

测量不确定度 ‘93国际指南’应用实例

■ 陈奕钦 主编

中国计量出版社



测量不确定度“’93 国际指南” 应用实例

主编 陈奕钦

中国计量出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

测量不确定度 “93 国际指南” 应用实例 / 陈奕钦编著. —北京: 中国计量出版社, 1998.1
ISBN 7-5026-1058-8

I. 测… II. 陈… III. 不确定度-测量方法 IV. TB9

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (98) 第 00494 号

内 容 简 介

测量数据是计量技术机构、产品质量检验机构以及各类检测机构的主要产品, 而对于所给出的数据必须给出其不确定度。否则, 所给出的数据就没有意义而无法使用。随着生产的发展和科技的进步以及国际贸易的扩大, 很多用户都向检测机构提出在所出具的证书或报告中给出测量结果不确定度的要求。为此, 国际上出现了由 BIPM 等 7 个国际组织共同制定, 由 ISO 于 1993 年正式发布的“测量不确定度表示指南”(简称“93 国际指南”), 成为规范这方面问题的权威性文件。近年来, 国内对这个“指南”的学习和应用正在越来越受到从事测量的专业技术人员的重视。

本书提供了包括长度、力学、热工、电磁、无线电、理化、声学各专业量大面广的计量器具检定、校准的测量结果不确定度分析计算的实例。这些实例都是按照国家计量检定规程规定的方法进行检定、校准, 依据“93 国际指南”分析计算测量结果不确定度, 内容详细、具体、实用性强, 特别适合各级计量检定机构和企、事业单位从事计量检定、校准的技术人员借鉴, 也可作为从事其他检测业务的科技人员学习理解“93 国际指南”的重要参考书。

中国计量出版社出版

北京和平里西街甲 2 号

邮政编码 100013

河北省永清县第一胶印厂印刷

新华书店北京发行所发行

版权所有 不得翻印

*

787 × 1092 毫米 16 开本 印张 20 字数 496 千字

1998 年 2 月第 1 版 1998 年 2 月第 1 次印刷

*

印数 1-5 000 定价: 32.00 元

测量不确定度“’93 国际指南” 应用实例

主 编：陈奕钦

编 委：刘天怀 陈明华 谭洪辉

李恭康 沈正宇 罗旭东

潘炳涛 毛燕芬 谢健安

冯其约 赵天川 许家玲

前 言

测量的不确定度问题正受到人们越来越高的重视。这是因为生产和科学技术的进步对检测数据的准确性和可靠性提出了更高的要求。特别是由于国际贸易的发展,检测数据的质量高低需要在国际间得到评价和承认,这就出现了 ISO 导则 25 《校准和检验实验室资格的通用要求》,实验室认可体系,国际间的验证比对试验等。在这些活动中,都涉及对测量结果不确定度的分析和表达问题。于是由 BIPM、IEC、IFCC、ISO、IUPAC、IUPAP、OIML 7 个国际组织共同发起,由 ISO 公布的“测量不确定度表示指南”就应运而生了。该指南几经修订完善,形成今天普遍采用的 1993 年版本(简称“93 国际指南”)。

本书所收集的就是在长度、力学、温度、电磁、无线电、理化、声学等计量检定、校准工作中应用“93 国际指南”,对每个项目测量结果不确定度分析计算的实例。这些分析报告都是由华南国家计量测试中心/广东省计量科学研究所,各专业室的检定人员编写的。华南国家计量测试中心/广东省计量科学研究所(简称 SCM),为了适应市场经济形势和满足华南以及港澳地区企业校准服务的需要,于 1994 年 8 月向香港实验室认可计划(HOKLAS)申请校准实验室认可,并于 1997 年 8 月获得通过,同时于 1996 年 4 月向中国实验室国家认可委员会申请校准实验室认可,亦于 1997 年 3 月获得通过,成为在全国率先通过中国实验室国家认可和香港 HOKLAS 认可的校准实验室。在认可评审时,对每一个申请认可项目的测量不确定度分析的评价是一项十分重要的内容。为了满足认可要求,SCM 各专业检定人员以极大的热情和钻研精神投入到对“93 国际指南”的学习和对各自所从事的检定校准项目测量不确定度分析计算的实践中。所内组织了全所性学习班、中小型研讨会,开辟墙报栏讨论园地,出现了多年未见的浓厚学术讨论空气。经过努力,申请 HOKLAS 认可的几何量 30 个项目和申请国家认可的包括长度、力学、热工、电磁、理化、无线电、声学的 49 类 109 项测量不确定度分析报告,分别得到两位认可专家评审员的认可。特别值得指出的是香港 HOKLAS 聘请的澳大利亚 NATA 专家评审员 Max. Purss 先生对提供的几何量 30 个项目的每一份不确定度分析报告都作了非常仔细的评审,提出了许多中肯的意见,使报告编写人员在加深对“93 国际指南”的理解上获益匪浅。

SCM 各专业检定人员通过学习理解“93 国际指南”把分析计算报告归纳为 8 项内容:

1. 测量方法:简述测量方法和过程。
2. 数学模型:建立被测量和各影响量的数学关系。
3. 方差和传播系数:由数学模型和“93 国际指南” 5.1.2. 式(10)

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)$$

建立合成标准不确定度 $u_c(y)$ 与各方差 $u^2(x_i)$ 及其传播系数 $\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)$ 的关系式。

4. 标准不确定度一览表:将各分量标准不确定度符号、来源、数值、传播系数 $\left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)$,

