

数 学

配合新颁中学教学大纲使用

初中数学

王 剑 青 等 编

北京师范学院出版社



初中数学教与学

王剑青 马惠生 主编

北京师范学院出版社

1988年·北京

配合新颁中学教学大纲使用

初中数学教与学

王剑青 马惠生 主编

*

北京师范学院出版社出版

(北京阜成门外花园村)

新华书店首都发行所发行

国防工业出版社印刷厂印刷

*

开本: 787×1092 1/32 印张: 6.625 字数: 140千

1988年1月北京第1版 1989年1月北京第2次印刷

印数: 268 001—218 000册

ISBN 7-81014-135-X/G·130

定价: 2.00元

顾问 鲍 霁

主编 蔡健光

副主编 张国栋 高建军

编委 (以姓氏笔划为序)

马 明 王立根 王绍宗 刘玉贞 华跃义

孟学军 张国栋 胡炯涛 高建军 董凤举

鲍 霁 蔡健光

丛书小引

鲍 霁

在《全日制中小学各科教学大纲修订说明》的《前言》里，国家教委中小学教材审定委员会办公室指出：“最近经国家教委批准正式颁发的18个学科教学大纲，是修订现行教学大纲”而成的，是“今后一段时期过渡性教学大纲”。同时又指出：“这个教学大纲在新的教学计划和教学大纲全面实施前，将作为中小学教学的依据，考试的依据，教学质量评估的依据和编写教材的依据。”因此，这个教学大纲理所当然地受到全国中小学教师的普遍关注，而如何更快更好地把它贯彻到自己从事的教学实践中去，则成为大家集中思虑的问题。

向来以推动我国中小学教育事业发展为已任的北京师范学院出版社，闻讯后，随即会同《北京科技报》编辑部，共同邀请全国十四所著名中学（北大附中、人大附中、北师大二附中、北京师院附中、天津南开中学、华东师大一附中和二附中、上海师大附中、南京师大附中、福州一中和三中、东北师大附中、苏州中学、杭州学军中学）和北京教育学院二部的一些教学经验丰富且成绩显著的教师，针对大家所集中思虑的这个问题进行了深入讨论，并最后商定分工合作，各扬所长，以改革的精神为指导，编写一套配合中学语文、数学、英语、物理、化学各种教学使用的参考性读物；每科初中和高中总的各编写一册。这套丛书每册均题名为“教与学”。

有人可能会问，编写这套丛书既然是为了帮助解决教师所思虑的问题，那为什么在“教”之外还要冠名以“学”呢？这是因为，教与学是构成整个教学过程的基本矛盾的两方面，对立统一，不可分割。况且，教是为了学，教好是为了学好。不以学生学好为出发点的教师，很难教好；不了解教师的教学目的、内容和方法的学生，也不易学好。引申而言，这套丛书固然可供各种教师参阅，同时可供学生参阅。正是基于这样的认识，我们期望这套丛书能成为中学师生的益友良师。

我们知道，任何期望的实现都是要付出代价的，而我们这个期望的实现，更要经过切实的努力。为此，我们早在一年前就着手准备，延请名师，组织队伍，深入研讨，认真编写，并成立编委会，出头把关，务求系统完整，科学实用。至于我们的期望能否实现，还有待实践检验，而中学师生是最权威的检验员。

1987年10月于北京花园村

目 录

关于初三数学复习的几点建议	1
第一章 实数	8
第一节 实数的有关概念	8
第二节 实数的运算	12
练习一	15
第二章 代数式	18
第一节 整式与分式	18
第二节 根式	26
练习二	31
第三章 方程、方程组与不等式	35
第一节 方程与不等式的基本知识	35
第二节 一次方程（组）和一次不等式（组）	38
第三节 一元二次方程和二元二次方程组	44
练习三	56
第四章 指数与对数	62
第一节 指数	62
第二节 对数	66
练习四	69
第五章 函数	72
第一节 平面直角坐标系	72
第二节 函数	74

