根据国家教育委员会制订的《复习考试大纲》编写

专升本(非师范类)入学考试参考丛书

高等数学(二)考试参考书

《高等数学(二)考试参考书》编写组

中央广播电视大学出版社

根据国家教育委员会制订的《复习考试大纲》编写

专升本(非师范类)入学考试参考丛书

高等数学(二)考试
参 考 书

《高等数学(二)考试参考书》编写组

中央广播电视大学出版社

(京)新登字 163 号

图书在版编目（CIP）数据

高等数学（二）考试参考书/《高等数学（二）考试参考书》编写组编. --北京：中央广播电视大学出版社，1994. 10

（根据国家教育委员会制订的《复习考试大纲》编写专升本（非师范类）入学考试参考丛书）

ISBN 7-304-01116-5

Ⅰ. 高… Ⅱ. 高… Ⅲ. 高等数学-高等教育-自学参考资料 Ⅳ. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字（94）第 14588 号

高等数学（二）考试

参考书

《高等数学（二）考试参考书》编写组

中央广播电视大学出版社出版

社址：北京西城区大木仓 39 号北门　邮编：100032

北京第二新华印刷厂印刷　新华书店北京发行所发行

开本 787×1092　1/16　印张 13.75　千字 339

1994 年 10 月第 1 版　1994 年 10 月第 1 次印刷

印数 1—13 000

定价 10.00 元

ISBN 7-304-01116-5/G・126

前　　言

1993年国家教育委员会制订了《全国各类成人高等学校专科起点本科班招生（非师范类）复习考试大纲（试用本）》。广大考生在使用该大纲进行复习备考时，由于缺少统一的教材而遇到了很大的困难。为了解决这个问题，我们组织了部分编写和审查大纲的教授和专家，遵照大纲的要求编写了这套《专升本（非师范类）入学考试参考丛书》。它的特点是实用性和针对性均较强，可以帮助考生提高他们在入学前的知识和能力水平。

本套丛书共分26册，包括政治（公共课）、英语、大学语文、图书馆学概论、档案管理学、文学概论、新闻学概论、政治学概论、行政管理学、高等数学（一）、高等数学（二）、财政金融学、会计学原理、环境保护概论、管理学概论、电子技术基础、电路原理、机械设计基础、结构力学、化工原理、地质学概论、医学基础、植物生理学、中医基础理论、民法、刑法等。

由于编写时间较短，不当之处还望各学科专家及广大读者提出宝贵的修改意见，待有机会再版时进一步完善。

该丛书经国家教育委员会考试中心审定，并作为推荐用书。

编　者

1994. 6. 25

目　录

第一篇　专升本复习考试大纲的内容和要求

根据国家教委颁发的 1994～1996 年全国非师范类成人高等学校专升本复习考试大纲的规定，高等数学（二）课程包括的内容和基本要求如下：

第一章　函数、极限和连续

§1.1　函　数

一、基本要求

1. 理解函数的概念，掌握函数符号的用法，会求函数的定义域。

2. 理解分段函数的概念，会求其定义域及函数值。了解隐函数和反函数的概念，会求单调函数的反函数。

3. 掌握基本初等函数的简单性质及其图形。

4. 掌握函数的几种简单性质（奇偶性、有界性、单调性、周期性）。

5. 理解复合函数的概念，会分析复合函数的复合过程。

6. 了解初等函数的概念。

7. 能列出简单的实际问题（经济和几何方面的简单问题）中的函数关系。

二、主要内容

（一）函数的概念

定义　设在某个变化过程中有两个变量 x 和 y，变量 y 随变量 x 而变化，如果变量 x 在实数集合 D 中取某一数值时，变量 y 依照某一规律 f 总有一个确定的数值与之对应，则称变量 y 为变量 x 的函数，记为

$$y=f(x)$$

其中 x 叫自变量，y 叫因变量或函数。

有时为了表示几个不同的函数，还可以用 $\varphi(x)$，$g(x)$，$F(x)$ 等来表示函数。

在上述函数的定义中，很重要的一点是：自变量 x 在 D 上取每一数值时，函数 y 都有确定的数值与之对应，此时我们称函数是有定义的。

定义域　在数轴上使函数 f 有定义的自变量的取值范围 D，称为函数的定义域，记为 $D(f)$。

值域　函数 y 的取值范围，称为函数的值域，记为 $Z(f)$。

当自变量 x 取某一个定值 a 时，函数 $y=f(x)$ 的对应值记为 $f(a)$，有时也记为 $y|_{x=a}$

分段函数　有时还要考察这样的函数，对于其定义域内自变量 x 的不同值，函数不能用一个统一的公式表示，而要用两个或两个以上的公式来表示。这类函数称为“分段函数”。

例如 $y=|x|$，就是一个分段函数，因为它可以写成：

$$y=|x|=\begin{cases}-x & x<0\\ x & x\geqslant 0\end{cases}$$

当 $x<0$ 时，公式为 $y=-x$；当 $x\geqslant 0$ 时，用公式 $y=x$ 来表示（如图 1-1）。这个函数的定义域是（$-\infty$，$+\infty$）。

