Learning Tactic

现代学习战略丛书
XIANDAIXUEXIZHANLUECONGSHU
现代出版社

高考冲刺

学习战略

北京江苏两地考试专家联手打造

《科利华高考冲刺》之后最新成果

试验修订教材版

数学

丛书主编　桑田

现代出版社

数学
高考冲刺学习战略
丛书主编　桑田
现代出版社

高考冲刺

学习战略

数学

丛书主编：桑 田

本册主编：殷立本 缪雪松

副 主 编：赵宏远 李国建 汤永国 周猛进 陆建根、陈俊忠

编 委：杨小兰 张红军 殷永霞 顾准山 王文霞 杨 勇 林 玲

蒋景景 王晓东 王 芳 黄慧琴

现代出版社

图书在版编目（CIP）数据

高考冲刺学习战略．数学／桑田主编．—北京：现代出版社，2004.1

（现代学习战略）

ISBN 7-80188-151-6

Ⅰ.高… Ⅱ.桑… Ⅲ.数学课—高中—升学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 117610 号

主　　编：桑　田
责任编辑：傅威海
出版发行：现代出版社
地　　址：北京市安定门外安华里 504 号
邮政编码：100011
电　　话：010-64267325　64240483（传真）
电子邮箱：xiandai@cnpitc.com.cn
印　　刷：中煤涿州制图印刷厂
开　　本：880×1230　1/16
印　　张：11
字　　数：370 千字
版　　次：2004 年 1 月第 1 版　　2004 年 1 月第 1 次印刷
书　　号：ISBN　7-80188-151-6
定　　价：14.00 元

序

首都师范大学教授　饶杰腾

"学习策略"是教育心理学研究与实践的一个新领域。其研究对象是"学习者在学习过程中积极操纵信息加工过程,以提高学习效率的任何活动"。本丛书以"学习战略"命名,读者不禁要问,学习需要战略吗?研究了丛书的设计思路、编写模式和体例结构,再联系当前课程改革的趋势,答案就明了了。

近年来,素质教育被提升到"为了中华民族的复兴,为了每位学生的发展"的战略高度。素质教育,旨在全面地培养全体学生的素质。全面的,而不是片面的;全体的,而不是部份的。这体现了教育改革的整体思路。所谓战略,就是决定全局的策略。这套丛书引进这一概念正是体现教育的全局观。在这一理念的指导下,由现代出版社推出的《现代学习战略》系列丛书,是适时的、有益的尝试。它以开阔的视野,在教育目的、内容、方法与手段的探索上努力实现宏观与微观的有机结合。

这套丛书呈现以下三个特点:

首先,把构建和完善学生的知识定位能力作为丛书的灵魂,有意识地搭设学生在这种能力自然形成过程中可能缺失的条件。只有定准位,才知道到位与否。因此,定位是一种非常重要的能力。具备全局意识,拥有这种能力,就能准确而迅速地测出问题的关键(包括性质、症结、条件、环境等),进而采取排除障碍、解决问题的途径与方法。调查表明,相当一部份人在知识定位能力方面存在不同程度的缺陷,他们在浩如烟海、千变万化的知识面前无所适从,莫衷一是。培养知识定位能力,正是为了不使知识奴役大脑,而是让大脑驾驶知识。不仅有效果,而且有效率。

第二,根据教学大纲(尤以教学要求、内容与评价为主)和考试说明,再结合考试背景、命题规律、最新考试信息,确定知识点,阐明知识点之间的内在联系以及命题的演变轨迹、走向。不凭个人或少数人的有限经验去取舍,而是在开阔的知识背景中去研究、甄别、选择和提取,使之形成体系,便于迁移。如语文学科共有16个知识点,以字、词、句、段、篇的序列加以编排,由局部到整体,再由整体返观局部,最后落实到写作的知识和实践上。

第三,把问题的解决便捷化。为什么要提倡便捷化?因为不少写给中小学生的书不被认可,除了知识含金量提练欠精、组织不善外,就是知识传输过程和途径过于复杂,使学生望而生畏。而这套丛书不管哪门学科,不管什么知识点,都是通过知识定点、命题定位、方法定向、演练定度这样一个简洁而清晰的逻辑顺序编写,使知识的理解和运用成为学生熟练地掌握规律与方法的过程。知其然,也知其所以然。

导学书籍不可能代替学生的个性化学习能力,也不能代替教师的创造性教学活动。它只能是教与学的一种凭借。使用导学书籍应当成为使学生发生兴趣和形成自觉的过程。编写者提供选择,而学习者应在决定选择中保持和发展"跃跃欲试"的探究心态。

任何一种编写模式都不可能是完善无缺的,《现代学习战略》在素质教育方面的探索也不可避免地存在着理念与实践的差距,但它提供给广大师生的新思路无疑是有价值的。

关于现代学习战略的探讨

问：现代学习战略的核心思想是什么？

答：现代学习战略的核心思想是构建学习者的知识定位能力。定位是一种非常重要的能力，它又是许多能力形成的基础，比如判断能力、分析测量能力、驾驭和解决问题能力等，都离不开定位能力的支持。纵观古今中外杰出的政治家、军事家、科学家和那些总是处在竞争优势地位的人有一个共同的特点，就是都具有很强的给问题准确定位的能力。无论多么棘手的问题，也无论多么巨大的挫折，他们都能迅速准确地测量出问题的关键点，包括性质、症结、条件等等，进而确定解决问题、战胜挫折的办法。

但是长期以来定位能力的重要性没有引起人们的重视，至少人们没有有意识地、系统地培养这种能力。由于人们对定位能力的普遍忽视，致使相当一部分人在定位能力自然形成过程中出现问题，定位能力的缺陷又影响其它一些重要能力的形成。针对这一现象，现代出版社现代学习战略课题组在充分吸收国内外教育学、心理学和行为学研究成果的基础上，开发了这套以构建学生知识定位能力为核心，与现行教材配套的《高考冲刺学习战略》系列丛书。这套书集合了北京海淀、江苏镇江以及广东、上海等教育发达地区一模、二模命题专家的思想，作者都是重点学校经验丰富的高考把关教师和学科带头人，每个人都有教育专著出版。

问：现代出版社出版过哪些品牌教辅图书？能简单地介绍一下现代学习战略课题组开展活动的情况吗？

答：现代出版社出版过许多深受广大师生欢迎的教育类图书，其中最著名的品牌是《科利华高考冲刺》系列丛书。这套书畅销全国，千千万万的学子通过《科利华高考冲刺》实现了考上名牌大学的梦想。

现代学习战略课题组对北京、山东、江苏、黑龙江、吉林、辽宁、河南、安徽、山西、广东、广西、四川、重庆等20多个省、直辖市和自治区的教育进行过大尺度考察，对中国基础教育的许多战略问题进行了深入的调查和研究。《现代学习战略》丛书的编写思想就是在这种深入调研的基础上形成的。

