

武汉大学出版社

全国高等教育自学考试

高等数学(二)

试题解答与分析



主编
关长铭

全国高等教育自学考试

高等数学(二)

试题解答与分析

主 编 关长铭

副主编 杨明增 杨 皓 安学庆

武汉大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(二)试题解答与分析/关长铭主编. —武汉: 武汉大学出版社, 1999. 12

ISBN 7-307-02798-4

I. 高… II. 关… III. 高等数学—高等教育—自学考试—解题 IV. O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 46293 号

责任编辑: 史新奎 责任校对: 李桂珍 版面设计: 支 笛

出版: 武汉大学出版社 (430072 武昌 珞珈山)

(电子邮件: epd@whu.edu.cn 网址: www.wdp.whu.edu.cn)

发行: 新华书店湖北发行所

印刷: 湖北省京山县印刷厂

开本: 850×1168 1/32 印张: 20.5

版次: 1999 年 12 月第 1 版 1999 年 12 月第 1 次印刷

字数: 523 千字 印数: 1—2000

书号: ISBN 7-307-02798-4/O·211 定价: 22.00 元

版权所有, 不得翻印; 凡购买我社的图书, 如有缺页、倒页、脱页等质量问题者, 请与当地图书销售部门联系调换。

前 言

——致自考朋友们

《高等数学(二)试题解答与分析》这本书,送给各位自考朋友们的不仅是1991~1998年底全国及一些省份高等数学(二)的试题解答,而且也送给了各位求得这些解答的方法。

当拿到题目时您首先想要什么?“要答案!”很多人都这么说。这似乎无可非议。但笔者认为,首要的应该是方法。有了正确的方法,正确的答案是它的必然结果;有了正确的方法,一切题目便都迎刃而解了。然而,方法不是凭空设想的,它是正确思维的体现;而正确的思维又来源于对本学科基本知识、基本理论和基本方法的掌握,来源于运用这“三基”去解决问题的不断尝试。这就是说,为了提高我们正确思维的能力,为了使我们能够真正掌握解决与本学科有关问题的基本的、特有的方法,我们必须排除“就题论题”的弊端,把解题训练与知识结构结合起来;必须克服“瞎碰”的侥幸心理,注意理顺解题思路;还必须改掉“题目作罢就完事”的习惯,认真含英咀华,总结规律,培养举一反三的能力。我们坚信,只要坚持下去,日就月将,就一定能够极大地提高各位自考朋友对本学科知识的掌握,以及运用本学科知识去分析并解决具体问题的能力。顺利地通过应试自然更不在话下。

为了实现上述目标,在本书里我们采取了如下措施:第一,分章写出了目的要求及基本知识、基本理论和基本方法;指出了本章的重点、难点及关键;讲明了知识间的内在联系和学习中应注意的问题.便于自考朋友们明确学习的目的要求和对基本内容的掌握.第二,对试题分类,放在相应的知识范畴内,并进行必要的解题方法指导.“拿出一套题,解答一套题”,这对笔者是再轻松不过了.但这种“试题汇编”究竟能带给自考朋友们什么好处,令人怀疑.对所收选的试题按章节、按知识顺序及难易程度分类并非易如反掌,需要内行的、细致的工作.我们如此“自讨苦吃”,完全在于想突出知识结构,以培养按知识规律进行思考和解题能力的训练.为了能给出中肯的、有效的方法指导,在很多题的解答之后我们还给出了“分析”,企图从知识与思维结合上给出解题思路,说明为什么这样而不那样.期望各位自学朋友能从这里吸取营养,以提高自己分析和解决问题的能力.对所选试题按章节分类,无疑可使读者对试题分布能有一个较全面的了解,对于备考也会是有利的.第三,为了检查您的能力,书后还附了几套模拟题,希望您能自信地运用自己所掌握的知识与思维方法去解答.您们会成功的!不要自卑,不要不相信自己已经提高了的能力,不要先去看那些答案.您应该知道,凡是未经过认真思考过的东西,都不会在头脑中形成深刻的印象,“看答案”也一样,它没有进入您头脑的“知识链”,不但形不成能力,而且会很快从记忆中消失掉.

为了还试卷的本来面目,我们从被拆散的试卷里选了 21 份附在书后,以满足自考朋友们希望从整体上去把握它的要求.

每个试题在编入各章时,前面都有个注释.例如(“鄂 98 十”三·5,3/15),它说明此题来自湖北省高等教育自学考试 1998 年 10 月份高等数学(二)试卷的第三大题的第 5 小题,第三大题共 15 分,此题占了 3 分.有些试卷的选择题不分单选、多选,从难度意义上,我们将其编到了多项选择题部分.下篇第 1~9 章试题很少,第 7 章没有试题,为了帮助读者对这部分内容的学习与掌握,

我们给出了少量补充题.

这本书的符号与引用语,均以武汉大学出版社出版的全国自学考试指定教材《高等数学(二)》,即姚慕生、高汝熹主编的《线性代数》和唐国兴主编的《概率统计》为据.