又如

$$y=f(x)=\begin{cases}x+1 & x<-1\\ 0 & -1\leqslant x\leqslant 0\\ x & x>0\end{cases}$$

也是一个分段函数（如图 1-2）。这个函数的定义域也是（$-\infty$，$+\infty$）。

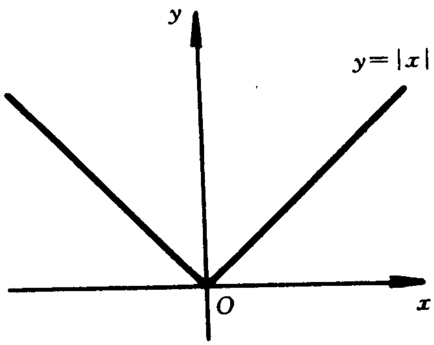


图 1-1

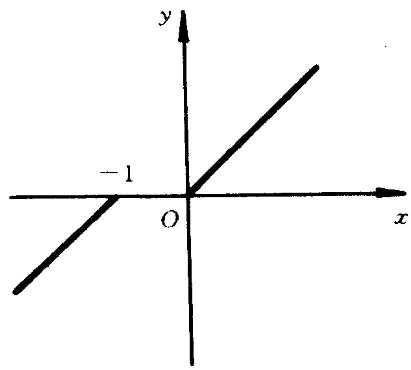


图 1-2

关于分段函数，要注意以下几点：

1° 分段函数是用几个公式合起来表示一个函数，而不是表示几个函数；

2° 因为函数式子是分段表示的，所以各段的定义域必须明确标出；

3° 对分段函数求函数值时，不同点的函数值应代入相应范围的公式中去求；

4° 分段函数的定义域是各项定义域的并集。

隐函数 前面所讲的形如 $y=f(x)$ 的函数，一般称为显函数。其特点是因变量 y 单独地在等号的一边（左边），而另一边（右边）则仅仅是自变量 x 的表达式 $f(x)$。此外，还有一类函数，称为隐函数。

定义 凡能够由方程 $F(x,y)=0$ 确定的函数关系，称为隐函数。

例如 $$x^2+y^2-1=0$$

就是一个隐函数。因为在这个方程中，函数 y 没有用仅含自变量 x 的公式 $f(x)$ 表示出来。不过若由它解出

$$y=\sqrt{1-x^2} \qquad -1\leqslant x\leqslant 1$$

或 $$y=-\sqrt{1-x^2} \qquad -1\leqslant x\leqslant 1$$

它就变成了两个显函数（称每一个显函数为一个单值支，前一支表示上半个圆，后一支表示下半个圆），并称该隐函数为二值函数（多值函数的一种）。

要注意的是：并非所有隐函数都可以解成显函数的。例如开普勒方程

$$y-x-\varepsilon\sin y=0$$

（此处 ϵ 为常数，$0<\epsilon<1$）是一个隐函数，但由它就解不出显函数。

（二）函数的几何特性

1. 函数的奇偶性

定义 如果对于函数 $y=f(x)$ 定义域中的任一点 x，恒有

$$f(-x)=f(x)$$

则称 $f(x)$ 为偶函数。

如果对于定义域中的任一点 x，恒有

$$f(-x)=-f(x)$$

则称 $f(x)$ 为奇函数。

偶函数的图形是对称于 y 轴的（如图 1-3）。

奇函数的图形是对称于原点的（如图 1-4）。

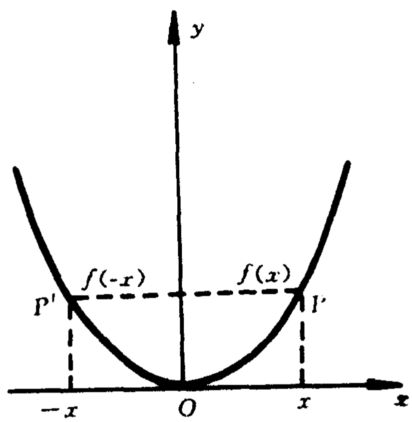


图 1-3

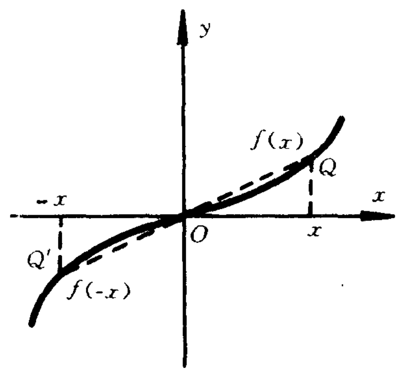


图 1-4

注意：很多函数是没有奇偶性的，切不可认为任何函数都具有奇偶性。例如 $y=x^2+\sin x$ 就没有奇偶性，它既不是奇函数，也不是偶函数。

2. 函数的周期性

定义 对于函数 $y=f(x)$，如果存在一个不为零的常数 T，使得关系式 $f(x+T)=f(x)$ 对于 $(-\infty, +\infty)$ 内的任何 x 都成立，则称 $f(x)$ 为周期函数，称满足这个等式的最小正数 T 为函数的周期。