问：《高考冲刺学习战略》系列丛书为参加高考的广大高三学生提供了哪一种学习方法？这种学习方的突出特点是什么？

答：《高考冲刺学习战略》系列丛书为广大高三考生提供的是坐标定位复习法。这种复习方法的突出特点，是从高考复习的战略角度去处理考点和命题热点，并以专题的形式对各类高考题型的解题思路和方法进行归纳与点拨。具体地说，各学科主编首先依据最新考试说明以及最新考试信息对教材上的知识点、考点进行优化处理，筛选出若干个命题热点，然后运用两个坐标系对这些命题热点分层定位解读。这两个坐标系分别是：(1)以教学大纲为横坐标，以考试说明为纵坐标；(2)以高考命题规律、考试背景为横坐标，以考点为纵坐标。前者用于测量高考命题的热点位置，后者用于探究高考怎样在知识点上命题。

问：《高考冲刺学习战略》系列丛书由哪几个板块构成，栏目设置有何特点？

答：《高考冲刺学习战略》系列丛书各学科均由命题热点、方法专题和高考模拟试题三部分组成。第一部分(命题热点)主要设置了4个栏目，即：

热点定位：由热点互联和热点解说两部分组成。热点互联以图或表的形式构建专题知识网络，目的是把每个专题的知识点串起来，系统化，网络化，联系显性化，让学生一目了然，易于驾驭。热点解说对每个知识点加以阐释和评说，并以热点定位法给各知识点定位，确定哪些知识点是今年高考最有可能使用的考点。

命题定位：由高考经典聚焦和高考命题预测两部分组成。高考经典聚焦是用以前高考试卷中的经典试题解读

考点,高考命题预测是用题型定位法设计出的创新题解读考点,由已往延伸未来,由已知推断未知。本栏目在设计上的独到之处是把命题和解题分离,目的是让学生把注意力不受干扰地集中在题型和命题角度的思考上。

方法定位:针对命题定位栏目中的不同题型,分别设计解题思路和解题方法。下设命题意图、解题方法、迷点标识3个子栏目。其中迷点标识标出具体的干扰项,并简要分析,是逆向定位。本栏目的设计目的是让学生关注思路、方法和技巧。

模拟演练:是在热点专题的基础上设计的模拟高考试题。试题编写坚持以下原则:(1)强化本知识单元的知识点、考点,让学生学会知识点的组装。(2)素材努力与社会生产、生活实际相联系,引入适量研究性试题和开放性试题,以培养学生的创新能力。(3)题量和难度适度。

问:方法专题部分设置了哪些栏目?

答:方法专题部分由方法点拨和方法演练两个栏目组成。方法点拨对高考出现的各类题型的解题思路、方法、技巧进行多侧面、多视角、系统化点拨;方法演练的试题设计紧紧围绕方法点拨中讲到的方法进行,是对各种科学解题方法和思路、技巧的系统训练。也是学习战略丛书最突出的特色之一。

问:《高考冲刺学习战略》系列丛书由多少个学科组成,适合哪一阶段复习使用?

答:《高考冲刺学习战略》系列丛书由9个学科组成,分别是语文、数学、英语、物理、化学、生物、历史、地理、政治,每个学科一个分册,适合高考第二阶段复习(二轮)使用。

问:《高考冲刺学习战略》英语分册的听力训练采用的是哪种解决方案?

答:为方便考生自学需要,《高考冲刺学习战略》英语分册听力训练采用随书赠送听力光盘的方式,学生可以随时进行听力方面的练习。

问:《高考冲刺学习战略》丛书依据的教材版本是什么,有没有适用区域限制?

答:《高考冲刺学习战略》丛书的编写依据是试验修订版教材,没有适用区域限制,即全国各地都适用。

问:你们的销售网络情况如何,在哪里可以买到《现代学习战略》丛书?

答:为了让全国各地的老师和同学都能方便地买到现代学习战略丛书,我们在全国范围内建立了严密完整的图书营销网络。全国各地的老师和同学都可以在当地图书市场或新华书店方便地买到现代学习战略丛书。

为方便各地读者了解现代学习战略丛书的编写和出版情况,我们开设了服务热线和电子信箱,欢迎老师和同学们随时与我们切磋。

服务热线:010-64257481

电子信箱:xiandai@cnpitc.com.cn

现代学习战略课题组

目录

第一部分　命题热点

热点1　函数

热点定位

热点互联

- 集合（点集、数集）—集合的交集、并集、补集
  - ↓
- 映射
  - 函数的三要素：定义域、值域、对应法则(解析式)
  - 函数的图像变换
  - 函数的性质：单调性、奇偶性、周期性
  - ↓
- 函数
  - 反函数
  - 几类重要函数：二次函数、指数函数、对数函数（复合函数）、分段函数
  - 函数应用题

热点解说

1.函数是高中数学中的重要内容,同时也是历年来高考考查的重点与难点,无论是选择题、填空题,还是解答题,都体现出较强的综合性与应用性,体现出高考在知识网络的交汇处命题的原则.其综合性主要表现在:函数、方程与不等式的综合;函数与数列知识的综合;函数与三角知识的综合;函数与解析几何的综合;以及函数、不等式与实际问题的综合等方面.运用函数的思想和方法是解决这些综合题的有力武器,同时要求学生要有较强的分析问题和解决问题的能力.

2.研究函数应从三要素入手,结合函数的图象直观地研究函数的单调性、奇偶性和周期性是本章的核心内容,高考中该类题型一般较难,体现出较强的综合性.同时,也对学生运用数学语言描述和证明函数自身性质提出了较高的要求.在高考复习中,应从较高的角度对函数的三要素和函数的性质进行全面的复习,并要注意知识点之间的联系.

3.二次函数、指数函数和对数函数是高中数学中最重要的三类基本函数,其图象特征和性质是高考考查的重要内容,对这部分的知识的掌握应有一定的宽度和深度.

命题定位

高考经典聚焦

1.若定义在区间$(-1,0)$内的函数$f(x)=\log_{2a}(x+1)$满足$f(x)>0$,则a的取值范围是(2001年全国高考)　(　　)

A.$(0,\frac{1}{2})$　B.$(0,\frac{1}{2}]$　C.$(\frac{1}{2},+\infty)$　D.$(0,+\infty)$

2.若$0<a<1,b<-1$,则函数$f(x)=a^x+b$的图像不经过(2000年上海春季高考)　(　　)

A.第一象限　B.第二象限　C.第三象限　D.第四象限

3.函数$y=a^x$在$[0,1]$上的最大值与最小值的和为3,则a等于(2002年全国高考文)　(　　)

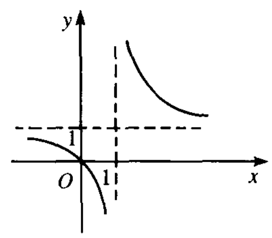
A.0.5　B.2　C.4　D.0.25

4.已知$0<x<y<a<1$,则有(2002年全国高考文)　(　　)

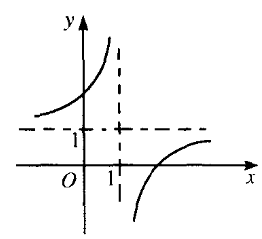
A.$\log_a(xy)<0$　B.$0<\log_a(xy)<1$

C.$1<\log_a(xy)<2$　D.$\log_a(xy)>2$

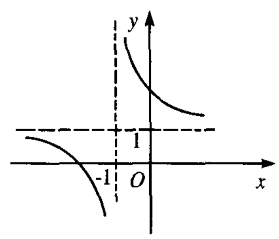
5.函数$y=1-\frac{1}{x-1}$的图像是(2002年全国高考理)　(　　)



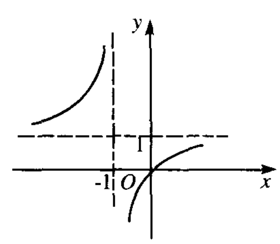
A.