合成不确定度分量 $\left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| u(x_i)$ 、自由度列成汇总表。

5. 计算分量标准不确定度：计算并说明获得每个分量数值所使用的方法、依据。

6. 合成标准不确定度：对标准不确定度进行合成，求出 u_c 。

7. 有效自由度：计算有效自由度 ν_{eff} ，查 t 分布表得覆盖因子 k 值。

8. 扩展不确定度 (即 expanded uncertainty)：计算扩展不确定度 $U=ku_c$ 。

这样写出的不确定度分析报告包含信息较完整，条理清晰，符合“’93 国际指南”的要求，便于国际间的交流。使每个项目的检定人员对自己给出的数据真正心中有数。

SCM 各专业人员，通过应用“’93 国际指南”对检定、校准项目测量结果不确定度进行分析计算的实践，都体会到“’93 国际指南”所具备的广泛性、内部一致性和实用性。只要认真学习，“’93 国际指南”完全能够被理解，并实际应用于各专业检定、校准项目的测量结果不确定度分析计算。

当前我国为了加入世界贸易组织，为了提高产品质量以振兴经济，迫切 need 加强计量技术机构和质量检验机构的建设，提高这些机构的技术水平、管理水平和服务质量。为此，要求这些机构要申请实验室认可，要积极参加国际间的验证比对试验，要使其运作与国际接轨，要积极采用国际通用的标准和指南。在这种形势下，“’93 国际指南”正引起许多计量技术人员、质检技术人员的重视。怎样应用“’93 国际指南”分析计算各专业测量问题的不确定度，正在成为普遍关心和急待解决的问题。为此我们从 SCM 各专业编写的不确定度分析报告中选择了一部分较有代表性的项目共 74 篇编成此书，意在抛砖引玉，如能对广大同行有所启发，我们将十分欣慰。更希望您对书中的缺点、谬误诚恳指出，不吝赐教。

这本书的编辑出版，除反映了参与分析计算的各专业检定人员的努力实践和钻研精神外，我们不会忘记澳大利亚 NATA 专家 Max-Purss 先生的辛勤评审和中肯意见，在此一并表示感谢。

编者

1997 年 12 月

目 录

前言	(1)
----------	-----

几 何 量

0.5~100 mm 3等端面量块中心长度的测量结果不确定度(用电脑测微仪)	崔应近	(1)
0.5~100 mm 3等端面量块中心长度的测量结果不确定度(接触式干涉仪)	崔应近	(6)
125~500 mm 4等端面量块中心长度的测量结果不确定度	崔应近	(11)
600~1000 mm 4等端面量块中心长度的测量结果不确定度	崔应近 刘天怀	(16)
$\phi 150$ mm标准平晶, 200 mm长平晶测量面平面度(直线度) 的测量结果不确定度	刘天怀 胡润洪	(21)
平面平晶 ($\phi 100$ mm, $\phi 80$ mm, $\phi 60$ mm, $\phi 45$ mm, $\phi 30$ mm) 平面度的测量结果不确定度	刘天怀 胡润洪	(26)
平板平面度的测量结果不确定度	刘天怀 胡润洪	(32)
$L = 500 \sim 3000$ mm 平尺直线度的测量结果不确定度	刘天怀 胡润洪	(36)
500 mm 窄工作面平尺直线度的测量结果不确定度(用刀口直尺 塞入量块法)	刘天怀 胡润洪	(40)
500 mm 窄工作面平尺直线度的测量结果不确定度(用标准平板 塞入量块法)	刘天怀	(43)
刀口尺刃边直线度的测量结果不确定度(光隙法)	刘天怀 胡润洪	(46)
500~1 000 mm 的刀口尺刃边直线度的测量结果不确定度 (量块塞入法)	刘天怀 胡润洪	(49)
多齿分度台最大分度间隔误差的测量结果不确定度(全组合比较 法)	刘天怀	(53)
正多面棱体工作角偏差的测量结果不确定度	刘天怀	(56)
1 级角度量块工作角值的测量结果不确定度 (首尾相接测角法)	刘天怀 胡润洪	(59)
2 级角度量块工作角值的测量结果不确定度	刘天怀 胡润洪	(61)
角度规(分度值 $2'$)角值示值误差的测量 结果不确定度	刘天怀 胡润洪	(63)
方角尺角值(90° 偏差)的测量结果不确定度	刘天怀 胡润洪	(65)
宽座角尺外角值的测量结果不确定度(与方角尺比较 测量法)	刘天怀 胡润洪	(68)
宽座角尺外角值的测量结果不确定度(用直角尺检定仪 直接测量法)	刘天怀 胡润洪	(72)
刀口直角尺内外角的测量结果不确定度	刘天怀 胡润洪	(75)
标称分度 0.02 mm/m的框式水平仪、条式水平仪平均分度值误差的 测量结果不确定度	刘天怀 胡润洪	(79)
合象水平仪示值误差的测量结果不确定度	刘天怀 胡润洪	(82)
数显电子水平仪示值误差的测量结果不确定度	刘天怀 胡润洪	(86)