例如 $y=\sin x$ 就是一个周期函数，周期 $T=2\pi$。

3. 函数的单调增减性

定义 设函数 $y=f(x)$ 在区间 (a, b) 内有定义，如果对于 (a, b) 内的任意两点 x_1 和 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)\leqslant f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内是单调增加的；如果当 $x_1<x_2$，有 $f(x_1)<f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在 (a, b) 内是严格单调增加的；

如果对于 (a, b) 内的任意两点 x_1 和 x_2，当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)\geqslant f(x_2)$，则称函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内是单调减少的；如果当 $x_1<x_2$ 时，有 $f(x_1)>f(x_2)$，则称 $f(x)$ 在 (a, b) 内是严格单调减少的。

由定义可知，在 (a, b) 内严格单调增加的函数 $f(x)$，其图形是沿 x 轴的正向逐渐上升的（如图 1-5）；严格单调减少的函数 $f(x)$，其图形是沿 x 轴的正向逐渐下降的（如图 1-6）。

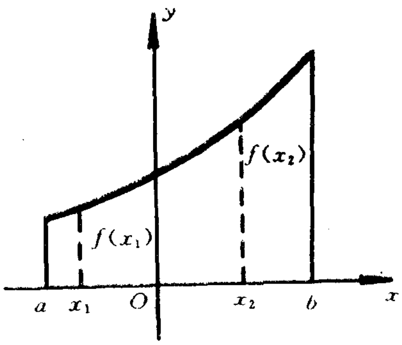


图 1-5

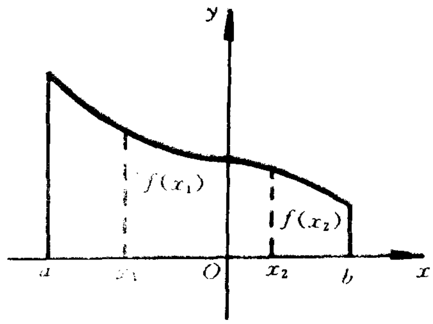


图 1-6

注意：单调性是对一个区间而不是对一个点来讲的。

4. 函数的有界性

定义 设函数 $y=f(x)$ 在区间 (a, b) 内有定义、如果存在一个正数 M，使得对于 (a, b) 内的任意点 x，总有 $|f(x)| \leqslant M$，则称函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内是有界的。否则，称 $f(x)$ 在 (a, b) 内是无界的。

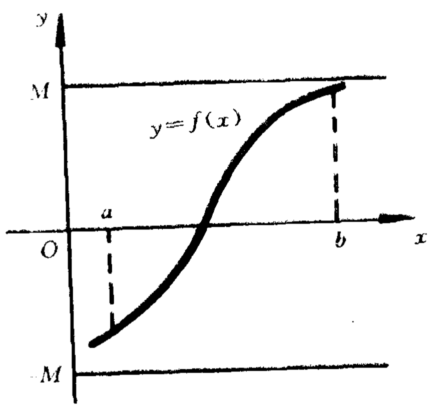


图 1-7

如图 1-7，函数 $y=f(x)$ 在 (a, b) 内有界的几何意义是：曲线 $y=f(x)$ 在区间 (a, b) 内被限制在 $y=-M$ 和 $y=M$ 两条水平直线之间的范围内。

例如函数 $y=\sin x$，因为对任何实数 x，都有 $|\sin x| \leqslant 1$，所以 $y=\sin x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内是有界的，它的图形落在两条水平直线 $y=1$ 和 $y=-1$ 之间。

（三）反函数的概念

定义 设已知函数为

$$y=f(x) \tag{1}$$

如果由此解出的

$$x=\varphi(y) \tag{2}$$

是一个函数，则称它为 $f(x)$ 的反函数，记为 $x=f^{-1}(y)$，并称 $f(x)$ 为直接函数。

由于习惯上往往用字母 x 表示自变量，而用字母 y 表示函数，为了与习惯一致，通常将 (2) 式中的自变量 y 改写成 x，而将函数 x 改写成 y，于是 (1) 式的反函数就变为