B.



C.



D.

6.据2002年3月5日九届人大五次会议《政府工作报告》:"2001年国内生产总值达到95933亿元,比上年增长7.3%",如果"十五"期间(2001年—2005年)每年的国内生产总值都按此年增长率增长,那么到"十五"末我国国内年生产总值约为(2002年全国高考理)　(　　)

A.115000亿元　B.120000亿元

C.127000亿元　D.135000亿元

7.关于函数$f(x)=\sin^2x-(\frac{2}{3})^{|x|}+\frac{1}{2}$,有下面四个结论,其中正确结论个数为

①$f(x)$是奇函数;②当$x>2003$时,$f(x)>\frac{1}{2}$恒成立;

③$f(x)$的最大值是$\frac{3}{2}$；④$f(x)$的最小值是$-\frac{1}{2}$(2003 年上海春季高考)　　(　　)

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

8.设函数$f(x)=\begin{cases}2^{-x}-1(x\leqslant 0)\\ x^{\frac{1}{2}}(x>0)\end{cases}$，若$f(x_0)>1$，则$x_0$的取值范围是(2003 年全国高考)　　(　　)

A.$(-1,1)$

B.$(-1,+\infty)$

C.$(-\infty,-2)\cup(0,+\infty)$

D.$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

9.函数$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，若当$x\geqslant 0$时$f(x)=\log_3(1+x)$，则$f(-2)=$________　　(2002 年上海春季高考)

10.已知函数$f(x)=\frac{x^2}{1+x^2}$，那么$f(1)+f(2)+f(\frac{1}{2})+f(3)+f(\frac{1}{3})+f(4)+f(\frac{1}{4})=$________　　(2002 年全国高考)

11.若函数$y=x^2+(a+2)x+3,x\in[a,b]$的图像关于直线$x=1$对称，则$b=$________　　(2003 年上海春季高考)

12.已知函数$f(x)=\frac{x^2+2x+a}{x},x\in[1,+\infty)$，

(1)当$a=\frac{1}{2}$时，求函数$f(x)$的最小值；

(2)若对任意$x\in[1,+\infty)$，$f(x)>0$恒成立，试求实数a的取值范围．　　(2000 年上海高考)

13.设$f(x)$是定义在$\mathbf{R}$上的偶函数，其图像关于直线$x=1$对称，对任意的$x_1,x_2\in[0,\frac{1}{2}]$都有$f(x_1+x_2)=f(x_1)f(x_2)$，

(1)设$f(1)=2$，求$f(\frac{1}{2}),f(\frac{1}{4})$；

(2)证明$f(x)$是周期函数．　　(2001 年全国高考文)

高考命题预测

函数的三要素(定义域、值域和对应法则)、函数单调性的讨论和应用、函数的对称性及其应用、函数图象的变换，都是历年来高考考查的热点问题，小题难度大多中等，大题一般较难，综合性较强，这也充分体现了高考注重在知识网络的交汇处命题的原则，另外，近几年，加深对抽象函数的考查也逐步成为高考的一种趋势．

指数函数、对数函数和二次函数是高考常考的重要内容，特别是以指数函数和对数函数为载体来考查函数的图象特征、函数的单调性、反函数，以及函数图象的变换的有关知识．有时也考查解简单的指数、对数不等式和指数、对数方程，这在 2003 年上海春季高考和近几年全国高考中均有所体现．与函数有关的高考应用题一般考查二次函数或函数与不等式的综合应用，以及考查学生数学阅读能力和数学建模能力．

今年高考函数部分知识仍可能是考查的重点内容，选择题与填空题的难度可能与 2003 年持平，解答题的难度可能会有所下降．但是，从近几年的高考趋势来看，对抽象函数的考查可能还将进一步增加，高考函数部分仍将体现较强的综合性．考查学生运用数形结合的思想和函数与方程的思想分析问题与解决问题的能力．

14.如果函数$f(x)=x^2+2(a-1)x+2$在区间$[1,4]$上是减函数，那么实数a的取值范围是　　(　　)

A.$a\leqslant -3$　　B.$a\geqslant -3$　　C.$a\leqslant 5$　　D.$a\geqslant 5$

15.已知函数$y=\log_a(2-ax)$在$[0,1]$上是x的减函数，则a的取值范围是　　(　　)

A.$(0,1)$　　B.$(1,2)$　　C.$(0,2)$　　D.$[2,+\infty)$

16.函数$y=-\sqrt{1-x}(x\leqslant 1)$的反函数是　　(　　)

A.$y=x^2-1(-1\leqslant x\leqslant 0)$　　B.$y=x^2-1(0\leqslant x\leqslant 1)$

C.$y=1-x^2(x\leqslant 0)$　　D.$y=1-x^2(0\leqslant x\leqslant 1)$

17.$f(x)$是定义在区间$[-c,c]$上的奇函数，其图像如图 1－1 所示，令$g(x)=af(x)+b$，则下列关于函数$g(x)$的叙述正确的是　　(　　)

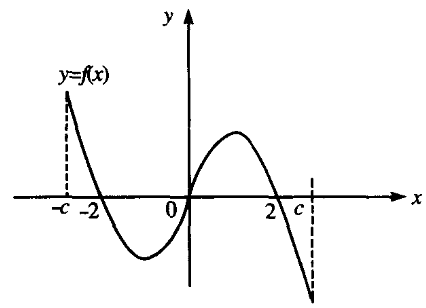


图 1－1

A.若$a<0$，则函数$g(x)$的图像关于原点对称

B.若$a=1,0<b<2$，则方程$g(x)=0$有大于 2 的实根

C.若$a=-2,b=0$，则函数$g(x)$的图像关于y轴原点对称

D.若$a\neq 0,b=2$，则方程$g(x)=0$有三个实根

18.方程$\log_4(3x-1)=\log_4(x-1)+\log_4(3+x)$的解是________．

19.函数$y=\frac{x+2}{2ax-1}$的值域为$\{y\in R$，且$y\neq 2\}$，则它的定义域为________．

20.对于函数$f(x)$，若存在$x_0\in R$，使$f(x_0)=x_0$成立，则称x_0为$f(x)$的不动点．已知函数$f(x)=ax^2+(b+1)x+(b-1)(a\neq 0)$

