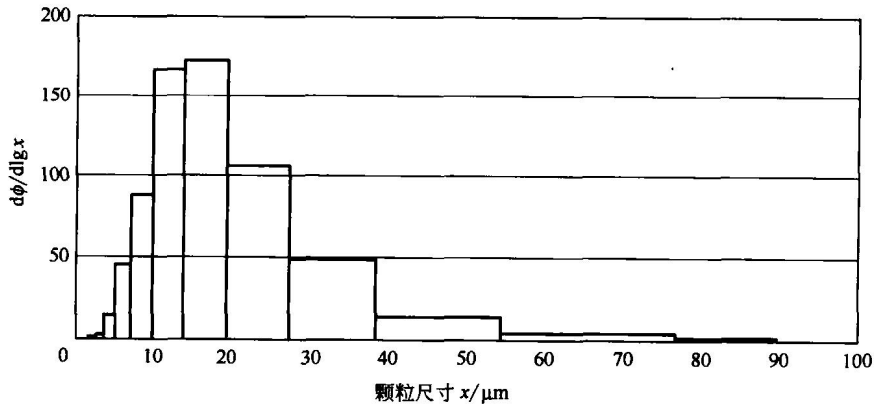


图 1-4 表 1-1 粉体颗粒的对数频率尺寸分布图

1.1.3 平均颗粒尺寸

颗粒的平均尺寸是颗粒的一个重要特征尺寸，通常用于表征和区别不同颗粒的尺寸特征。常用的颗粒平均尺寸有三种，中间尺寸 $d_{50\%}$ 、最大频率尺寸和动量矩平均尺寸 \bar{x} 。其中，中间尺寸 $d_{50\%}$ 是颗粒百分数达到 50% 所对应的颗粒尺寸，可容易地从积累尺寸分布图获得。最大频率尺寸是频率尺寸分布图中颗粒频率峰值所对应的颗粒尺寸，如图 1-5 所示。动量矩平均尺寸 \bar{x} 是在频率尺寸分布图中平均尺寸对纵坐标的动力矩等于所有颗粒尺寸区间对纵坐标动量矩之和，即

$$\bar{x} \sum \frac{d\phi}{dx} \delta x = \sum x \frac{d\phi}{dx} \delta x \quad (1-21)$$

式 (1-21) 可简化为

$$\bar{x} = \frac{\sum x d\phi}{\sum d\phi} \quad (1-22)$$