本书由关长铭任主编,杨明增(河南教育学院)、杨皓(中南财经大学)、安学庆(郑州工业大学)任副主编、杜林涛(郑州大学体院)、夏宗新、蒋亚平、朱连军(河南教育学院)等同志参加了编写工作.

这本书能够面世,应该感谢武汉大学出版社社长和责任编辑的关怀与精心安排;也应该感谢河南省自考处舒卫建处长和中南财经大学关绮副教授,他们在资料收集上作了极大的努力.由于水平有限及仓促,难免出错,恳请专家及读者赐教!

关长铭

1999.2 於郑州

目 录

上篇 线性代数

第一章 行列式	3
I. 目的要求	3
II. 基本知识、基本技能和主要公式	3
III. 试题解答与分析	7
第二章 矩 阵	21
I. 目的要求	21
II. 基本知识、基本技能和主要公式	21
III. 试题解答与分析	34
第三章 线性方程组	66
I. 目的要求	66
II. 基本知识、基本技能和主要公式	67
III. 试题解答与分析	75
第四章 线性空间	124
I. 目的要求	124
II. 基本知识、基本技能和主要公式	124
III. 试题解答与分析	130
第五章 特征值问题与实二次型	147
I. 目的要求	147

Ⅱ. 基本知识、基本技能和主要公式	148
Ⅲ. 试题解答与分析	162

下篇 概率统计

第一章 描述统计	219
Ⅰ. 目的要求	219
Ⅱ. 基本知识、基本技能和主要公式	220
Ⅲ. 试题解答与分析	223
Ⅳ. 补充题及其解答与分析	224
第二章 概率的基本概念	227
Ⅰ. 目的要求	227
Ⅱ. 基本知识、基本技能和主要公式	227
Ⅲ. 试题解答与分析	231
第三章 随机变量与概率分布	260
Ⅰ. 目的要求	260
Ⅱ. 基本知识、基本技能和重要分布	260
Ⅲ. 试题解答与分析	270
第四章 抽样和抽样分布	316
Ⅰ. 目的要求	316
Ⅱ. 基本概念、重要定理及常用统计量的分布	317
Ⅲ. 试题解答与分析	322
第五章 参数估计	335
Ⅰ. 目的要求	335
Ⅱ. 基本知识、基本方法和若干重要结果	335
Ⅲ. 试题解答与分析	344
第六章 假设检验	372
Ⅰ. 目的要求	372
Ⅱ. 基本知识和基本方法	372

Ⅲ. 试题解答与分析	379
第七章 工序质量控制和抽样检验	395
I. 目的要求	395
Ⅱ. 基本知识与基本方法	395
Ⅲ. 补充题及其解答与分析	401
第八章 回归分析和相关分析	408
I. 目的要求	408
Ⅱ. 基本知识、基本方法和重要公式	408
Ⅲ. 试题解答与分析	419
第九章 经济预测与决策	434
I. 目的要求	434
Ⅱ. 基本知识和基本方法	434
Ⅲ. 试题解答与分析	441
Ⅳ. 补充题及其解答与分析	442

模 拟 试 题

模拟试题(第一套)	453
模拟试题(第二套)	458
模拟试题(第三套)	463
模拟试题答案	467

全国及部分省份高等数学(二)试题选

一九九一年下半年河南省试题	481
一九九二年上半年全国试题	488
一九九二年下半年河南省试题	495
一九九三年上半年河南省试题	502
一九九三年下半年全国试题	509

一九九四年上半年全国试题.....	515
一九九四年下半年全国试题.....	522
一九九五年上半年全国试题.....	529
一九九六年上半年全国试题.....	536
一九九六年下半年全国试题.....	543
一九九七年下半年全国试题.....	550
一九九八年上半年全国试题.....	558
一九九八年下半年河南省试题.....	564
一九九三年下半年湖北省试题.....	570
一九九五年下半年湖北省试题.....	577
一九九六年十月份湖北省试题.....	583
一九九七年七月份湖北省试题.....	588
一九九八年元月份湖北省试题.....	593
一九九八年四月份湖北省试题.....	599
一九九八年十月份湖北省试题.....	606
一九九八年八月广东省线性代数试题.....	611
试题答案.....	617

上 篇

线 性 代 数

1. The first part of the document is a list of the names of the persons who have been appointed to the various offices of the Board of Directors of the Corporation.

11

第一章 行列式

I. 目的要求

线性方程组是线性代数的一个重要内容,对于其特殊情况——方程个数和未知量个数相等的线性方程组,行列式是用来求解的一个非常有力的工具.此外,在矩阵的一些问题的讨论中也要用到行列式.通过本章的学习,要求达到如下目的:

1. 理解行列式的概念,会求行列式中某元素的余子式及代数余子式.
2. 熟知行列式的性质及行列式的展开规则.
3. 熟练、准确地计算行列式.
4. 能运用克莱姆法则求解简单的线性方程组.