(1)当$a=1,b=-2$时，求函数$f(x)$的不动点；

(2)若对任意实数b，函数$f(x)$恒有两个相异的不动点，求a的取值范围；

(3)在(2)的条件下，若$y=f(x)$图像上 A、B 两点的横坐标是函数$f(x)$的不动点，且 A、B 两点关于直线$y=kx+\frac{1}{2a^2+1}$对称，求b的最小值．　　(2002 年京皖春季高考)

21.将长度为 1 的铁丝分成两段，分别围成一个正方形和一个圆形，要使正方形与圆的面积之和最小，正方形的周长应为________．

方法定位

聚焦题定位

第 1 题

命题意图　本题旨在考查对数函数的定义域与简单的性质．

解题方法　$\because x\in(-1,0)$，$\therefore x+1\in(0,1)$，又$f(x)>0$，$\therefore 0<2a<1$，$\therefore 0<a<\frac{1}{2}$，应选 A．

第 2 题

命题意图　本题旨在考查指数函数图像性质．

解题方法 $g(x)=a^x$ 的图像经过一、二象限，$f(x)=a^x+b$ 是将 $g(x)=a^x$ 的图像向下平移 $|b|(b<-1)$ 个单位而得，因而图像不经过第一象限，故选 A.

第3题

命题意图 本题旨在考查分类讨论思想与指数函数的性质运用.

解题方法 ①当 $a>1$ 时，$y=a^x$ 为单调递增函数，在$[0,1]$上的最值分别为 $y_{max}=a^1$，$y_{min}=a^0=1$，$\therefore a+1=3$，即 $a=2$;

②当 $0<a<1$ 时，$y=a^x$ 为单调递减函数，$y_{max}=a^0=1$，$y_{min}=a^1=a$，$a+1=3$，$\therefore a=2$ 与 $0<a<1$ 矛盾，故 $a=2$，选 B.

迷点标识 本题必须对 a 进行讨论，若不讨论则解题不正确.

第4题

命题意图 本题主要考查对数的性质.

解题方法 法一：$\because 0<a<1$，$x,y<a$，$\therefore \log_a x>\log_a a=1$，同理 $\log_a y>1$，$\therefore \log_a x+\log_a y>2$，即 $\log_a xy>2$，故选 D.

法二：可代入特殊值如 $x=\frac{1}{8}$，$y=\frac{1}{4}$，$a=\frac{1}{2}$，即可得 D 答案.

第5题

命题意图 本题主要考查图像变换的能力及对坐标平移公式的理解.

解题方法 将函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图形变形到 $y=\frac{1}{x-1}$，即向右平移一个单位，再变形到 $y=-\frac{1}{x-1}$，即将前面图形沿 x 轴翻转，再变形到 $y=-\frac{1}{x-1}+1$，从而选 B.

第6题

命题意图 本题主要考查数学阅读理解能力与建模能力.

解题方法 由题意得出解析式“十五”末我国国内年生产总值约为 $95933\times(1+7.3\%)^4\approx127000$ 亿元.

迷点标识 1.首先要明白到“十五”末为4年而不是5年；2.$(1+7.3\%)^4$ 应用二次项定理展开作近似计算.

第7题

命题意图 本题主要考查函数的性质及分析问题、解决问题的能力.

解题方法 $f(x)$为偶函数，结论(1)错.

对于(2)，当 $x=1000\pi$ 时，$x>2003$，$\sin^2 1000\pi=0$，$\therefore f(1000\pi)=\frac{1}{2}-(\frac{2}{3})^{1000\pi}<\frac{1}{2}$，故(2)错.

对于(3)，$f(x)=\frac{1-\cos 2x}{2}-(\frac{2}{3})^{|x|}+\frac{1}{2}=1-\frac{1}{2}\cos 2x-(\frac{2}{3})^{|x|}$，$\because -1\leqslant\cos 2x\leqslant 1$，$\therefore -\frac{1}{2}\leqslant 1-\frac{1}{2}\cos 2x\leqslant\frac{3}{2}$，故 $1-\frac{1}{2}\cos 2x-(\frac{2}{3})^{|x|}<\frac{3}{2}$，故(3)错.

对于(4)，$\because \cos 2x$ 和$(\frac{2}{3})^x$ 在 $x=0$ 时同时取得最大值，所以 $1-\frac{1}{2}\cos 2x-(\frac{2}{3})^{|x|}$在 $x=0$ 时可取得最小值 $-\frac{1}{2}$，即结论(4)正确，故选 A.

第8题

命题意图 本题考查对数学语言和数学符号的阅读理解能力，以及灵活运用函数的概念性质解题的能力.

解题方法 法一：因为 $f(x_0)>1$，当 $x_0\leqslant 0$ 时，$2^{-x_0}-1>1$，$2^{-x_0}>2$，$-x_0>1$，$\therefore x_0<-1$；当 $x_0>0$ 时，$x_0^{\frac{1}{2}}>1$，$\therefore x_0>1$，综上，所以 x_0 的取值范围为$(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$.

法二：首先画出函数 $y=f(x)$与 $y=1$ 的图像，由图中易得 $f(x)>1$ 时所对应的 x 的取值范围，故选 D.

第9题

命题意图 本题主要考查求函数表达式的方法及奇偶性的应用.

解题方法 设 $x<0$，则 $-x>0$，故 $f(-x)=\log_3(1-x)$，又 $\because f(x)$为奇函数，$\therefore f(-x)=-f(x)$，$\therefore f(x)=-\log_3(1-x)$，$\therefore f(-2)=-\log_3[1-(-2)]=-1$.

第10题

命题意图 本题主要考查学生数学观察能力与解题能力.

解题方法 $\because f(\frac{1}{x})+f(x)=\dfrac{\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x^2}}+\dfrac{x^2}{1+x^2}=1$，$\therefore f(1)+[f(2)+f(\frac{1}{2})]+[f(3)+f(\frac{1}{3})]+[f(4)+f(\frac{1}{4})]=\frac{7}{2}$.

第11题

命题意图 本题考查函数的基本性质及利用性质研究问题解决问题的能力.

解题方法 法一：二次函数 $y=x^2+(a+2)x+3$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称，说明二次函数的对称轴为1，即 $-\frac{a+2}{2}=1$，$a=-4$，而 $f(x)$是定义在$[a,b]$上的，即 a、b 关于 $x=1$ 也对称，所以 $\frac{a+b}{2}=1$，$\therefore b=6$

法二：因为 $y=x^2+(a+2)x+3$ 的对称轴为 $x=1$，$\therefore f(x)$可表示为 $f(x)=(x-1)^2+c$，得，$a+2=-2$，$\therefore a=-4$，b 的计算思路同一.

第12题

命题意图 本题主要考查二次函数的性质，不等式的性质和不等式恒成立问题，以及分类讨论的数学思想方法.

解题方法 (1)当 $a=\frac{1}{2}$时，$f(x)=x+\frac{1}{2x}+2$，用单调性的定义可证明 $f(x)$在区间$[1,+\infty)$上为增函数，$\therefore f(x)$在区间$[1,+\infty)$上的最小值为 $f(1)=\frac{7}{2}$.