表面粗糙度样块Ra参数的测量结果不确定度	刘天怀 胡润洪	(90)
电感式比较仪示值误差的测量结果不确定度	刘天怀 胡润洪	(92)
投影仪示值误差的测量结果不确定度	崔应近 刘天怀	(96)
J2 级经纬仪“一测回水平方向标准偏差”的测量		
结果不确定度	黄 稣 潘嘉声	(99)
J6 级经纬仪“一测回水平方向标准偏差”的测量		
结果不确定度	黄 稣 庞 耘	(104)
水准仪“i”角误差的测量结果不确定度	潘嘉声 陈明华	(109)
II 级光电测距仪测距示值误差的测量结果不确定度	陈明华 潘嘉声	(112)
水平尺分度值示值误差的测量结果不确定度	刘天怀 胡润洪	(115)
标准钢卷尺示值误差的测量结果不确定度	林璨 张勇 周钢	(118)
钢卷尺示值误差的测量结果不确定度	张勇 周钢 梁平 张玉珍 林璨	(124)
钢直尺示值误差的测量结果不确定度	张玉珍 梁平 张勇 周钢 林璨	(131)
5 m 等外水准标尺全长分划误差的测量结果		
不确定度	周钢 张玉珍 张勇 梁平 林璨	(134)
塞尺厚度值的测量结果不确定度	张勇 周钢 张玉珍 梁平 林璨	(137)
超声波测厚仪示值误差的测量结果不确定度	梁平 周钢 张勇 张玉珍 林璨	(140)
三坐标测量机示值误差的测量结果不确定度	林璨 张勇 周钢	(143)
数控机床定位精度的测量结果不确定度	林璨 张勇 周钢	(148)
游标卡尺示值误差的测量结果不确定度	周钢 陈明华 刘天怀 张卫新	(156)
千分尺示值误差的测量结果不确定度	刘天怀 张玉珍 张卫新 陈明华	(160)
内径千分尺示值误差的测量结果不确定度	张卫新 张玉珍 陈明华 刘天怀	(165)
百分表示值误差的测量结果不确定度	陈明华 刘天怀 张卫新 梁平	(170)
千分表示值误差的测量结果不确定度	陈明华 刘天怀 张卫新 梁平	(174)

力 学

二等标准砝码折算质量的测量结果不确定度	黄志铭	(177)
1 级材料试验机示值误差的测量结果不确定度	谭洪辉	(180)
0.3 级百分表式标准测力仪示值的测量结果不确定度	谭洪辉	(184)
金属洛氏硬度计示值误差的测量结果不确定度	陈明华	(187)
标准转速装置示值误差的测量结果不确定度	陈怀浪	(194)
0.1 级电子计数式转速表示值误差的测量结果不确定度	陈怀浪 陈明华	(199)
出租汽车计价器使用误差的测量结果不确定度	李恭康	(203)
标准金属量器容量的测量结果不确定度	吴伟龙	(206)
计量罐容量的测量结果不确定度	吴伟龙	(212)
0.25 级精密压力表示值误差的测量结果不确定度	沈正宇	(219)
1.5 级工作压力表示值误差测量结果不确定度	徐 标	(223)
玻璃膨胀法真空装置不确定度分析	陈勤孝	(227)

温 度

二等标准水银温度计温度修正值的测量结果不确定度	沈正宇	(233)
-------------------------	-----	-------

电 学

II 等标准电池电动势值的测量结果不确定度·····	罗旭东 (238)
直流电阻箱电阻值误差的测量结果不确定度·····	李晓莉 (243)
直流数字电压表示值误差的测量结果不确定度·····	罗旭东 (248)
$10^{-3} \sim 10^3 \Omega$ II 等标准电阻电阻值的测量结果不确定度·····	罗旭东 吴进祥 (252)
指针式直流电流表示值误差的测量结果不确定度·····	吴海益 (258)
直流标准电压源输出电压值测量结果的不确定度·····	罗旭东 陈善英 (262)

无 线 电

QBG-1B型Q表Q值的测量不确定度·····	成崇宝 (265)
LCR 仪的电容测量不确定度 ·····	成崇宝 (268)
信号发生器输出电平测量结果不确定度·····	朱思捷 (271)

时 间 频 率

机械秒表测量不确定度分析·····	黄晓芬 杨继雄 (276)
电子秒表时间间隔测量不确定度分析·····	黄晓芬 杨继雄 (279)

理 化

原子吸收分光光度计的测量不确定度·····	毛燕芬 陈奕钦 (282)
气相色谱仪的测量不确定度·····	毛燕芬 (290)
紫外可见分光光度计的测量结果不确定度·····	罗 军 朱峻青 (296)

声 学

毫瓦级超声功率计示值误差的测量不确定度·····	谢健安 (302)
校准实验室认可与测量不确定度计算·····	陈明华 刘天怀 (306)

0.5 ~ 100 mm 3 等端面量块 中心长度的测量结果不确定度 (用电脑测微仪)

1 测量方法(依据 JJG 146 — 94 《量块》)

标称长度 0.5 ~ 100 mm 端面量块的中心长度通过与同样标称长度的已知标准比较来确定, 两个端面量块比较的直接输出就是它们的中心长度差 d 。

$$d = l(1 + \alpha\Delta t) - l_s(1 + \alpha_s\Delta t_s) \quad (1)$$

式中: l —— 被检端面量块在 20 °C 时的中心长度;

l_s —— 标准端面量块在 20 °C 时的中心长度;

α 和 α_s —— 被检端面量块和标准端面量块的热膨胀系数;