第三节 正、反比例函数和一次函数	78
练习五	88
第六章 解三角形	85
第一节 三角函数	85
第二节 解直角三角形	91
第三节 解斜三角形	98
练习六	100
代数自我检查题 (A)	104
代数自我检查题 (B)	108
代数自我检查题 (C)	109
练习答案	112
第七章 直线形	118
第一节 关于全等三角形	122
第二节 线段或角不等关系的证明与计算	125
练习七	127
第三节 成比例的线段	128
第四节 三角形相似	130
练习八	135
第五节 平行四边形	137
第六节 梯形	140
练习九	142
第七节 面积	144
练习十	148
第八章 圆	150
第一节 圆的基本性质	153
第二节 与圆有关的角	165
练习十一	160

第三节 圆与圆的位置关系	163
第四节 圆与四边形的位置关系	165
练习十二	168
第五节 圆内比例线段	170
练习十三	174
第六节 正多边形与圆的度量	175
练习十四	178
第九章 基本作图与基本轨迹	181
第一节 四种命题及间接证法	183
第二节 基本作图	185
第三节 基本轨迹	187
练习十五	188
综合练习 (A)	192
综合练习 (B)	193
练习答案	196

关于初三数学复习的几点建议

初三数学复习是一个重要的环节，既能使学生全面且系统地掌握初中阶段学习过的基础知识，又能培养分析和综合的能力，为进一步学习数学创造条件。

初三复习大致可分以下几个环节。

一、抓好两头

教师要认真学习《教学大纲》，明确国家对初中数学教学的质量要求；另一头，教师也应抓好学生的知识实际，了解哪些知识掌握得比较好，哪些知识存在问题。“抓两头”这一工作应贯穿在整个复习过程之中。

初三数学总复习前，可留些时间让学生阅读教材，回顾已经学过的知识。教师则可随着学生阅读的进度，指出《教学大纲》的要求。当学生通读教材后，可以进行一次双基练习。这一次练习的难度不要太高，知识点要多，覆盖面要广。练习后可作一次质量分析，使学生了解自己对基础知识与基本技能的掌握情况。

二、加强双基

在系统复习的过程中，要重视学生对双基的训练，可要求学生做到下列几点：

1. 对定义、概念叙述准确、理解正确；
2. 不但会叙述和证明定理，还要了解它的应用；
3. 对重要法则和公式既要能够推导，也要会运用。

例如： $\log_a(M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$ ，反过来，

$$\log_a M + \log_a N = \log_a (MN).$$

在每章复习前，可先印发一份“双基”练习让学生填写，下面对代数和几何各举一例。

例1 根式与指数

1. 如果 $x^2 = a$ ，则 x 叫做____，正数 a 的平方根有____个，它们是____。零的平方根是____，负数____平方根。

2. ____叫做 a 的算术平方根，记作 $\sqrt{a}$ ，当 $a \geq 0$ 时， $(\sqrt{a})^2 = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\sqrt{a^2} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

3. 根式的基本性质是_____。

根式的重要性质有：

$$(1) \sqrt[n]{ab} = \underline{\hspace{1cm}} \quad (2) \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$(3) (\sqrt[n]{a})^n = \underline{\hspace{1cm}} \quad (4) \sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

4. 最简根式具备下列三个条件：

(1) _____；(2) _____；(3) _____。

5. 同类根式是_____，同次根式是_____。

6. 正整数指数幂的定义是_____；

零指数幂的定义是_____；负整数指数幂的定义是_____；正分数指数幂的定义是_____；负分数指数幂的定义是_____。

7. 有理数指数幂的运算法则是：(1) _____；(2) _____；(3) _____，以上指数是_____，且底数_____。

8. 下列各式中，求 x 的许可值范围：

$$(1) \sqrt[3]{x} - \sqrt{-x} \quad (2) \sqrt[6]{x^2 - 4x + 4}$$

$$(3) (x^2 - 1)^0 = 1 \quad (4) \sqrt{x^2 - 2x + 1} = 1 - x.$$

例2 四边形

1. 写出平行四边形、矩形、菱形、正方形的定义和判定定理。

2. 顺次连结四边形的各边中点构成的四边形分别是平行四边形、矩形、菱形、正方形，则这个四边形的对角线分别满足以下条件：_____

3. 四边形中成轴对称图形的有_____，它们的对称轴分别有_____条；四边形中成中心对称图形的有_____，它们的对称中心是_____。

4. 梯形中位线定理的证明，除了课本上的一种方法外，你能写出几种？

5. 关于梯形的常用的添辅助线方法有哪几种？试在课本上各找一例说明。

以上两例是系统复习某一章知识前的练习。一章知识系统复习后也可做一次练习，在本书各章内附有此类练习。

三、突出重点

对于教材的重点一方面要使学生对其充分理解，另一方面也要配备一定数量的习题集中练、反复练。练习题一部分可照搬教科书中题，有些习题则可以改变数字，或适当变换条件后应用。例如将几何题中的已知条件之一改成求证，而将求证改成已知条件等等。