(2)法一：在区间$[1,+\infty)$上，$f(x)=\frac{x^2+2x+a}{x}>0$ 恒成立等价于 $x^2+2x+a>0$ 恒成立，设 $y=x^2+2x+a$，$x\in[1,+\infty)$，$\because y=(x+1)^2+a-1$ 在$[1,+\infty)$上递增，所以当 $x=1$ 时，$y_{min}=3+a$，于是当且仅当 $y_{min}=3+a>0$ 时函数 $f(x)>0$ 恒成立，故 $a>-3$.

法二：$f(x)=x+\frac{a}{x}+2$，$x\in[1,+\infty)$，当 $x\geqslant 0$ 时函数 $f(x)$的值恒为正，当 $x<0$ 是函数 $f(x)$递增，故当 $x=1$ 时 $f(x)_{min}=3+a$，于是当且仅当 $3+a>0$ 即 $a>-3$ 时恒成立.

法三：在区间$[1,+\infty)$上，$f(x)=\frac{x^2+2x+a}{x}>0$ 恒成立等价于 $x^2+2x+a>0$ 恒成立，即 $a>-x^2-2x$ 恒成立，又 $x\in[1,+\infty)$时，$-x^2-2x$ 当 $x=1$ 时取最大值 -3，所以当 $a>-3$ 时，$f(x)>0$ 恒成立.

第13题

命题意图 本题只要考查函数的奇偶性与周期性的有关知识.

解题方法 (1)由 $f(x_1+x_2)=f(x_1)f(x_2)$，$x_1,x_2\in[0,\frac{1}{2}]$知 $f(x)=f(\frac{x}{2})\cdot f(\frac{x}{2})\geqslant 0$，$x\in[0,1]$，$\because f(1)=f(\frac{1}{2}+\frac{1}{2})=$

$f(\frac{1}{2})\cdot f(\frac{1}{2})=[f(\frac{1}{2})]^2$　$f(1)=2,\therefore f(\frac{1}{2})=2^{\frac{1}{2}}$，同理可得 $f(\frac{1}{4})=2^{\frac{1}{4}}$.

(2)依题设 $y=f(x)$ 关于直线 $x=1$ 对称，$\therefore f(x)=f(1+1-x)$，$f(x)=f(2-x)$，又 $f(-x)=f(x)$，$\therefore f(-x)=f(2-x)$，$\therefore f(x)=f(2+x)$，$\therefore f(x)$ 是 R 上的周期函数，且 2 是它的一个周期.

预测题定位

第 14 题

命题意图　主要考查二次函数的图象与性质.

解题方法　$\because f(x)$ 在 $[1,4]$ 上是减函数，故 $[1,4]\subseteq(-\infty,1-a]$ 或 $[1,4]\subseteq[1-a,+\infty)$，即 $4\leqslant 1-a$，解得 $a\leqslant -3$. 故选 A.

第 15 题

命题意图　主要考查对数函数的单调性和定义域.

解题方法　设 $u=2-ax$，$\because a>0$ 且 $a\neq 1$，$\therefore$ 函数 u 在 $[0,1]$ 上的减函数，由题设可知外函数 $y=\log_a u$ 是增函数，故 $a>1$，又 $u=2-ax$ 在区间 $[0,1]$ 上要满足 $u>0$，而 u 是减函数，所以只要 $x=1$ 时，$u>0$ 即可，由此得到 $2-a>0$，即 $a<2$，故选 B.

第 16 题

命题意图　本题主要考查反函数的有关知识，特别是求反函数的定义域.

解题方法　$\because x\leqslant 1,\therefore -x\geqslant -1,1-x\geqslant 0,\therefore\sqrt{1-x}\geqslant 0$，

$-\sqrt{1-x}\leqslant 0,\therefore y\geqslant 0$，原函数的值域应与反函数的定义域相同，所以答案中只有 C 的定义域满足小于等于 0，故应选 C.

第 17 题

命题意图　本题考查函数的图像，方程与函数解析式的关系，考查坐标平移变换，考查考生抽象思维能力和解决问题的能力.

解题方法　由已知可设 $f(x)=mx(x-2)(x+2)(m<0)$，$x\in[-c,c]$，又 $g(x)=amx(x-2)(x+2)+b$，将原图向上平移 b 个单位，因此 $g(x)$ 图像不可能关于原点对称.

当 $a=1,0<b<2$ 时，$g(x)=m(x-2)(x+2)+b$ 其所示图像如下图，在 $[2,c]$ 上与 x 轴有交点，即 $g(x)=0$ 有大于 2 的实根.

当 $a=-2,b=0$ 时，$g(x)=-2x(x-2)(x+2)$ 为奇函数，关于原点对称.

当 $a\neq 0,b=2$ 时，$g(x)=amx(x-2)(x+2)+2=a[mx(x-2)(x+2)+\frac{2}{a}]$，此时只能看平移 $\frac{2}{a}$ 的大小，如果 $-2<-\frac{2}{a}<2$ 仍有三个交点，即三个实根，若否则不确定，故选 B.

第 18 题

命题意图　本题主要考查对数的性质与简单对数方程的解法.

解题方法　原方程可化为 $\log_4(3x-1)=\log_4(x-1)(3+x)(3x-1>0,x-1>0,3+x>0)$ 即 $3x-1=(x-1)(3+x)(x>1)$，解得 $x=2$ 为原方程的解.

迷点标识　本题一定要考虑变形的等价性，即 x 的取值范围.

第 19 题

命题意图　本题主要考察函数的定义域与值域之间的关系.

解题方法　由 $y=\frac{x+2}{2ax-1}$ 的值域得 $\frac{1}{2a}=2$，故 $a=\frac{1}{4}$，$\therefore y=\frac{x+2}{\frac{1}{2}x-1}$

$\therefore$ 定义域为 $\{x\mid x\in R$ 且 $x\neq 2\}$

第 20 题

命题意图　本题主要考查二次函数的有关知识.

解题方法　(1) $f(x)=x^2-x-3$，因为 x_0 为不动点，因此有 $f(x_0)=x_0^2-x_0-3=x_0$，所以 $x_0=-1$ 或 $x_0=3$，故 -1 和 3 为 $f(x)$ 的不动点.

(2)因为 $f(x)$ 恒有两个不动点，$f(x)=ax^2+(b+1)x+(b-1)=x$，

$\therefore ax^2+bx+(b-1)=0$ 有两根，$\Delta=b^2-4a(b-1)>0$ 恒成立，即对任意

$b\in R$，$b^2-4ab+4a>0$ 恒成立，$\therefore(4a)^2-4(4a)<0\Rightarrow 0<a<1$.