$$y=\varphi(x) \tag{3}$$

记为 $y=f^{-1}(x)$。

当然我们也可以说 $y=f(x)$ 是 $y=f^{-1}(x)$ 的反函数，也就是说它们互为反函数。

要注意：函数 $x=\varphi(y)$ 与 $y=\varphi(x)$ 是同一个函数，所以当 $x=\varphi(y)$ 是 $y=f(x)$ 的

反函数时，$y=\varphi(x)$ 也是 $y=f(x)$ 的反函数。

明确了反函数的定义之后，还应知道：

在什么条件下直接函数 $y=f(x)$ 有反函数存在？

以下的反函数存在定理可以回答这个问题。

定理 如果函数

$y=f(x)$，　$D(f)=X$，$Z(f)=Y$

是严格单调增加（或减少）的，则它必定存在反函数

$x=\varphi(y)$，　$D(f)=Y$，$Z(f)=X$

并且也是严格单调增加（或减少）的。

这个定理我们很容易从图 1-8 上来加以理解。

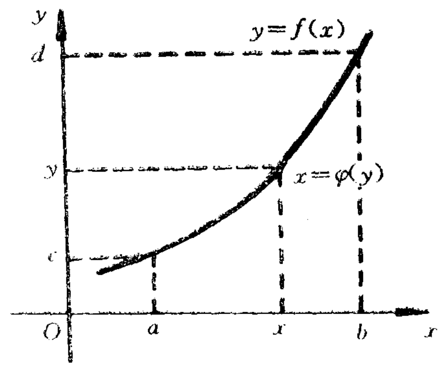


图 1-8

求反函数的步骤：

第一步：从直接函数 $y=f(x)$ 中解出

$$x=\varphi(y)$$

看它是否能成为函数；

第二步：如果 $x=\varphi(y)$ 是函数，将字母 x 换成 y，将字母 y 换成 x，得

$$y=\varphi(x)$$

这就是 $y=f(x)$ 的反函数。

结论：

1. 直接函数 $y=f(x)$ 与它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图形，必定对称于直线 $y=x$（一般地，二者是不同的函数，其图形是不同的曲线）；

2. 直接函数 $y=f(x)$ 与它的反函数 $x=f^{-1}(y)$ 是同一条曲线（二者是不同的函数，但是，它们的图形是同一条曲线）。

根据这个结论，当我们知道了直接函数 $y=f(x)$ 的图形之后，就可利用对称于直线 $y=x$ 的性质画出其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图形；但若要画反函数 $x=f^{-1}(y)$ 的图形，则就是直接函数 $y=f(x)$ 的图形。

（四）基本初等函数及其图形

1. 常数

$$y=c$$

它的定义域是 $(-\infty, +\infty)$，图形是一条平行于 x 轴的直线（如图 1-9）。显然这是个偶函数。

2. 幂函数

$$y=x^{\mu}\qquad(\mu\text{ 为实数})$$

它的定义域随 μ 值的不同而不同，但不管 μ 的值是多少，它在 $(0, +\infty)$ 内总是有定义的。

当 $\mu>0$ 时，它的图形如图 1-10，不论 μ 为何值，它的图形都通过原点 $(0, 0)$ 和点 $(1, 1)$，在 $(0, +\infty)$ 内严格单调增加且无界。

当 $\mu<0$ 时，它的图形如图 1-11，在 $(0, +\infty)$ 内严格单调减少且无界，曲线以 x 轴和 y 轴为渐近线，都通过点 $(1, 1)$。

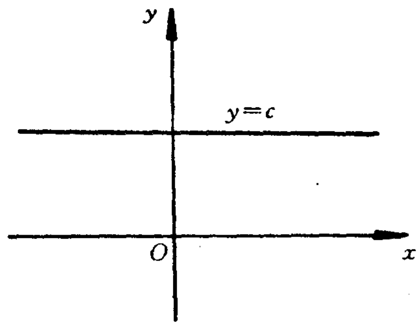


图 1-9

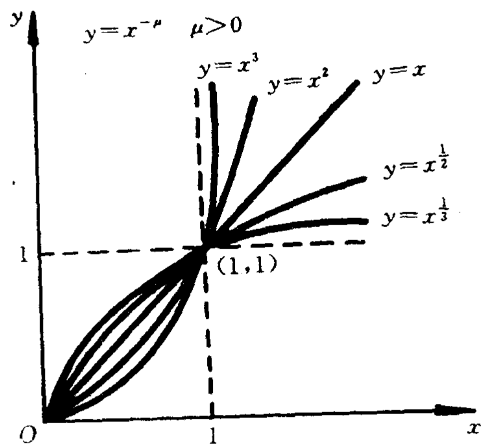


图 1-10

3. 指数函数

$$y=a^x \qquad (a>0,\ a\neq1)$$

它的定义域是（$-\infty$，$+\infty$），由于不论 x 为何值，总有 $a^x>0$，且 $a^0=1$，所以它的图形总是在 x 轴的上方，且通过点（0，1）。

