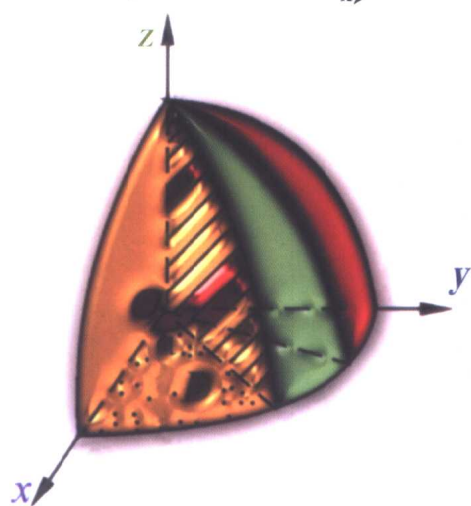
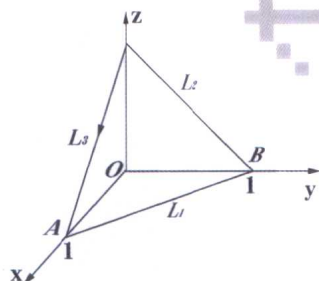




DAXUEWENKESHUXUE

林 群 主 编

大学 文科数学



河北大学出版社

大学文科数学

主编 林群
副主编 何震
主审 吴从炘
编者 刘法藏 王敏章
李密堂 揣建军
郭迎春 赵林坤

河北大学出版社

责任编辑:韩 勇

封面设计:赵 谦

责任印制:李晓敏

图书在版编目(CIP)数据

大学文科数学/林群主编. — 保定:河北大学出版社,
2002. 12

ISBN 7-81028-906-3

I. 大... II. 林... III. 高等数学-高等学校-教材 IV. 013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 109556 号

出版:河北大学出版社(保定市合作路 88 号)

经销:全国新华书店

印制:河北新华印刷一厂

规格:1/32 (880mm×1230mm)

印张:10 字数:230 千字

印数:00001~10100 册

版次:2002 年 12 月第 1 版

印次:2002 年 12 月第 1 次

ISBN 7-81028-906-3/O·31

定价:16.00 元

序 言

一、从三角测量到微积分

数学与人文科学有何不同?数学需要证明,一般人望而却步,这是因为证明通常是由少数几条最简单的,或一目了然的“公理”出发,由一连串的逻辑推理演绎出那些甚至是难以置信的结论,中间环节太长,容易使人陷入迷宫,失去线索。因此,如何做到发明(创新)在先,证明在后,使人居高临下一目了然,便值得探讨。

在数学发展中,最重大的一步是微积分的创立。如何使人文学生也能理解赏识这一步进展呢?本引论将大学微积分当作中学三角测量的自然延续或必然产物。

由于本书是写给人文学生的,因此,以故事的方式开始微积分的讨论。

笔者在参观一棵古树时,导游说它年年都在长高,要由工程师来测量。游客多感困惑:是否要将古树砍倒或爬上树顶才能测出树高呢?可是,学过中学三角测量的人,便知道无须砍树或爬树,只需

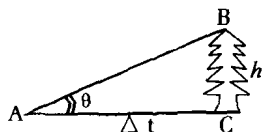


图 0-1

要离开树根一段距离 Δt , 然后测量到树顶的仰角 θ , 便算出树高。

$$h = \operatorname{tg} \theta \cdot \Delta t$$

所以, 数学是靠角度的概念和计算推理的方法, 这些软的东西, 来代替纯试验(砍树或爬树)的这些硬方法。这就是数学的力量。

以上遇到的是树高的测量, 它只需要用中学的知识: 直角三角形的边角关系。可是, 一旦要测量山高, 单纯的中学知识不够用了, 这时便要用到微积分或“微元法”:

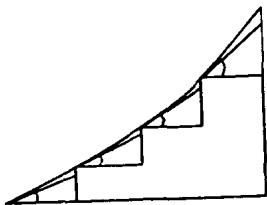


图 0-2

将长的山坡变成无穷段短的山坡, 于是总山高的测量又回到了无穷段小的直角三角形高的测量, 再将后者的测量结果加起来, 便得到总山高的测量。所以, 微积分实际上是无数次三角测量之和。这种将大学新知识(曲边三角形求高)建筑在无数个中学旧知识(直角三角形求高)之上的方法才是认识新事物的可靠方法。