(3)由 $ax^2+bx+(b-1)=0$ 得 $\frac{x_1+x_2}{2}=-\frac{b}{2a}$，又由题设 $k=-1$，即 $y=-x+\frac{1}{2a^2+1}$，设 A、B 的中点为 E，则 $E\left(-\frac{b}{2a},\frac{b}{2a}+\frac{1}{2a^2+1}\right)$，

$\because x_E=y_E,\therefore -\frac{b}{2a}=\frac{b}{2a}+\frac{1}{2a^2+1},\therefore b=-\frac{a}{2a^2+1}=-\frac{1}{2a+\frac{1}{a}}\geqslant-\frac{1}{2\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{4}$，

$\because 0<a<1$，当且仅当 $2a=\frac{1}{a}$ 即 $a=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，b 取得最小值为 $-\frac{\sqrt{2}}{4}$.

第 21 题

命题意图　本题考查建立函数模型并求函数最值等知识.

解题方法　设正方形周长为 x，则边长为 $\frac{x}{4}$，圆周长为 $1-x$，圆半径为 $\frac{1-x}{2\pi}(0<x<1)$，依题意，面积之和为 $\frac{x^2}{16}+\pi(\frac{1-x}{2\pi})^2=\frac{(4+\pi)x^2-8x+16}{16\pi}$，当 $x=\frac{1}{2}\cdot\frac{8}{4+\pi}=\frac{4}{4+\pi}$ 时有最小值，即正方形周长为 $\frac{4}{4+\pi}$.

模拟演练

一、选择题

1. 已知函数 $y=3+a^{x-1}(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 的反函数经过定点 P，则 P 的坐标为　(　　)

A. $(4,1)$　B. $(1,4)$　C. $(4,-1)$　D. $(-2,1)$

2. 定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 以 T 为最小正周期，则 $f(\frac{T}{2})$ 的值为　(　　)

A. T　B. $T/2$　C. 0　D. 无法确定

3. 已知 $\lg a+\lg b=0$，$f(x)=\log_a x$，$g(x)=\log_b x$，则函数 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 的图像　(　　)

A. 关于直线 $y=x$ 对称　B. 关于 y 轴对称

C. 关于原点对称　D. 关于 x 轴对称

4. 已知函数 $y=\log_2|ax-1|(a\neq 0)$ 的图像的对称轴方程为 $x=2$，则 a 的值为　(　　)

A. 0.5　B. -0.5　C. 2　D. -2

5. 已知函数 $y=f(x)$ 在 $(0,2)$ 上是增函数，函数 $f(x+2)$ 是偶函数，则　(　　)

A. $f(1)<f(\frac{5}{2})<f(\frac{7}{2})$　B. $f(\frac{7}{2})<f(1)<f(\frac{5}{2})$

C. $f(\frac{7}{2})<f(\frac{5}{2})<f(1)$　D. $f(\frac{5}{2})<f(1)<f(\frac{7}{2})$

6. 函数 $y=ax^3+bx^2+cx+d$ 的图像如图 1－2，则（　）

A. $a>0,b>0,c>0$

B. $a>0,b>0,c<0$

C. $a<0,b<0,c>0$

D. $a<0,b<0,c<0$

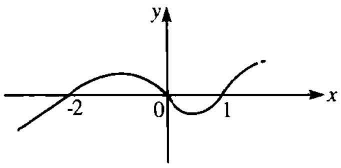
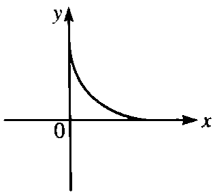
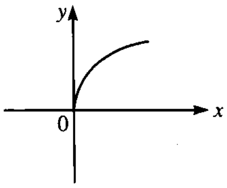


图 1－2

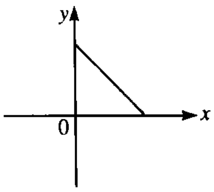
7. 棱锥被平行于底面截面截成上下两部分，若上部分小棱锥的体积为 y，下部分的体积为 x，则 y 关于 x 的函数图像的大致形状为（　）



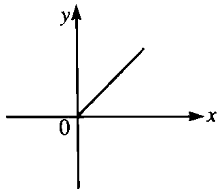
A.



B.



C.



D.

8. 已知函数 $y=f(x)$ 的图像如图 1－3 所示，则函数 $y=f(|x|)$ 的图像在下列四图中只可能是（　）

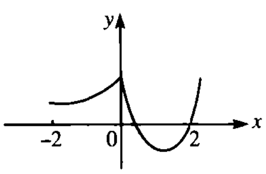
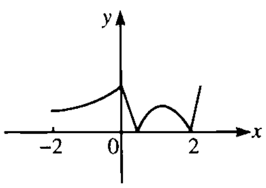
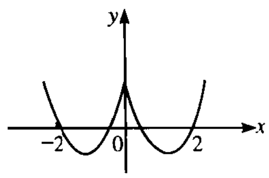


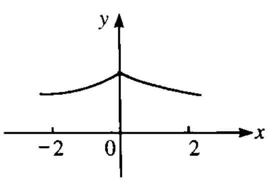
图 1－3



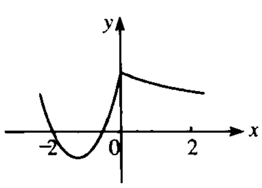
A.



B.



C.



D.

9. 已知函数 $f(x)=2ax+4$，若在 $[-2,1]$ 上存在 x_0，使 $f(x_0)=0$，则实数 a 的取值范围是（　）

A. $[-\frac{5}{2},4]$　　B. $[-1,2]$

C. $(-\infty,-2]\cup[1,+\infty)$　D. $[-2,1]$

10. 已知定义在 R 上的偶函数 $f(x)$ 在 $x\in[0,+\infty)$ 上为增函数，且 $f(\frac{1}{3})=0$，则不等式 $f(\log_{\frac{1}{8}}x)>0$ 的解集为（　）

A. $(0,\frac{1}{2})$　　B. $(2,+\infty)$

C. $(0,\frac{1}{2})\cup(2,+\infty)$　D. $(\frac{1}{2},1)\cup(2,+\infty)$

11. 若函数 $y=\frac{x}{x^2+a}$ 的图像如图 1－4，则 a 的取值范围是（　）

A. $(-\infty,-1)$　　B. $(-1,0)$

C. $(0,1)$　　D. $(1,+\infty)$

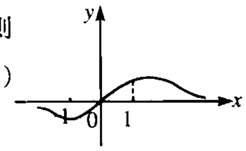
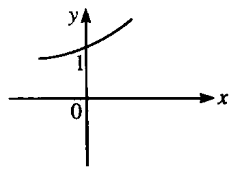


图 1－4

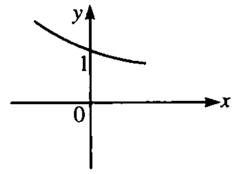
12. 下列函数① $y=x\cdot\sin x$，② $y=\frac{2}{2^x-1}+1$，③ $y=\begin{cases}2^x(x\leqslant0)\\ \log_2x(0<x\leqslant1)\end{cases}$，④ $y=-x^2+2x+1,x\in[-2,2]$ 中，其函数图像是有对称性的有（　）

A. ①②③　B. ①③④　C. ②③④　D. ①②④

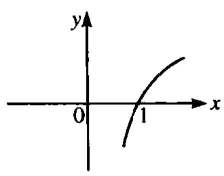
13. 设 $a>1$，实数 x,y 满足 $\log_a y+x=0$，则 y 关于 x 的函数图像大致为（　）



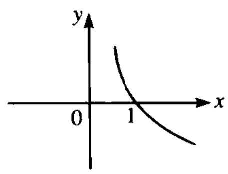
A.