当 $a>1$ 时，函数严格单调增加且无界，曲线以 x 轴的负半轴为渐近线；

当 $0<a<1$ 时，函数严格单调减少且无界，曲线以 x 轴的正半轴为渐近线，如图 1-12。

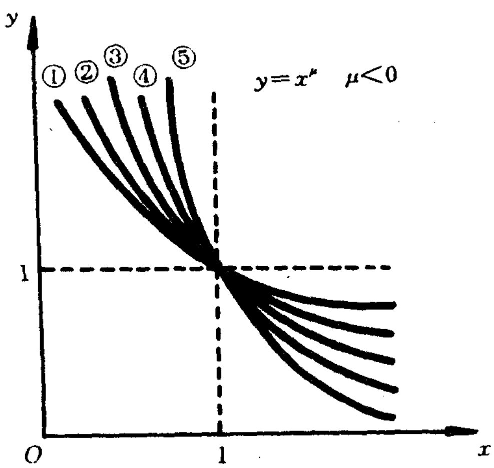


图 1-11

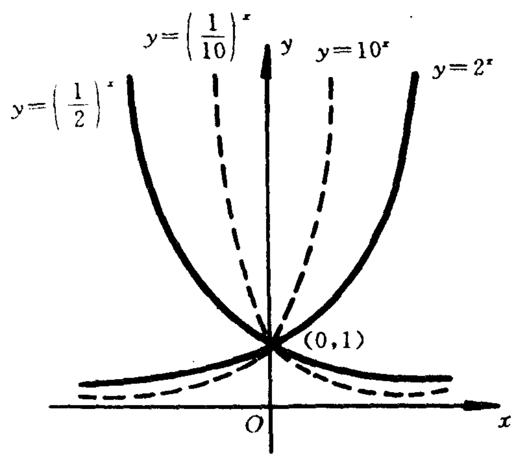


图 1-12

以无理数 $e=2.7182818\cdots$ 为底的指数函数

$$y=e^x$$

是微积分中常用的指数函数。

4. 对数函数

$$y=\log_a x \qquad (a>0,\ a\neq 1)$$

它的定义域为（0，$+\infty$），不论 a 为何值，对数曲线都通过点（1，0）。

当 $a>1$ 时，函数严格单调增加且无界，曲线以 y 轴的负半轴为渐近线；

当 $0<a<1$ 时，函数严格单调减少且无界，曲线以 y 轴的正半轴为渐近线，如图 1-13 所示。

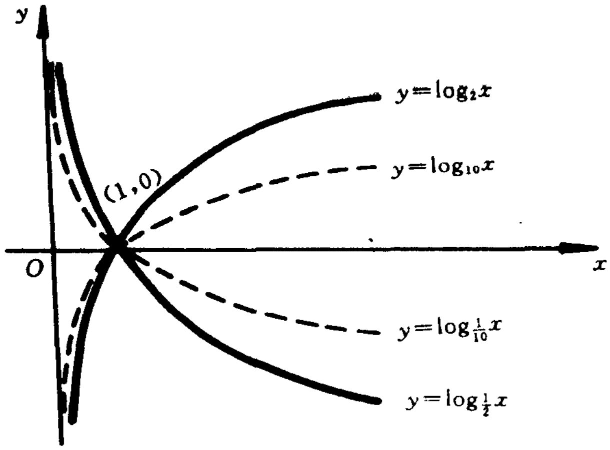


图 1-13

以无理数 e 为底的对数函数

$$y=\log_e x$$

叫自然对数，简记作

$$y=\ln x$$

是微积分中常用的。

5. 三角函数

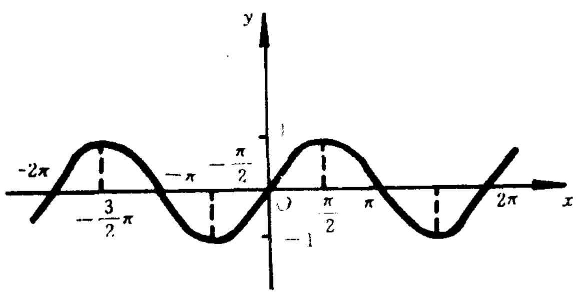


图 1-14

三角函数有以下六个：

$y=\sin x$ $\qquad$ $y=\cos x$

$y=\mathrm{tg}\, x$ $\qquad$ $y=\mathrm{ctg}\, x$

$y=\sec x$　　　　$y=\csc x$

在微积分中，三角函数的自变量 x 一律以“弧度”为单位。例如 $x=1$，就表示 x 等于1个弧度（57°17′44.8″）。

函数 $y=\sin x$ 的定义域为（$-\infty$，$+\infty$），是奇函数，且是周期等于 2π 的周期函数，其图形如图1-14所示。

函数 $y=\cos x$ 的定义域是（$-\infty$，$+\infty$），是偶函数，且是周期等于 2π 的周期函数，其图形如图1-15所示。

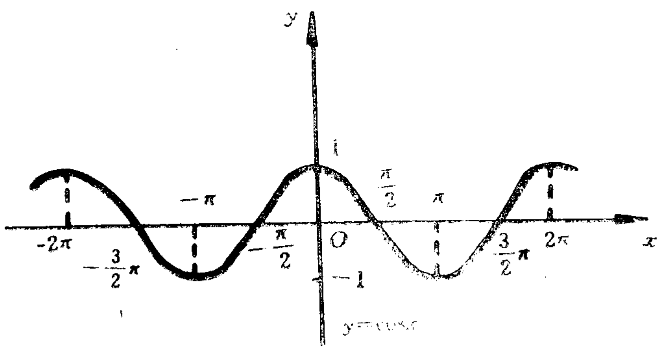
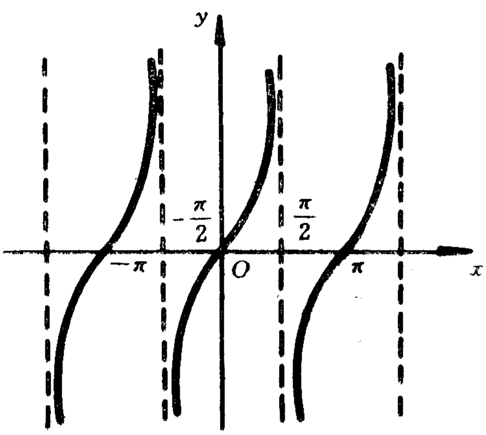


图1-15

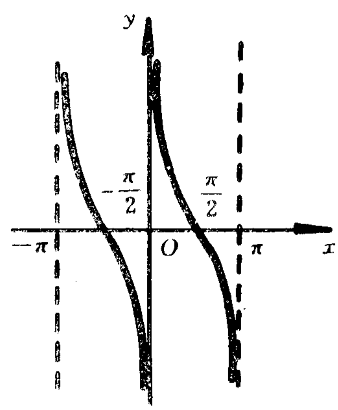