以上是几何, 直观、一目了然但不精确: 将曲边三角形变直时,

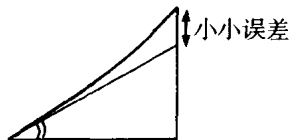


图 0-3

每一段测高都有小误差, 虽然越分越小时每一段的误差也会减小, 但是, 这些越来越小的误差加起来还是小误差吗? 这就必须用代数

来表达,然后精确地算出每一段的误差是如此之小,以至于它们的之和仍然很小。这就是微积分基本定理所要证明的。

1. 分而治之和不分治之

求山高或坡长,我们都用了分段治之或走一步看一步的办法,这是一个处理大系统(或非直边系统)的普遍办法。一个大系统被分割为许多小系统,每一个小系统容易治理(当作直的,利用眼前看到的,瞬间的或边际的),只含有小小错误。这些小小错误加起来,也不过是一个小错误(这与常识有所不同,人们可能以为小小错加起来也是大错)。反之,若不分而治之,不是走一步看一步,光凭眼前看到的,瞬间的或边际的讯息来治理全局,要犯大错。

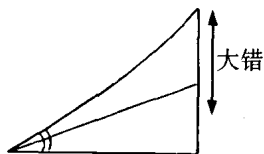


图 0-4

所以,只有分而治之,才能将大错降为小错。这是保守但保险的办法。这就是管理学的基本原理。这大概也是为什么大企业要分散经营,“鸡蛋不要放在一个篮子里”;要分权,集体领导,不要一言堂;要分工,专业化,不要一家包办。这可能也是市场经济、微观经济的基本原理,即“让人人都去争取自己的最大利益,社会便趋于平衡”。

当然,也不是分得越细就越好,细分要付出代价(机构臃肿)。该细则细,该粗则粗,变化剧烈时细分,变化平缓时粗分。

这样,可能用低投入达到同一效果,即高效率。

以上说过,用眼前看到的或瞬间的或边际的讯息来治理全局,要犯大错。但是,的确也存在这种可能,以某一瞬间的讯息,可以一

步刻画全局,即不分治之。

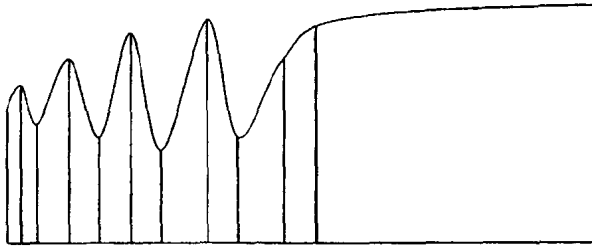


图 0-5

2. 面积和高

微积分基本定理所包含的内容很丰富,它使面积的计算发生了革命。

积分学的来源最初来源于曲边梯形面积的计算。

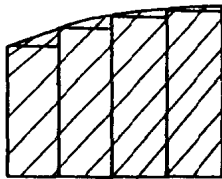


图 0-6

这需要涉及“无穷”的运算,公元前只有阿基米德这样的绝顶天才,对于极特殊图形(曲边为抛物线)绞尽脑汁,才侥幸成功。但是,到了 17 世纪,牛顿和莱布尼兹发现,无需天才,每一个大学生都可以不费脑筋,只用几分钟,便将一张曲边图形下的面积转换为另一张曲边图形下的高。

即把面积的计算转换为高的计算,而高的计算我们已知它可由微积分基本定理实现之。这不能不说是面积计算上的革命。

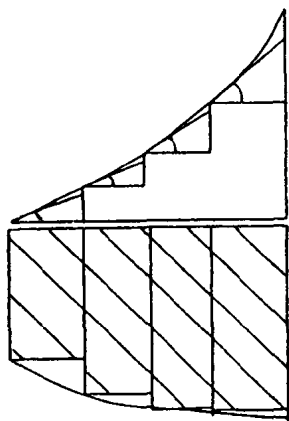


图 0 - 7

在上面图形中我们看到,这是一张山高图,下面是山坡切线斜率图,下面图中每一块狭条矩形的面积,等同于上面图中每一个微分三角形的高。所以,下面各块狭条矩形面积之和等同于上面各个微分之和,当狭条无限变窄时其总面积就等同于总高。