重点教材是怎样确定的？

首先是根据《教学大纲》及教科书，其次是根据近年来的命题倾向。

1. 代数方面

(1) 重视字母表示数的教学，例如 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 中的字母 a ，可以表示数，也可以表示单项式、多项式等。

(2) 要抓好对数的教学。要让学生掌握对数的定义、运算法则、常用对数的首数与尾数。例如求 $\frac{\lg x}{3x-1}$ 中 x 的取值范围; $\lg x = -1.3010$ (已知 $\lg 2 = 0.3010$), 求 x 等。

(3) 要重视二次方程的根的判别式与韦达定理。例如方程 $ax^2 - 4x + 1 = 0$ 有两个实数根, 求 a 的取值范围。解答是 $a \leq 4$, 且 $a \neq 0$, 因为当 $a = 0$ 时, 原方程是一次方程, 不可能有两个实根。又例如: 已知一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$, $c \neq 0$) 的两个实数根是 x_1 、 x_2 , 求证 $\frac{1}{ax_1 + b} + \frac{1}{ax_2 + b} = \frac{b}{ac}$, 本题显然要用韦达定理去证。

(4) 注意形数结合的教学。学生要掌握直角坐标系的概念、两点距离公式、一次函数、正反比例函数的图象与性质。函数的解析式能表示图象; 反之, 图象确定, 也能写出它的解析式。

(5) 加强运算能力。要求学生能熟练地进行分式、根式(指数)的运算, 熟练地解方程(方程组)、解不等式。运算能力的提高要多加练习, 练习后要重视对运算错误的订正。

2. 几何方面

几何的重点在相似形和圆, 而直线形(三角形、四边形)是基础。

(1) 三角形的全等和相似。

(2) 四边形及特殊四边形的定义、性质、判定。

(3) 比例线段。

(4) 圆的基本性质、弦切角、圆周角、切线、切割线定理、相交弦定理、正多边形的定义、性质、判定等。

归根结底, 几何教学要重视逻辑推理能力的培养, 要让

学生掌握常用的添辅助线方法。其次，在教学过程中要重视书写规范化，添辅助线要作说明，证明题要列出条件才能得出结论，计算题要写必要的推理过程等。

3. 三角方面

(1) 要重视三角函数的概念，明确 $\sin\alpha$ 表示什么？它与 α 不同，要使学生掌握基本公式及特殊角三角函数值。

(2) 要熟练解直角三角形。

(3) 要掌握正弦定理、余弦定理、三角形面积公式，能熟练地解斜三角形。

(4) 要掌握俯角、仰角、方位角的概念，解测量题。
怎样突出重点？

重点内容一方面要加强练习，另一方面在复习过程中要不断分析以帮助学生充分地理解。试以正弦定理为例。

(1) 掌握正弦定理的推导。

(2) 了解正弦定理可应用于：已知两角一边、两边一对角解斜三角形；已知一边及其对角求外接圆的半径；以及判定已知两边一对角解斜三角形有两解、一解，还是无解？

(3) 熟练地进行三角式的变形，如 $a = 2R \cdot \sin A$,

$$\sin A = \frac{a}{2R}, \sin A = 2S_{\Delta}/bc \text{ 等。}$$

四、重视综合

要重视培养学生的综合解题能力，没有这点，要想在中考得到好成绩是不可能的。综合解题能力的前提是学生“双基”的掌握，但是掌握“双基”不一定能解决综合解题能力。为此在复习过程中，要让学生了解教材之间的有机联系，尤其是重点知识和基本方法之间的联系。