B.

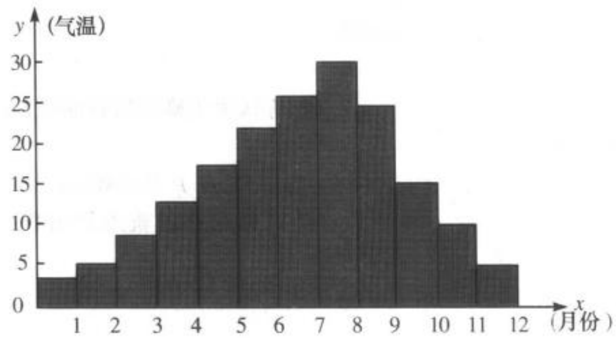


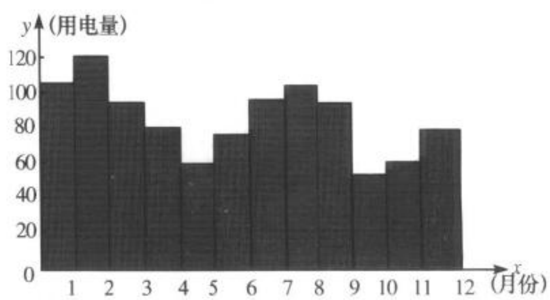
C.



D.

14. 一般地，家庭用电量（千瓦时）与气温（℃）有一定关系，下图(1)表示某年 12 个月中每月的平均气温，图(2)表示某家庭在这年 12 个月中每个月的用电量，根据这些信息，以下关于该家庭用电量与其气温间关系的叙述中，正确的是（　）





A. 气温最高时，用电量最多
B. 气温最低时，用电量最少
C. 当气温大于某一值时，用电量随气温增高而增加
D. 当气温小于某一值时，用电量随气温降低而增加

二、填空题

15. 已知函数 $f(x)=\frac{ax+1}{x+2}$ 在区间 $(-2,+\infty)$ 上是增函数，则实数 a 的取值范围是________.

16. 当 $x\in(1,2)$ 时，不等式 $(x-1)^2<\log_a x$ 恒成立，则 a 的取值范围是________.

17. 设集合 $A=\{x\mid |x-a|<2\}$，$B=\{x\mid \frac{2x-1}{x+2}<1\}$ 若，则 $A\subseteq B$，则实数 a 的取值范围是________.

18. 若函数 $f(x)$ 是奇函数，且 $x>0$ 时，$f(x)=\lg(x+1)$，则当 $x<0$ 时，$f(x)$ 的解析式为________.

19. 老师给出一个函数 $y=f(x)$，甲、乙、丙、丁四位同学各指出这个函数的一个性质：
甲：对于 $x\in R$，总有 $f(x+1)=f(1-x)$
乙：在 $(-\infty,0)$ 上函数单调递减
丙：在 $(0,+\infty)$ 上函数单调递增
丁：$f(0)$ 不是函数的最小值
如果其中只有三条性质叙述正确，请构造一个满足你认为叙述正确的三条性质的函数：________________.

20. 函数 $f(x)=2^{2x}-2^{x+1}+2$ 的定义域为 M，值域为 $[1,2]$，给出下列结论
①$M=[0,1]$，②$M\emptyset(-\infty,1]$，③$M\subseteq(-\infty,1]$，④$M\supseteq[0,1]$，⑤$1\in M$，⑥$0\in M$，其中一定成立的结论的序号为________.

21. 设有两个命题
(1) 不等式 $|x|+|x-1|>m$ 的解集是 R，
(2) 函数 $f(x)=-(7-3m)^x$ 是减函数，如果这两个命题中有且只有一个真命题，则实数 m 的取值范围是________.

22. 定义在 $(-\infty,+\infty)$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=-f(x)$，且在 $[-1,0]$ 上是增函数，下面是关于 $f(x)$ 的判断：
①$f(x)$ 是周期函数
②$f(x)$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称
③$f(x)$ 在 $[0,1]$ 上是增函数
④$f(x)$ 在 $[1,2]$ 上是减函数
⑤$f(2)=f(0)$
其中正确的判断是________(把你认为正确的判断都填上).

三、解答题

23. 已知 $f(x)=\log_a(x+1)(a>0,a\neq1)$，点 P 是函数 $y=f(x)$ 图像上任一点，点 P 关于原点的对称点 Q 的轨迹是函数 $y=g(x)$ 的图像，
(1) 写出函数 $y=g(x)$ 的解析式；

(2) 求使不等式 $f(ax)+2g(x)>0$ 成立的 x 的取值范围.

24. 已知函数 $f(x)=m(x+\frac{1}{x})$ 的图像与函数 $h(x)=\frac{1}{4}(x+\frac{1}{x})+2$ 的图像关于点 $A(0,1)$ 对称，
(1) 求 m 的值；

(2) 若 $g(x)=f(x)+\frac{a}{4x}$，且 $g(x)$ 在区间 $(0,2]$ 上为减函数，求实数 a 的取值范围；

(3) 在条件(2)下，试证明曲线 $C_1:y=a^x$ 与曲线 $C_2:y=12f(x+1)-3x-4$ 的交点不可能落在 y 轴的左侧.

25. 设 a 为实数，函数 $f(x)=x^2+|x-a|+1$，$x\in R$，
(1) 讨论 $f(x)$ 的奇偶性；

(2)求 $f(x)$ 的最小值.

26. 某产品生产厂家根据以往的生产销售经验,得到下面有关生产销售的统计规律:每生产产品 x(百台),其总成本为 $G(x)$(万元),其中固定成本为2万元,并且每生产百台的生产成本为1万元(总成本 = 固定成本 + 生产成本);销售收入 $R(x)$(万元)满足

$$R(x)=\begin{cases}-0.4x^2+4.2x-0.8(0\leqslant x\leqslant 5)\\10.2(x>5),\end{cases}$$

假定该产品产销平衡,那么根据上述统计规律,

(1)要使工厂有赢利,产量 x 应控制在什么范围?

(2)工厂生产多少台产品时,可使赢利最多?

(3)求赢利最多时每台产品的售价.

27. 设 $f(x)=\log_2\frac{1+x}{1-x}$, $F(x)=\frac{1}{2-x}+f(x)$,

(1)试判断函数 $F(x)$ 的单调性,并用函数单调性的定义给出证明;

(2)若 $f(x)$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$,证明:对于任意的自然数 $n(n\geqslant 3)$,都有 $f^{-1}(n)>\frac{n}{n+1}$;

(3)若 $F(x)$ 的反函数为 $F^{-1}(x)$,证明:方程 $F^{-1}(x)=0$ 有惟一解.