Δt 和 Δt_s —— 被检量块和标准量块对参考温度 20 °C 的偏差。

2 数学模型

被测量, 即被检端面量块在 20 °C 时的中心长度, 由方程(1)给出:

$$\begin{aligned} l &= [l_s(1 + \alpha_s\Delta t_s) + d] / (1 + \alpha\Delta t) \\ &= l_s + d + l_s(\alpha_s\Delta t_s - \alpha\Delta t) + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

设被检量块与标准量块的温度差为 δt , 热膨胀系数之差为 $\delta\alpha$, 则方程(2)变为:

$$\begin{aligned} l &= f(l_s, d, \alpha_s, \Delta t, \delta\alpha, \delta t) \\ &= l_s + d - l_s(\delta\alpha\Delta t + \alpha_s\delta t) \end{aligned} \quad (3)$$

差值 δt 和 $\delta\alpha$ 估计为零, 但它们的不确定度非零。 $\delta\alpha$ 与 α_s , δt 与 Δt 认为无关。

因此, 由方程(3)知, 被测量 $\bar{l}$ 可由简单表达式 $l_s + \bar{d}$ 表示, 而 l_s 为标准量块证书所给 20 °C 时标准的长度, $\bar{d}$ 为 $n=1$ 次的测量差值。 l 的合成不确定度 u_c 由下式表示:

$$u_c^2(y) = \sum [\partial f / \partial x_i]^2 u^2(x_i) \quad (4)$$

3 方差和传播系数

由(3), (4)式得:

$$u_c^2(l) = c_{l_s}^2 u^2(l_s) + c_d^2 u^2(d) + c_{\alpha_s}^2 u^2(\alpha_s) + c_{\Delta t}^2 u^2(\Delta t) + c_{\delta\alpha}^2 u^2(\delta\alpha) + c_{\delta t}^2 u^2(\delta t)$$

式中: $c_{l_s} = \partial f / \partial l_s \approx 1$; $c_d = \partial f / \partial d = 1$; $c_{\alpha_s} = \partial f / \partial \alpha_s = 0$;

$c_{\Delta t} = \partial f / \partial \Delta t = 0$; $c_{\delta\alpha} = \partial f / \partial \delta\alpha = -l_s \Delta t$; $c_{\delta t} = \partial f / \partial \delta t = -l_s \alpha_s$ 。

于是:

$$u_c^2(l) = u^2(l_s) + u^2(d) + l_s^2 \Delta t^2 u^2(\delta\alpha) + l_s^2 \alpha_s^2 u^2(\delta t)$$

4 标准不确定度一览表

4.1 标称长度为 1 mm 时, 如表 4-1 所示。

4.2 标称长度为 100 mm 时, 如表 4-2 所示。

表 4-1 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 $u(x_i)$	不确定度来源	标准不确定度值 $u(x_i)$	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$ (μm)	自由度
$u(l_s)$	标准量块	$0.06 \times (1/2.58)$ $= 0.023 \mu\text{m}$	1	0.023	∞
$u(d)$	比较差值	0.018 μm	1	0.018	19
$u(d_1)$	测量重复性	$0.005 \times 1 = 0.005 \mu\text{m}$			14
$u(d_2)$	仪器示值稳定性	$0.002 \times 1 = 0.002 \mu\text{m}$			14
$u(d_3)$	测头的瞄准误差	$(h/2) \times (a/b) / \sqrt{3} = 0.016 \mu\text{m}$			12.5
$u(d_4)$	仪器的示值误差	$0.010 \times (1/\sqrt{3}) = 0.006 \mu\text{m}$			8
$u(\delta\alpha)$	量块间的热膨胀系数差	$(2 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}) \times (1/\sqrt{3})$ $= 1.15 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$	$-l_s \Delta t$	0.0006	50
$u(\delta t)$	量块间的温度差	$0.05 \times (1/\sqrt{3}) = 0.029 \text{ } ^\circ\text{C}$	$-l_s \alpha_s$	0.0003	2

$u_c(l) = 0.00085345 \mu\text{m}$
 $u_c(l) = 0.029 \mu\text{m}$
 $\nu_{\text{eff}}(l) = 128$

注: h —— 被检量块的变动量, 为 0.16 μm ;
 b —— 量块测量面短边的 1/2, $b=4.5-1.5=3 \text{ mm}$ (不含两边缘的 1.5 mm)。

表 4-2 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 $u(x_i)$	不确定度来源	标准不确定度值 $u(x_i)$	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$ (μm)	自由度
$u(l_s)$	标准量块	$0.10 \times (1/2.58)$ $= 0.039 \mu\text{m}$	1	0.039	∞
$u(d)$	比较差值	0.020 μm	1	0.020	15
$u(d_1)$	测量重复性	$0.005 \times 1 = 0.005 \mu\text{m}$			14
$u(d_2)$	仪器示值稳定性	$0.002 \times 1 = 0.002 \mu\text{m}$			14
$u(d_3)$	测头的瞄准误差	$(h/2) \times (a/b) / \sqrt{3} = 0.019 \mu\text{m}$			12.5
$u(d_4)$	仪器的示值误差	$0.010 \times (1/\sqrt{3}) = 0.006 \mu\text{m}$			8
$u(\delta\alpha)$	量块间的热膨胀系数差	$(2 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}) \times (1/\sqrt{3})$ $= 1.15 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$	$-l_s \Delta t$	0.034	50
$u(\delta t)$	量块间的温度差	$0.05 \times (1/\sqrt{3}) = 0.029 \text{ } ^\circ\text{C}$	$-l_s \alpha_s$	0.033	2