II. 基本知识、基本技能和主要公式

一、行列式的定义

定义 1 一阶行列式 $A = |a_{11}| = a_{11}$, 设 $n-1$ 阶行列式已经定义, 则定义 n 阶行列式为

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= a_{11}M_{11} - a_{21}M_{21} + \cdots + (-1)^{i+1}a_{i1}M_{i1} + \cdots + (-1)^{n+1}M_{n1} \\
&= \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1}a_{i1}M_{i1}.
\end{aligned}$$

其中 M_{ij} 表示元素 a_{ij} 的余子式, 即表示在 A 中划去元素 a_{ij} 所在的行(第 i 行)、所在的列(第 j 列)后剩余元素按原序所组成的 $n-1$ 阶行列式.

若记 $A_{ij} = (-1)^{i+j}M_{ij}$, 则称 A_{ij} 为 A 的元素 a_{ij} 的代数余子式. 这样, 行列式 A 又可以定义为

定义 2

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{i=1}^n a_{i1}A_{i1}.$$

定理 1.1-1 设 A 是 n 阶行列式, 则对任意的 $j(1 \leq j \leq n)$, 有

$$\begin{aligned}
A &= a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \cdots + a_{nj}A_{nj} \\
&= \sum_{i=1}^n a_{ij}A_{ij} \\
&= \sum_{i=1}^n a_{ij}(-1)^{i+j}M_{ij}.
\end{aligned}$$

这是行列式 A 按第 j 列($1 \leq j \leq n$)的展开式, 即行列式等于其任一列的元素与其自己的代数余子式乘积之和.

二、行列式的性质

性质 1 行列式转置后的值不变, 即 $A = A'$.

这个性质表明行列式的行与列的地位的等价性, 即行列式的有关行的性质对于列来说同样成立. 如行列式可以按照列展开, 也可以按照行展开, 即

$$A = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \cdots + a_{nj}A_{nj}$$

$$=a_{i1}A_{i1}+a_{i2}A_{i2}+\cdots+a_{in}A_{in} \quad (1\leq i, j\leq n).$$

性质 2 用某一个数 c 去乘行列式的某一行(或某一列), 得到的行列式的值是原行列式的值的 c 倍. 或者说行列式的某一行(列)的公因子可以提取出来.

推论 若行列式的某一行(列)的元素全为零, 则这个行列式的值为零.

性质 3 行列式的两行(列)互换, 则行列式的值改变符号.

推论 若行列式有两行(列)元素相同, 则行列式的值等于零.

性质 4 如果行列式的某两行(列)成比例, 则行列式的值等于零.

性质 5 若行列式的某一行(列)的元素 a_{ij} 都可以分解成两元素 b_{ij} 与 c_{ij} 之和, 即 $a_{ij}=b_{ij}+c_{ij} (j=1, 2, \cdots, n)$, 则该行列式可以分解为两个相应的行列式之和, 即

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{i1} + c_{i1} & b_{i2} + c_{i2} & \cdots & b_{in} + c_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{i1} & b_{i2} & \cdots & b_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{i1} & c_{i2} & \cdots & c_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

注 此性质只对行列式的某一行(列)是两组数的和时才能分解. 若行列式 A 的每一个元素 a_{ij} 都可以表成两组数的和: $a_{ij}=b_{ij}+c_{ij} (1\leq i, j\leq n)$, 则不能直接分解为

$$|a_{ij}| = |b_{ij}| + |c_{ij}|,$$

即上式在一般情况下是不成立的.

性质 6 把行列式的某一行(列)的元素都乘以一个常数加到另一行(列)的对应元素上,行列式的值不变.

三、行列式的计算

计算行列式时一般常用如下方法:

1. 按照某行(列)的展开式来计算;
2. 利用行列式的性质,将行列式化简或化为上(下)三角形行列式进行计算;
3. 利用范德蒙行列式进行计算.

在计算行列式时,最常用的方法是利用行列式的性质和按行(列)展开行列式,导出一个递推公式,再化为二阶或三阶行列式,或化为上(下)三角形行列式来计算.

四、克莱姆法则

定理 1.4-1 设 A 是一个 n 阶行列式

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

设 A_{ij} 是元素 a_{ij} 的代数余子式(任意 i, j), 则有

$$a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \cdots + a_{nj}A_{nj} = \begin{cases} A, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases}$$

即按列的展开公式为:

$$a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \cdots + a_{nj}A_{nj} = A \quad (j = 1, 2, \cdots, n).$$

同理,按一行的展开公式为

$$a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \cdots + a_{in}A_{in} = A \quad (i = 1, 2, \cdots, n).$$

并且,当 $i \neq j$ 时,有

$$a_{i1}A_{j1} + a_{i2}A_{j2} + \cdots + a_{in}A_{jn} = 0.$$

定理 1.4-2(克莱姆法则) 如果线性方程组