因为 $|\sin x|\leqslant 1$，$|\cos x|\leqslant 1$，所以它们都是有界函数。

函数 $y=\mathrm{tg}x$ 的定义域是除去点 $x=(2k+1)\frac{\pi}{2}$ 后的其它实数（$k=0$，± 1，± 2，…）。它是奇函数，且是周期为 π 的周期函数，其图形如图1-16所示。



$y=\mathrm{tg}x$

图1-16



$y=\mathrm{ctg}x$

图1-17

函数 $y=\mathrm{ctg}x$ 的定义域是除去点 $x=k\pi$ 后的其它实数（$k=0$，±1，±2，…）。它也是奇函数，且是周期为 π 的周期函数，其图形如图 1-17 所示。

6. 反三角函数

常见的反三角函数有以下四个：

$$y=\mathrm{arc\ sin}x \qquad y=\mathrm{arc\ cos}x$$

$$y=\mathrm{arc\ tg}x \qquad y=\mathrm{arc\ ctg}x$$

它们是作为相应三角函数的反函数定义出来的。由于 $y=\sin x$，$y=\cos x$ 在定义域内不单调，它们的反函数不唯一，所以对于 $y=\sin x$，只考虑 $x\in\left[\frac{-\pi}{2},\ \frac{\pi}{2}\right]$，对于 $y=\cos x$，只考虑 $x\in[0,\ \pi]$，以使它们单调，并使其反函数存在。此时我们称反正弦和反余弦取主值，即 $-\frac{\pi}{2}\leqslant\mathrm{arc\ sin}x\leqslant\frac{\pi}{2}$，$0\leqslant\mathrm{arc\ cos}x\leqslant\pi$，它们的图形分别为图 1-18 和图 1-19 中的实线部分。

$y=\mathrm{arc\ sin}x$ 和 $y=\mathrm{arc\ cos}x$ 的定义域都是 $[-1,\ 1]$。

同理，对于反正切函数 $y=\mathrm{arc\ tg}x$，也取主值 $\left(-\frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{2}\right)$，即 $-\frac{\pi}{2}<\mathrm{arc\ tg}x<\frac{\pi}{2}$，它的定义域为 $(-\infty,\ +\infty)$，其图形如图 1-20 所示。