$u_c(l) = 0.004166 \mu\text{m}$
 $u_c(l) = 0.065 \mu\text{m}$
 $\nu_{\text{eff}}(l) = 28$

注: h —— 被检量块的变动量, 为 0.20 μm ;
 b —— 量块测量面短边的 1/2, $b=4.5-1.5=3 \text{ mm}$ (不含两边缘的 1.5 mm)。

5 计算分量标准不确定度

5.1 2 等标准量块中心长度测量不确定度估算的分量 $u(l_s)$

$$e_1 = \pm(0.05 + 0.5L) \mu\text{m}$$

按正态分布处理, 覆盖因子 $k = 2.58$ 。

1 mm 时:

$$e_1 = \pm 0.06 \mu\text{m}$$

$$u(l_s) = e_1/k_1 = 0.06/2.58 = 0.023 \mu\text{m}$$

100 mm 时:

$$e_1 = \pm 0.10 \mu\text{m}$$

$$u(l_s) = e_1/k_1 = 0.10/2.58 = 0.039 \mu\text{m}$$

5.2 比较差值估算的不确定度 $u(d)$

5.2.1 由测量重复性给出的分量 $u(d_1)$ (实验 $n=15$)

标准偏差 σ_{n-1} 是根据标准量块与被测量块长度差值的重复测量 15 次求出的, 为 $0.005 \mu\text{m}$ 。在实际测量中只测量 1 次。

$$u(d_1) = \sigma_{n-1} = 0.005 \mu\text{m}$$

5.2.2 仪器示值稳定性给出分量 $u(d_2)$ ($n=15$)

标准偏差 σ_{n-1} 是仪器测头对被测量块重复采样 15 次求出的, 为 $0.002 \mu\text{m}$ 。

$$u(d_2) = \sigma_{n-1} = 0.002 \mu\text{m}$$

5.2.3 由于量块变动量, 检定时瞄准中心点偏移而引起的分量 $u(d_3)$

量块的变动量情况有两种: 其一是当上工作面相对下工作面呈现为中间凸或凹(即 o 点长度值比 a, b, c 和 d 点长度值均大或小), 依分析统计, 此时其变动量不超过 $h/2$; 其二是上工作面相对下工作面呈现一边比另一边高, 此时的变动量不超过 h 。故, 因量块变动量, 检定时瞄准中心点偏移产生的误差为 $e_2 = \pm(h/2) \cdot (a/b)$, 在半宽为 $(h/2) \cdot (a/b)$ 的区间内以等概率分布。式中: h 为被检量块规程要求的变动量 (μm); a 为测量时, 球面测帽顶点对量块测量面中心瞄准圆的半径, $a \leq 1 \text{ mm}$; b 为量块测量面短边的 $1/2$, $b = 4.5 - 1.5 = 3 \text{ mm}$ (不含两边缘的 1.5 mm)。

1 mm 时:

$$h = 0.16 \mu\text{m}$$

$$e_2 = \pm(h/2) \cdot (a/b) = \pm(0.16/2) \times (1/3) = \pm 0.027 \mu\text{m}$$

$$u(d_3) = e_2/k_2 = 0.027/\sqrt{3} = 0.016 \mu\text{m}$$

100 mm 时:

$$h = 0.20 \mu\text{m}$$

$$e_2 = \pm(h/2) \cdot (a/b) = \pm(0.20/2) \times (1/3) = \pm 0.033 \mu\text{m}$$

$$u(d_3) = e_2/k_2 = 0.033/\sqrt{3} = 0.019 \mu\text{m}$$

5.2.4 仪器的示值误差估算的分量 $u(d_4)$

电脑测微仪 $2 \mu\text{m}$ 范围内的示值误差: e_3 不大于 $0.01 \mu\text{m}$, 此示值误差为等概率分布。

$$u(d_4) = e_3/k_3 = 0.01/\sqrt{3} = 0.006 \mu\text{m}$$

比较差值给出的标准不确定度为:

1 mm 时:

$$\begin{aligned} u^2(d) &= u^2(d_1) + u^2(d_2) + u^2(d_3) + u^2(d_4) \\ &= 0.005^2 + 0.002^2 + 0.016^2 + 0.006^2 \\ &= 0.000321 \mu\text{m}^2 \\ u(d) &= 0.018 \mu\text{m} \end{aligned}$$

100 mm 时:

$$\begin{aligned} u^2(d) &= u^2(d_1) + u^2(d_2) + u^2(d_3) + u^2(d_4) \\ &= 0.005^2 + 0.002^2 + 0.019^2 + 0.006^2 \\ &= 0.00039036 \mu\text{m}^2 \end{aligned}$$

$$u(d) = 0.020 \mu\text{m}$$

5.3 标准量块与被测量块膨胀系数差给出的分量 $u(\delta\alpha)$

标准量块与被测量块的膨胀系数均为 $(11.5 \pm 1) \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ，其膨胀系数差在半宽为 $2 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ 的区间内以等概率取任一值，得：

$$u(\delta\alpha) = (2 \times 10^{-6}) / \sqrt{3} = 1.15 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