阿基米德的求积法也是采取分而治之,其中在狭条上求面积只有小小误差,于是整体求面积也不过是小误差(即小小误差的和不过是小误差)。这里还有一个问题:我们能不能不分治之,一步到位呢?也就是说我们能不能一下子就把这个面积算出呢?事实上,这是可以做到的,的确存在这样一个矩形:

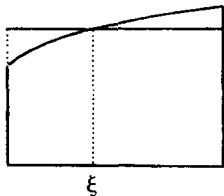


图 0 - 8

其面积恰好等同于曲边图形的面积。遗憾的是,我们无法预知这个矩形应该安在何处。安错了将造成大错。所以,还是分而治之,多步到位的方法保险(只能有小错)。

可是,有了微积分基本定理,几分钟便能找到另一曲边图形,其高等同于原来图形的面积,一步到位,既快又准(无误差)。在管理学中,也有这样的原理吗?

微积分在物理学中有更多的应用。但是,物理学的概念往往比几何学抽象,甚至要借助几何学才易理解,所以我们这里就不涉及物理学了。

3. 微分方程及算法

微积分基本定理说明,给定图形的切线斜率,或微分数据,可以求得图形本身。这里从图形的微分数据(= 已知)求出图形自身,就叫做微分方程的求解。于是,从已知曲线的切线斜率来求曲线本身这个问题就成为建立最简单的微分方程的一个模型。后来的微分方程可以搞得很复杂,但其作用大致如此。

18 世纪,欧拉曾根据图形的切线,绘出图形:

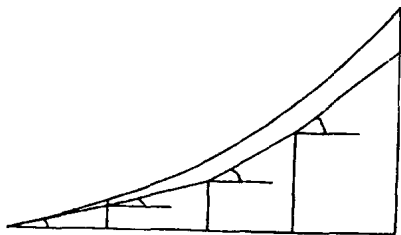


图 0-9

它不过是将体现微积分基本定理的图上的切线平移,使各段切线的头尾相接,成为一条连续的分段折线。近代科学计算方法,

往往将分段折线解当作曲线解,即源于此。

二、文科学生学习数学知识意义重大

数学在过去的一个世纪得到了空前的发展,特别是数学各学科,数学和其他学科之间的互相渗透不断加强,使数学作为科学的基础地位更进一步的显示出来。通过数学在一系列新领域的应用,使它的语言、方法不断创新,能够刻划和研究的领域逐步扩大,数学不但在自然科学领域中的应用越来越广泛,而且许多的社会学、经济学、语言学等领域也不断地应用数学的量化技术来研究问题,取得了丰硕的成果。特别是近些年来计算机迅猛发展,通过计算机进行设计、制造、控制、运行、试验、分析等操作,已成为现代化社会中一种不可替代的专门技术,这就是数学技术。因此数学已形成了基础数学、应用数学和数学技术三大学科体系并使之成为综合国力强弱的重要象征和组成部分。

由于我国高中阶段过早的文理分科,招生又分文理科,因此文科学生数学水平偏低,这对他们今后的成长十分不利。对于一名文科大学生来说,虽然他毕业后一般不去从事物质生产或自然科学的研究,但他生活在现代科学技术飞速发展的社会,他却不能没有现代科学与现代技术的基本观念。因为这些技术与观念已经渗透到社会政治、经济、科技、文化的一切领域,而在这个政治、经济、文化、科技汇成一体的现代社会中,不仅仅是科技人员,而且要求其他从事文化教育、行政管理以及在一切社会上层建筑部门工作的社会成员也应具有一定的现代科技的基本素养。现代科技文化已是当今社会文化中的一个基本组成部分,一个人若是在其文化素养中缺少它,就无异于文化缺钙,甚至是现代文化半盲。这样的人无论在什么工作岗位上,其社会洞察力和思维能力必然会受到很