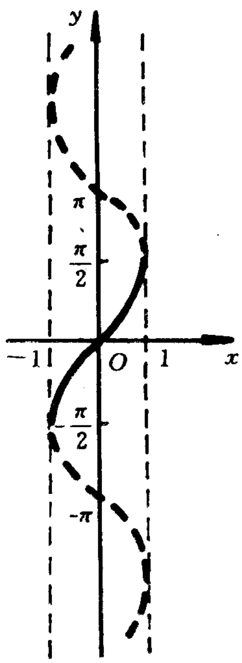


图 1-18

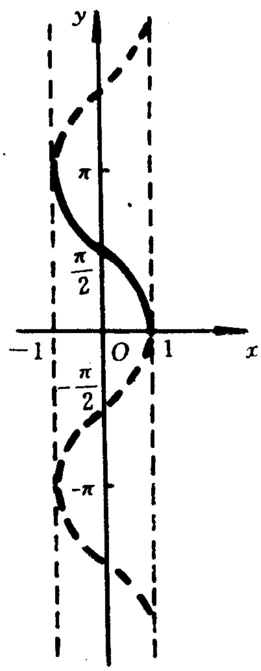


图 1-19

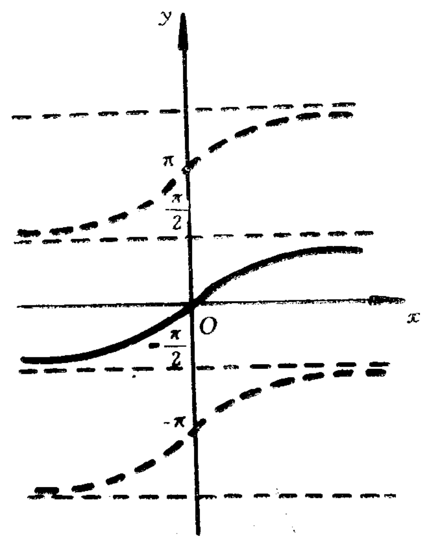


图 1-20

（五）复合函数、初等函数

1. 复合函数

定义：设 y 是 u 的函数

$$y=f(u)$$

而 u 又是 x 的函数

$$u=\varphi(x)$$

又设 X 表示函数 $u=\varphi(x)$ 的定义域的一个子集，如果对于 X 上的每一个取值 x 所对应的 u 值，函数 $y=f(u)$ 有定义，则 y 通过 $u=\varphi(x)$ 而成为 x 的函数，记为

$$y=f[\varphi(x)]$$

这个函数叫做由函数 $y=f(u)$ 及 $u=\varphi(x)$ 复合而成的复合函数，它的定义域为 X，u 叫做中间变量。

所以复合函数实际就是将中间变量代入后所构成的函数。

注意：不是任何两个函数都可以复合成一个复合函数的，例如 $y=\arcsin u$ 及 $u=x^2+3$ 就**不能复合成一个复合函数**。因为对于 $u=x^2+3$ 的定义域 $(-\infty, +\infty)$ 内的任何值 x 所对应的 u 值（都大于或等于 3），$y=\arcsin u$ 都没有定义。

复合函数不仅可以有一个中间变量，还可以有更多的中间变量，如 u，v，w，t 等等。

在求函数的导数时，我们往往要反过来考虑问题。即一个函数是由哪几个基本初等函数（或简单函数）复合而成的？

2. 初等函数

所谓初等函数是指由基本初等函数经过有限次的四则运算（加、减、乘、除）和复合所构成的函数。

初等函数是能用一个分析式表示的。

例如

$$y=\lg(1+\sqrt{1-x^2})$$

$$y=\sqrt{\cos\frac{x}{2}}$$

$$y=\sin(3x-1)$$

$$y=\cos^2(\ln x)$$

等都是初等函数。

（六）列函数式

列函数式的大体步骤如下：

1° 分析实际问题中存在的各种量，弄清楚哪是常量，哪是变量，哪个变量作自变量，哪个变量作因变量。

2° 根据变量间的依赖关系，列出函数式（若有两个自变量，则要找出它们之间的关系，消去多余的自变量）。

3° 由实际问题求出函数的定义域。

列函数式的例题，请参看求最大（小）值的应用问题。

三、典型例题

例 1 函数 $y=\sqrt{3-x}+\sin\sqrt{x}$ 的定义域是（ ）

A. $[0, 1]$ B. $[0, 3]$

C. $[0, 1]\cup[1, 3]$ D. $[0, +\infty)$

解 应选 B.

因为对于函数 $y_1=\sqrt{3-x}$，要求 $3-x\geqslant 0$，所以它的定义域为 $(-\infty, 3]$；

对于函数 $y_2=\sin\sqrt{x}$，要求 $x\geqslant 0$，所以它的定义域是 $[0, +\infty)$；

所给函数 $y=y_1+y_2$ 的定义域是这两个定义域的交集 $(-\infty, 3]\cap[0, +\infty)=[0, 3]$。

例 2 求下列函数的定义域：

(1) $y=\sqrt{\sin x}$

(2) $y=\dfrac{2x}{x^2-3x+2}$

解 (1) $y=\sqrt{\sin x}$，要求 $\sin x\geqslant 0$。因为当 $x\in[0,\pi]$ 时，$\sin x\geqslant 0$，而 $\sin x$ 是以 2π 为周期的周期函数，所以在 $[2\pi,3\pi]$，$[4\pi,5\pi]$，$[6\pi,7\pi]$，…上，都有 $\sin x\geqslant 0$，所以函数的定义域为