5.4 标准量块与被测量块间的温度差给出的分量 $u(\delta t)$

标准量块与被测量块应有相同的温度，但温差却以等概率落于估计区间 $-0.05 \sim 0.05 \text{ } ^\circ\text{C}$ 内任何处，因此有：

$$u(\delta t) = (0.05) / \sqrt{3} = 0.029 \text{ } ^\circ\text{C}$$

6 合成标准不确定度

1 mm 时：

$$\begin{aligned} l_s &= 0.001 \text{ m}; \quad \Delta t = 0.5 \text{ } ^\circ\text{C}; \quad \alpha_s = 11.5 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \\ u_c^2(l) &= u^2(l_s) + u^2(d) + l_s^2 \Delta t^2 u^2(\delta\alpha) + l_s^2 \alpha_s^2 u^2(\delta t) \\ &= 0.023^2 + 0.018^2 + (0.001 \times 10^6)^2 \times 0.5^2 \times (1.15 \times 10^{-6})^2 \\ &\quad + (0.001 \times 10^6)^2 \times (11.5 \times 10^{-6})^2 \times 0.029^2 \\ &= 0.023^2 + 0.018^2 + 0.0006^2 + 0.0003^2 \\ &= 0.00085345 \mu\text{m}^2 \\ u_c(l) &= 0.029 \mu\text{m} \end{aligned}$$

100 mm 时：

$$\begin{aligned} l_s &= 0.1 \text{ m} \quad \Delta t = 0.3 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \alpha_s = 11.5 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \\ u_c^2(l) &= u^2(l_s) + u^2(d) + l_s^2 \Delta t^2 u^2(\delta\alpha) + l_s^2 \alpha_s^2 u^2(\delta t) \\ &= 0.039^2 + 0.020^2 + (0.1 \times 10^6)^2 \times 0.3^2 \times (1.15 \times 10^{-6})^2 \\ &\quad + (0.1 \times 10^6)^2 \times (11.5 \times 10^{-6})^2 \times 0.029^2 \\ &= 0.039^2 + 0.020^2 + 0.034^2 + 0.033^2 \\ &= 0.004166 \mu\text{m}^2 \\ u_c(l) &= 0.065 \mu\text{m} \end{aligned}$$

7 有效自由度

7.1 标准量块中心长度的标准不确定度 $u(l_s)$

由正态分布知：

$$\nu(l_s) \rightarrow \infty$$

7.2 测得的长度差值的标准不确定度 $u(d)$

$$u(d_1) \text{ 的自由度 } \nu(d_1): \quad \nu(d_1) = 15 - 1 = 14$$

$$u(d_2) \text{ 的自由度 } \nu(d_2): \quad \nu(d_2) = 15 - 1 = 14$$

$u(d_3)$ 的相对不确定度为 1/5，依公式：

$$\nu_i = (1/2) \times [\Delta u(x_i) / u(x_i)]^{-2}$$

得：

$$\nu(d_3) = (1/2) \times (1/5)^{-2} = 12.5$$

$u(d_4)$ 的相对不确定度为 1/4，依公式：

$$\nu_i = (1/2) \times [\Delta u(x_i)/u(x_i)]^{-2}$$

得:

$$\nu(d_4) = (1/2) \times (1/4)^{-2} = 8$$

依 Welch-Satterthwaite 公式得:

1 mm 时:

$$\nu(d) = 0.018^4 / (0.005^4/14 + 0.002^4/14 + 0.016^4/12.5 + 0.006^4/8) = 19$$

100 mm 时:

$$\nu(d) = 0.020^4 / (0.005^4/14 + 0.002^4/14 + 0.019^4/12.5 + 0.006^4/8) = 15$$

7.3 量块间热膨胀系数差给出的标准不确定度 $u(\delta\alpha)$

$$u(\delta\alpha) = 1.15 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

相对不确定度为 10 %, 故:

$$\nu(\delta\alpha) = 50$$

7.4 标准量块与被测量块间的温度差给出的标准不确定度 $u(\delta t)$

$$u(\delta t) = 0.029 \text{ } ^\circ\text{C}$$

相对不确定度为 50 %, 故:

$$\nu(\delta t) = 2$$

$u_c(l)$ 有效自由度为:

1 mm 时:

$$\nu_{\text{eff}} = 0.029^4 / (0.023^4/\infty + 0.018^4/19 + 0.0006^4/50 + 0.0003^4/2) = 128$$

$$t_{0.99}(128) = 2.63$$

100 mm 时:

$$\nu_{\text{eff}} = 0.065^4 / (0.039^4/\infty + 0.020^4/15 + 0.034^4/50 + 0.033^4/2) = 28$$

$$t_{0.99}(28) = 2.77$$

8 扩展不确定度

1 mm 时:

$$U = t_{0.99}(128) \times u_c(l)$$

$$= 2.63 \times 0.029$$

$$= 0.07627 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\approx 0.08 \text{ } \mu\text{m}$$

100 mm 时:

$$U = t_{0.99}(28) \times u_c(l)$$

$$= 2.77 \times 0.065$$

$$= 0.18005 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\approx 0.18 \text{ } \mu\text{m}$$

0.5 ~ 100 mm 3 等端面 量块中心长度的测量结果不确定度 (接触式干涉仪)

1 测量方法(依据 JJG 146 — 94 《量块》)

标称长度 0.5 ~ 100 mm 端面量块的中心长度通过与同样标称长度的已知标准比较来确定, 两个端面量块比较的直接输出就是它们的中心长度差 d 。

$$d = l(1 + \alpha\Delta t) - l_s(1 + \alpha_s\Delta t_s) \quad (1)$$

式中: l —— 被检端面量块在 20 °C 时的中心长度;

l_s —— 标准端面量块在 20 °C 时的中心长度;

α 和 α_s —— 被检端面量块和标准端面量块的热膨胀系数;