多局限,让这样的人去管理一个部门,则这个部门就可能成为急流中的失舵之舟。

数学与社会科学的联系在日益加深的程度,恐怕多数人是意想不到的,下面从一些人文学科的发展说明数学的重要作用。

1. 语言学

用数学方法研究语言现象是给语言定量化与形式化的描述,称为数理语言学。它既研究自主语言也研究人工语言,例如计算机语言。数理语言学包含三个分支:

(1) 统计语言学。它利用统计方法处理语言资料,衡量各语言的相互关联程度,比较作者的文体风格,确定不同时期的语言发展特征等等。

(2) 代数语言学。借助数学与逻辑方法提出精确的数学模型,并把语言改造成现代科学的演绎系统以便适用于计算机处理。

(3) 算法语言。借助图论方法研究语言的各种层次,控制语言的潜在本质,解决语言学中的难题。

2. 文学

数学物理中的频谱分析与快速傅立叶变换是较高深的数学知识。令人吃惊的是这一方法已被成功地运用于文学研究。文学作品中的微量元素,即文学的“指纹”,也就是文章的句型风格,其判断的主要方法是频谱分析。日本有两位著名作者多正文和安本实典就大量的应用频谱分析来研究文学作品以致于随便拿来一段文字,不讲明作者,通过句型风格的分析,就可以知道作者是谁,就像通过研究“指纹”来抓罪犯一样准确无误。

3. 史学

且不说考古学中要用大量的数学知识。就拿普通的史学研究来说,数学方法的运用为历史研究开辟了许多过去不为人重视或不曾很好利用的历史资料的新领域,并且极大地影响着历史学家运用文献资料的方法,影响着他们对原始资料的收集和整理以及分析这些资料的方向、内容和着眼点;另外,数学方法正在影响着历史学家观察问题的角度和思考问题的方式,从而有可能解决用传统方法所不能解决的难题。数学方法的运用使历史学研究趋于严谨和精确,而且对研究结果的检验也有重要意义。如 1986 年在上海陆家嘴发现了元朝玉挂,通过研究发现过去多篇关于研究玉挂的文章由于作者不懂数学而把最宝贵的信息漏掉了,原来这个玉挂中含有一个四阶魔方,过去认为,只有印度才有的这种魔方,这件玉挂证明中国也有,而且在中国要早于世界几百年。

4. 哲学

数学对哲学始终起着重大作用,并受哲学影响。如数学中的无限、连续等概念一出现就成为哲学研究的对象。自古希腊起唯物主义、唯心主义的斗争就贯穿着数学的全部历史。并且数学对逻辑学的发展,起着明显的作用。从 19 世纪中叶起这个作用得到了进一步的加强,并对逻辑自身改造产生巨大影响。20 世纪的分析哲学、结构主义以及系统哲学都与数学的发展息息相关。

从以上分析可以看出“一个国家的科学进步可以用它消耗的数学来衡量”(A. N. Rao 语)。“纯粹数学与应用数学是理解世界及其发展的一把主要钥匙”(2000 年是世界数学年的里约热内卢宣言)。世界需要这把钥匙,生活在现代社会的人都需要这把钥匙。因此在文科中开展数学教育是时代的要求,势在必行。

文科学生学习数学主要是为了培养他们的科学思维习惯,使文科学生正确认识数学的作用从而受到科学思维的训练。数学有两大特点是别的学科难以代替的,一个是理解和运用符号的能力,另一个是严密的推理能力。

理解和运用符号的能力是抽象能力的一部分,从小学的数学运算到中学的代数运算——最初的符号运算,到大学的函数、泛函的运算,是一个逐步深化的过程,理解和运用符号的能力必须在青少年时期学习,成年之后再学习效果较差。虽然外语是符号,文字也是符号,但它们都是训练如何用确切的词、句表达自己的意思,而数学是训练运用符号进行推理和运算的能力,这和计算机的思维方式是相通的,这种作用是语文教育难以替代的。数学的学习是以理解为基础的,没有理解的东西怎么记也记不住,不能像语文或外语那样以集中时间突击的方式来学习。它是一个循序渐进、潜移默化的过程,还必须通过一定数量的练习,才能熟悉符号的含义及进行运算,以达到能用这一技能进行定量分析的目的。