$$D(f)=[2k\pi,(2k+1)\pi]\quad k=0,\pm1,\pm2,\cdots$$

(2) $y=\dfrac{2x}{x^2-3x+2}$，因为分式的分母不能为零，所以当分母不为零时函数有定义，即当

$$(x^2-3x+2)=(x-1)(x-2)\neq 0,$$

也就是 $x\neq 1$ 且 $x\neq 2$ 时，函数是有定义的。

所以函数的定义域是除去 1 和 2 的全体实数，即

$$D(f)=(-\infty,1)\cup(1,2)\cup(2,+\infty)$$

例 3 求函数 $y=\lg\dfrac{x}{x-2}+\arcsin\dfrac{3x-1}{5}$ 的定义域。

解 设 $y_1=\lg\dfrac{x}{x-2}$，$y_2=\arcsin\dfrac{3x-1}{5}$

对于 y_1，要求 $\dfrac{x}{x-2}>0$，解之得

(1) $x>0$，且 $x-2>0$

$\therefore\ x>2$

或 (2) $x<0$，且 $x-2<0$

$\therefore\ x<0$

因此 y_1 的定义域为 $x>2$ 或 $x<0$。

对于 y_2，由反正弦的定义知，应有，

$$\left|\frac{3x-1}{5}\right|\leqslant 1,\ \text{即}\ -1\leqslant\frac{3x-1}{5}\leqslant 1$$

$$\therefore\ -5\leqslant 3x-1\leqslant 5$$

解之得
$$-\frac{4}{3}\leqslant x\leqslant 2$$

因此 y_2 的定义域为 $[-\frac{4}{3},2]$。

由于 $y=y_1+y_2$，所以函数 y 的定义域是上述两个定义域的交集，即

$$D(f)=\{x|x>2\text{ 或 }x<0\}\cap\{x|-\frac{4}{3}\leqslant x\leqslant 2\}$$

$$=\{x|-\frac{4}{3}\leqslant x<0\}$$

例 4 已知函数 $f(x)$ 的定义域是 $[0,1]$，求函数 $f(x+a)\quad(a>0)$ 的定义域。

解 由于 $f(x)$ 的定义域是 $[0,1]$，因此求 $f(x+a)$ 的定义域的问题就变成了求 x 的取值范围，使得 $0\leqslant x+a\leqslant 1$，即 $-a\leqslant x\leqslant 1-a$。所以 $f(x+a)\ (a>0)$ 的定义域为 $[-a,1-a]$。

例 5 已知函数为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x-1} & x<0\\ x & 0<x<1\\ 2 & 1\leqslant x\leqslant 5\end{cases}$$

求 $f(-1)$，$f(\frac{1}{2})$，$f(3)$ 及其定义域。

解 $f(-1)$ 的值由第一段的公式去求（因为 $x=-1$ 在 $x<0$ 的范围内），所以 $f(-1)=\dfrac{1}{-1-1}=-\dfrac{1}{2}$。同理有

$$f(\frac{1}{2})=\frac{1}{2}$$

$$f(3)=2$$

其定义域是三个定义域的并集，即

$$\begin{aligned}D(f)&=(-\infty,0)\cup(0,1)\cup[1,5]\\&=(-\infty,0)\cup(0,5]\end{aligned}$$

例 6 判定 $y=x^4-2x^2$ 的奇偶性。

解 设 $y(x)=x^4-2x^2$，其定义域为 $(-\infty,+\infty)$。因为

$$y(-x)=(-x)^4-2(-x)^2=x^4-2x^2=y(x)$$

所以 $y=x^4-2x^2$ 是偶函数。

例 7 判定 $y=x\cos x$ 的奇偶性。

解 $y(x)=x\cos x$，其定义域为 $(-\infty,+\infty)$。因为

$$\begin{aligned}y(-x)&=(-x)\cos(-x)\\&=-x\cos x=-y(x)\end{aligned}$$

所以 $y=x\cos x$ 是奇函数。

例 8 设 $y_1=f_1(x)$，$y_2=f_2(x)$ 都是偶函数，其定义域均为 $D(f)$。试证明：$f_1(x)\cdot f_2(x)$ 是偶函数。

证 设 $F(x)=f_1(x)\cdot f_2(x)$，定义域为 $D(f)$

$$\begin{aligned}\because F(-x)&=f_1(-x)\cdot f_2(-x)\\&=f_1(x)\cdot f_2(x)\text{（因为 }f_1(x),\ f_2(x)\text{ 均为偶函数）}\\&=F(x)\end{aligned}$$

所以 $f_1(x)\cdot f_2(x)$ 为偶函数，即两个偶函数的乘积是偶函数。

同样我们可以证明：

两个奇函数的乘积是偶函数。

奇函数与偶函数的乘积是奇函数。

两个偶函数的和是偶函数。

两个奇函数的和是奇函数。

例 9 设 $f(x)$ 为 $(-\infty,+\infty)$ 上的任一函数，则 $F(x)=f(x)-f(-x)$ 必为（ ）。

A. 偶函数　　B. 奇函数

C. 非奇非偶函数　　D. 恒等于零的函数

解 应选 B 因为