例如：已知 A 、 B 、 C 为三角形的三内角，它们的对边

分别为 a 、 b 、 c 。

(1) 证明关于 x 的方程 $x^2 + (c \cos B)x - a = 0$ 有两个不相等的实根。

(2) 若上述方程的两根之和等于两根之积，试判定 $\triangle ABC$ 的形状。

本题就综合了一元二次方程根的判别式、余弦定理、实数平方的性质、勾股定理的逆定理等知识点，而这些知识点都是教材的重点。

系统复习时，要加强对学生的综合训练，采取“滚雪球”的方法，即复习到后面时，要适当综合前面的内容，这样雪球愈滚愈大，以培养学生的综合解题能力。在系统复习时，要指出各类综合题常用的解题方法，并通过练习使学生逐步掌握这些方法。

综合题要经过精选，可在各类题型中找出一些有代表性的题目，这些题目或能一题多解、或能一题多变，以期引起学生的兴趣，充分调动他们的学习积极性。

例如上题虽然不能有多种解法，却可以一题多变。(1) 可以改成试判别方程根的情况，也可以改成： $\triangle ABC$ 为等边三角形，且 $x^2 + (c \cos B)x + a = 0$ 有相等实根，试求 $S_{\triangle ABC}$ 。

显然，根据判别式可得： $c^2 \cdot \frac{1}{4} - 4a = 0$ ，而 $a = c$ ，

$\therefore a = b = c = 16$ ， $S_{\triangle ABC} = 64\sqrt{3}$ 。

复习中对于学生经过努力可以解决的问题，教师要尽量少讲解，要多启发，多揭示规律，多指出容易混淆的地方。以培养学生的独立思考能力。

五、时间安排

1. 通读教材（一星期）。

2. 系统复习:

(1) 实数、整式、因式分解 (一星期)。

(2) 分式、根式、指数 (一星期)。

(3) 对数 (三课时)。

(4) 方程 (组)、不等式 (一星期半)。

(5) 函数、统计初步 (一星期)。

(6) 平行线、三角形、相似三角形 (八课时)。

(7) 四边形、勾股定理 (四课时)。

(8) 圆的基本性质、直线和圆及圆和圆的位置关系、与圆有关的角 (一星期)。

(9) 与圆有关的比例线段、圆和多边形的关系、圆的度量 (一星期)。

(10) 四种命题、基本作图、基本轨迹 (四课时)。

(11) 三角函数、解直角三角形、解斜三角形 (一星期)。

按一星期六课时计算 (包括练习), 以上共约十二周复习时间, 其中可以安排三到四星期的综合复习。综合复习阶段, 主要是学生作练习, 教师作分析, 一般以两课时连排为宜, 每周作 2 到 3 次综合练习。以上安排是按复习一学期安排, 因为一学期中还有毕业考试, 有些地区还有会考, 如果时间充裕, 综合练习可适当延长, 如果时间不够, 可按比例相应减少复习时数。

综上所述, 初三数学复习主要可根据下列四条途径进行:

1. 以《教学大纲》、教科书为主, 以课外读物, 课外补充题为辅。

2. 以系统复习为主, 以综合练习为辅。

3. 以调动学生积极性为主, 以教师分析讲课为辅。

4. 以双基训练为主, 以综合题练习为辅。

第一章 实数

【知识提要】

有理数、无理数、实数、数轴、相反数、绝对值、实数的大小比较。

实数各种运算的意义、法则、运算律、运算顺序、常用运算技巧。

近似数和有效数字。平方表和平方根表。立方表和立方根表。

第一节 实数的有关概念

一、实数集

1. 有理数：正整数、负整数和零统称为**整数**；正分数、负分数统称为**分数**；整数和分数的全体称为**有理数**。

若将任一整数看成分母为1的分数，则有以下结论。

任一有理数总可表示成既约分数 m/n 形式。（其中 m 为整数， n 为自然数， m 与 n 的最大公约数为1）。

有理数写成小数的形式，一定是有限小数或者无限循环小数。

2. 无理数：无限不循环小数叫做**无理数**。

自然数的不尽方根是无理数，如 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt[3]{4}$ …。
但无理数并非全是这种形式的数，如 π ， $\lg 2$ ， $\sin 10^\circ$ ， $0.10203040\cdots$ 等。