数学教育的另一个重要作用是培养严密的推理能力。逻辑推理能力对任何一门学科都是需要的。数学在这一点上有它特殊的不可替代的作用。它引导学生作一种理性的思考。无论哪一门学问,它的体系建立、结构层次、分析判断都需要理性的、合乎逻辑的描述和说明,即说话要有理有据。而社会科学研究非常需要严密的思维和推理能力,因此数学教育对人文科学人才所起的作用不仅限于提供了解决问题的工具和手段,还训练了高层次的理性分析人才。如果一个在人文科学领域工作的学者能有较高的理性思维素养,必将会变得思想活跃,思路敏捷,放出创造性的异彩。

马克思曾经指出:“一种科学只有成功地运用数学时,才算达到了真正完善的地步。”数学的高度抽象性,逻辑的严密性,结论的精确性,用途的广泛性几大特点对社会科学的反作用是巨大且

持久的,数学方法向社会科学领域的推广应用,往往能开创新的研究领域,所以,文科学生学习数学势在必行,社会科学的数学化必将成为现代社会发展的一个显著特征。让我们学好数学,用好数学,为创造美好的明天而努力学习。

编 者

2002 年 12 月

目 录

序 言	(1)
一、从三角测量到微积分	(1)
二、文科学生学习数学知识意义重大	(7)
第 1 章 用初中知识导出微积分的思想	(1)
§ 1 树有多高	(2)
§ 2 过山车爬高	(3)
§ 3 微积分	(6)
§ 4 为微积分画像	(7)
§ 5 牛顿的世界模式	(8)
§ 6 其他案例	(10)
第 2 章 导数与微分	(19)
§ 1 函数和曲线	(19)
§ 2 极限及其计算	(30)
§ 3 连续函数	(39)
§ 4 切线及斜率	(42)
§ 5 导数与微分	(46)
§ 6 求导法则	(56)
§ 7 微分中值定理	(65)
§ 8 用导数研究函数的性质	(69)
第 3 章 积 分	(80)
§ 1 微分和积分	(80)
§ 2 关于微分和积分关系的例	(83)
§ 3 不定积分的概念	(86)

§ 4	不定积分和积分法	(94)
§ 5	定积分的性质	(101)
§ 6	定积分的计算	(104)
§ 7	定积分的应用	(109)
§ 8	数学应用实例	(114)
第 4 章	线性代数	(125)
§ 1	行列式	(125)
§ 2	矩 阵	(145)
§ 3	线性方程组	(163)
第 5 章	概率论	(187)
§ 1	基本概念	(187)
§ 2	条件概率与独立性	(201)
§ 3	随机变数及其数字特征	(213)
第 6 章	数理统计	(235)
§ 1	基本概念、抽样定理	(235)
§ 2	参数点估计	(243)
§ 3	参数的区间估计	(250)
§ 4	假设检验	(260)
练习题参考答案		(273)

第 1 章 用初中知识导出微积分的思想

微积分是现在科学的语言和工具,有的专业在大学要学二至三个学期,那么它的原理是否可以不用公式,只用常识,也能讲得让只有初中知识的人听懂呢?具体地说,能否用一个自然事件来解释或由一张画像来看清呢?

托尔斯泰曾经说过:一种哲学的基本原理,若不能讲得让 15 岁的孩子听懂,我就不承认那是哲学。

中国谚语:假传万卷书,真传一句话。

弗洛伊德也说过:要看不要想,真看懂了就不要想。

笔者力图使微积分学的基本原理像 B 超图和透视图一样,放在面前,一目了然。

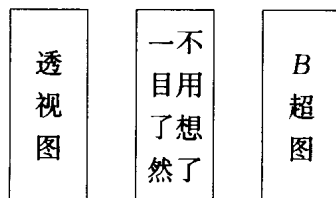


图 1-1

科学家的可贵之处在于他们的善于观察,勤于思考,勇于探索。据说牛顿自己讲,他的万有引力理论是由苹果落地引出的。有一幅漫画:牛顿在树下思考,正好看到苹果下落,使他迸发出来万有引力的概念。那么,牛顿的微积分又是怎么出台的呢?是否也是由一个什么自然事件所激发的?是否可以由一张画像看清它。牛顿没有遗言,只有我们自己去体验。