Δt 和 Δt_s —— 被检量块和标准量块对参考温度 20 °C 的偏差。

2 数学模型

被测量, 即被检端面量块在 20 °C 时的中心长度, 由方程(1)给出:

$$\begin{aligned} l &= [l_s(1 + \alpha_s\Delta t_s) + d] / (1 + \alpha\Delta t) \\ &= l_s + d + l_s(\alpha_s\Delta t_s - \alpha\Delta t) + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

设被检量块与标准量块的温度差为 δt , 热膨胀系数之差为 $\delta\alpha$, 则方程(2)变为:

$$\begin{aligned} l &= f(l_s, d, \alpha_s, \Delta t, \delta\alpha, \delta t) \\ &= l_s + d - l_s(\delta\alpha\Delta t + \alpha_s\delta t) \end{aligned} \quad (3)$$

差值 δt 和 $\delta\alpha$ 估计为零, 但它们的不确定度非零。 $\delta\alpha$ 与 α_s , δt 与 Δt 认为无关。

因此, 由方程(3)知, 被测量 $\bar{l}$ 可由简单表达式 $l_s + \bar{d}$ 表示, 而 l_s 为标准量块证书所给 20 °C 时标准的长度, $\bar{d}$ 为 $n=2$ 次独立重复测量的算术平均值。 l 的合成不确定度 u_c 由下式表示:

$$u_c^2(y) = \sum [\partial f / \partial x_i]^2 u^2(x_i) \quad (4)$$

3 方差和传播系数

由式(3), (4)得:

$$u_c^2(l) = c_{l_s}^2 u^2(l_s) + c_d^2 u^2(d) + c_{\alpha_s}^2 u^2(\alpha_s) + c_{\Delta t}^2 u^2(\Delta t) + c_{\delta\alpha}^2 u^2(\delta\alpha) + c_{\delta t}^2 u^2(\delta t)$$

式中: $c_{l_s} = \partial f / \partial l_s \approx 1$; $c_d = \partial f / \partial d = 1$; $c_{\alpha_s} = \partial f / \partial \alpha_s = 0$;

$c_{\Delta t} = \partial f / \partial \Delta t = 0$; $c_{\delta\alpha} = \partial f / \partial \delta\alpha = -l_s\Delta t$; $c_{\delta t} = \partial f / \partial \delta t = -l_s\alpha_s$ 。

于是:

$$u_c^2(l) = u^2(l_s) + u^2(d) + l_s^2 \Delta t^2 u^2(\delta\alpha) + l_s^2 \alpha_s^2 u^2(\delta t)$$

4 标准不确定度一览表

4.1 标称长度为 1 mm 时, 如表 4-1 所示。

表 4-1 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 $u(x_i)$	不确定度来源	标准不确定度值 $u(x_i)$	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$ (μm)	自由度
$u(l_s)$	标准量块	$0.06 \times (1/2.58)$ $= 0.023 \mu\text{m}$	1	0.023	∞
$u(d)$	比较差值	0.030 μm	1	0.030	19
$u(d_1)$	测量重复性	$0.01 \times (1/\sqrt{2}) = 0.007 \mu\text{m}$			14
$u(d_2)$	仪器示值稳定性	$0.01 \times 1 = 0.01 \mu\text{m}$			14
$u(d_3)$	测头的瞄准误差	$(h/2) \times (a/b) / \sqrt{3} = 0.016 \mu\text{m}$			12.5
$u(d_4)$	仪器的示值误差	$0.04 \times (1/\sqrt{3}) = 0.023 \mu\text{m}$			8
$u(\delta\alpha)$	量块间的热膨胀系数差	$(2 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}) \times (1/\sqrt{3})$ $= 1.15 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$	$-l_s \Delta t$	0.000 6	50
$u(\delta t)$	量块间的温度差	$0.05 \times (1/\sqrt{3}) = 0.029 \text{ } ^\circ\text{C}$	$-l_s \alpha_s$	0.000 3	2

$$u_c^2(l) = 0.00142945 \mu\text{m}^2$$

$$u_c(l) = 0.038 \mu\text{m}$$

$$\nu_{\text{eff}}(l) = 48$$

注：h —— 被检量块的变动量，为 0.16 μm ；

b —— 量块测量面短边的 1/2， $b = 4.5 - 1.5 = 3 \text{ mm}$ (不含两边缘的 1.5 mm)。

4.2 标称长度为 100 mm 时，如表 4-2 所示。

表 4-2 标准不确定度一览表

标准不确定度分量 $u(x_i)$	不确定度来源	标准不确定度值 $u(x_i)$	$c_i = \partial f / \partial x_i$	$ c_i \times u(x_i)$ (μm)	自由度
$u(l_s)$	标准量块	$0.10 \times (1/2.58)$ $= 0.039 \mu\text{m}$	1	0.039	∞
$u(d)$	比较差值	0.032 μm	1	0.032	22
$u(d_1)$	测量重复性	$0.01 \times (1/\sqrt{2}) = 0.007 \mu\text{m}$			14
$u(d_2)$	仪器示值稳定性	$0.01 \times 1 = 0.01 \mu\text{m}$			14
$u(d_3)$	测头的瞄准误差	$(h/2) \times (a/b) / \sqrt{3} = 0.019 \mu\text{m}$			12.5
$u(d_4)$	仪器的示值误差	$0.04 \times (1/\sqrt{3}) = 0.023 \mu\text{m}$			8
$u(\delta\alpha)$	量块间的热膨胀系数差	$(2 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}) \times (1/\sqrt{3})$ $= 1.15 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$	$-l_s \Delta t$	0.034	50
$u(\delta t)$	量块间的温度差	$0.05 \times (1/\sqrt{3}) = 0.029 \text{ } ^\circ\text{C}$	$-l_s \alpha_s$	0.033	2

$$u_c^2(l) = 0.00479 \mu\text{m}^2$$

$$u_c(l) = 0.069 \mu\text{m}$$

$$\nu_{\text{eff}}(l) = 33$$

注：h —— 被检量块的变动量，为 0.20 μm ；

b —— 量块测量面短边的 1/2， $b = 4.5 - 1.5 = 3 \text{ mm}$ (不含两边缘的 1.5 mm)。

5 计算分量标准不确定度

5.1 2 等标准量块中心长度测量不确定度估算的分量 $u(l_s)$

$$e_1 = \pm (0.05 + 0.5L) \mu\text{m}$$

按正态分布处理，覆盖因子 $k = 2.58$ 。

1 mm 时：

$$e_1 = \pm 0.06 \mu\text{m}$$

$$u(l_s) = e_1/k_1 = 0.06/2.58 = 0.023 \mu\text{m}$$

100 mm 时:

$$e_1 = \pm 0.10 \mu\text{m}$$

$$u(l_s) = e_1/k_1 = 0.10/2.58 = 0.039 \mu\text{m}$$

5.2 比较差值估算的不确定度 $u(d)$

5.2.1 由测量重复性给出的分量 $u(d_1)$ (实验 $n=15$)

标准偏差 σ_{n-1} 是根据标准量块与被测量块长度差值的重复测量 15 次求出的, 为 $0.01 \mu\text{m}$ 。在实际测量中, 测量 2 次。

$$u(d_1) = \sigma_{n-1}/\sqrt{2} = 0.01/\sqrt{2} = 0.007 \mu\text{m}$$

5.2.2 仪器示值稳定性给出分量 $u(d_2)$ ($n=15$)

标准偏差 σ_{n-1} 是仪器测头对被测量块重复采样 15 次求出的, 为 $0.01 \mu\text{m}$ 。

$$u(d_2) = \sigma_{n-1} = 0.01 \mu\text{m}$$

5.2.3 由于量块变动量, 检定时瞄准中心点偏移而引起的分量 $u(d_3)$

量块的变动量情况有两种: 其一是当上工作面相对下工作面呈现为中间凸或凹(即 o 点长度值比 a, b, c 和 d 点长度值均大或小), 依分析统计, 此时其变动量不超过 $h/2$; 其二是上工作面相对下工作面呈现一边比另一边高, 此时的变动量不超过 h 。故, 因量块变动量, 检定时瞄准中心点偏移产生的误差为 $e_2 = \pm(h/2) \cdot (a/b)$, 在半宽为 $(h/2) \cdot (a/b)$ 的区间内以等概率分布。式中, h 为被检量块规程要求的变动量 (μm); a 为测量时, 球面测帽顶点对量块测量面中心瞄准圆的半径, $a \leq 1 \text{ mm}$; b 为量块测量面短边的 $1/2$, $b = 4.5 - 1.5 = 3 \text{ mm}$ (不含两边缘的 1.5 mm)。

1 mm 时:

$$h = 0.16 \mu\text{m}$$

$$e_2 = \pm(h/2) \cdot (a/b) = \pm(0.16/2) \times (1/3) = \pm 0.027 \mu\text{m}$$

$$u(d_3) = e_2/k_2 = 0.027/\sqrt{3} = 0.016 \mu\text{m}$$

100 mm 时:

$$h = 0.20 \mu\text{m}$$

$$e_2 = \pm(h/2) \cdot (a/b) = \pm(0.20/2) \times (1/3) = \pm 0.033 \mu\text{m}$$

$$u(d_3) = e_2/k_2 = 0.033/\sqrt{3} = 0.019 \mu\text{m}$$

5.2.4 仪器的示值误差估算的分量 $u(d_4)$

接触式干涉仪 $2 \mu\text{m}$ 范围内的示值误差: $e_3 = \pm 0.04 \mu\text{m}$, 在半宽为 $0.04 \mu\text{m}$ 的区间内以等概率分布。

$$u(d_4) = e_3/k_3 = 0.04/\sqrt{3} = 0.023 \mu\text{m}$$

比较差值给出的标准不确定度为:

1 mm 时:

$$\begin{aligned} u^2(d) &= u^2(d_1) + u^2(d_2) + u^2(d_3) + u^2(d_4) \\ &= 0.007^2 + 0.01^2 + 0.016^2 + 0.023^2 \\ &= 0.000934 \mu\text{m}^2 \end{aligned}$$

$$u(d) = 0.030 \mu\text{m}$$

100 mm 时:

$$\begin{aligned} u^2(d) &= u^2(d_1) + u^2(d_2) + u^2(d_3) + u^2(d_4) \\ &= 0.007^2 + 0.01^2 + 0.019^2 + 0.023^2 \\ &= 0.001039 \mu\text{m}^2 \end{aligned}$$

$$u(d) = 0.032 \mu\text{m}$$

5.3 标准量块与被测量块膨胀系数差给出的分量 $u(\delta\alpha)$

标准量块与被测量块的膨胀系数均为 $(11.5 \pm 1) \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, 其膨胀系数差在半宽为