28. 已知函数 $f(x)=\lg(a^x-b^x)(a>1>b>0)$,

(1)求 $y=f(x)$ 的定义域;

(2)在函数 $y=f(x)$ 的图像上是否存在不同的两点,使过这两点的直线平行于 x 轴;

(3)当 a,b 满足什么条件时,$f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上恒取正值.

规律与方法

1. 命题规律和复习方略

函数的三要素、函数的图象和性质、指数方程和对数方程，都是历年来高考考查的重点与难点，无论是选择题、填空题，还是解答题，都体现出较强的综合性与应用性，难度一般中等或偏难，由于函数知识与数学其他知识联系密切，对学生数学阅读与理解能力、数学应用能力要求较高，特别是便于考查学生运用数学思想方法分析问题和解决问题的能力，所以倍受命题者的青睐，具体函数一般是以二次函数、指数函数和对数函数为载体考查函数的三要素、图象特征和性质，对抽象函数的考查仍将会以小题为主，把重点放在函数的本质特征上，一般可利用数形结合的思想来解决，或进行必要的逻辑推理.

因此，在复习中应注意以下几个问题：

(1)高中数学中函数知识与其它知识的关系非常密切，因此要求学生首先要对函数的基本要素、基本性质等知识有着深刻的理解和较全面的掌握，在复习时，要多做一些函数的基本题，特别是有关函数的三要素和函数的基本性质的有关问题. 要涉及各种题型，多练习、多反思、多总结，重在分析函数的本质性质，在此基础上，结合高中数学的其它知识，如：函数在不等式中的应用、函数在解析几何中的应用等等，从而提高综合能力，提高分析问题和解决问题的能力.

(2)二次函数、指数函数和对数函数是三种非常重要的初等函数，对这三种函数的图象和性质必须有较深的理解，特别是以这三种函数为载体考查函数的单调性、奇偶性已成为近几年高考的热点，这就要求学生要全面掌握指数和对数的性质与运算法则，深刻理解和掌握二次函数、指数函数和对数函数的图象特征和性质，对指数和对数方程与不等式也应有所理解.

2. 解题方法点拨

(1)复习函数时应紧紧抓住函数的图象，通过图象特征研究函数的性质，在解函数有关问题时，要善于运用数形结合的思想方法，使抽象问题直观化，从而拓宽自己的解题思路，提高自己的解题能力；

(2)分类讨论思想在函数中的运用也十分广泛，如：对二次项系数的讨论、对指数函数和对数函数底数的讨论、对函数解析式中参数的讨论等等，讨论时要有条不紊，把握讨论时机，讨论的情况不能重复、也不能遗漏；

(3)求参数的取值范围是函数中的一类非常重要的问题，一般的方法有：数形结合、分类讨论、变量转移、等价转化、换元、分离变量等，各种方法要熟练掌握，并灵活运用；

(4)函数应用题的考查是历年来的热点与难点，解函数应用题，先要认真阅读题目，弄清题目中的已知条件和未知条件，找出其中隐含的数学信息，特别是数学等量关系，再建立数学模型，列出式子从而解决；

(5)复习过程中，要注重知识的连贯性与综合性，注重不同知识点之间的相互渗透，要多练习、多思考，重视一题多解的训练，拓宽学生的解题思路，从而提高学生的思维层次和解题能力.

战略总结

热点2　数列

热点定位

热点互联

- 数列
  - 数列的概念
  - 等差数列
    - 通项公式和求和公式
    - 等差数列的性质
    - 等差数列的应用
  - 等比数列
    - 通项公式和求和公式
    - 等比数列的性质
    - 等比数列的应用
  - 等差等比数列的应用
  - 求数列的通项公式
  - 数列求和

热点解说

1. 数列是高中代数的重要内容,也是高考的考查重点,在历年高考中一直占有较大的比重,近年来对数列的考查更有加重的趋势。纵观近几年的高考试题,题型通常是一道主观题和一道客观题,有时也出现两道客观题,主观题可能是基础题,也可能是压轴题,常是等差数列、等比数列与函数、方程、不等式、解析几何等知识的综合问题,以中等难度题为多数,有时也有难度较大的综合题.

2. 数列部分的考查主要围绕等差数列和等比数列来进行.基本类型就是根据一定的条件求数列的基本量,包括 a_n、S_n、d、q、n 等.等差数列和等比数列是高考的热点,实际上每年关于数列的高考题都是以等差数列和等比数列为中心.等差等比数列的相关问题,能有效地测试学生的逻辑推理能力,运算能力,分析问题、解决问题的能力.数列应用问题也是高考的热点,以中等难度题为多数,有时也难度较大,往往密切联系生活实际.

3. 数列的通项公式是数列的一个基本要素.理解数列的通项公式是自变量为正整数的函数解析式,在历年高考中常有直接考求数列的通项公式的问题.除了熟练掌握等差、等比数列的通项公式,还要会用观察分析法、待定系数法、构造特殊数列法、叠加(乘)法、由 S_n 求 a_n 法等求数列的通项公式.

4. 数列求和也是高考中的考查热点,复习时应理解求和的意义,注意求和的条件,特别应谨慎处理好含字母的数列及奇偶项求和的问题.对求和符号$\sum$要熟悉,并会准确地运用.除了熟练掌握等差、等比数列的求和公式,还要会用裂项相消法、倒序相加法、错位相减法、组合化归法等方法对数列求和.

命题定位

高考经典聚焦

1. 等差数列$\{a_n\}$中,已知 $a_1=\frac{1}{3}$,$a_2+a_5=4$,$a_n=33$,则 n 为 (　　)(2003年辽宁高考)

A. 48　　B. 49　　C. 50　　D. 51

2. 若数列$\{a_n\}$前8项的值各异,且 $a_{n+8}=a_n$ 对任意的 $n\in N^*$ 都成立,则下列数列中可取遍$\{a_n\}$前8项的值的数列为 (　　)(2001年上海春季高考)

A. $\{a_{2k+1}\}$　　B. $\{a_{3k+1}\}$　　C. $\{a_{4k+1}\}$　　D. $\{a_{6k+1}\}$

3. 已知方程$(x^2-2x+m)(x^2-2x+n)=0$的四个根组成一个首项为$\frac{1}{4}$的等差数列,则$|m-n|=$ (　　)(2003年全国高考)

A. 1　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{3}{8}$

4. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_5=3$,$a_6=-2$,则 $a_4+a_5+\cdots+a_{10}=$ ________ (2003年上海高考)

5. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_1=2$,公差不为零,且 a_1,a_3,a_{11}恰好是某等比数列的前三项,那么该等比数列公比的值等于________ (2002年北京高考)

6. 在等差数列$\{a_n\}$中,若 $a_{10}=0$,则有等式 $a_1+a_2+\cdots+a_n=a_1+a_2+\cdots+a_{19-n}$($n<19$,$n\in N^*$)成立,类比上述性质,相应地:在等比数列$\{b_n\}$中,若 $b_9=1$,则有等式________成立. (2001年上海高考)

7. 已知数列$\{a_n\}$是等差数列,且 $a_1=2$,$a_1+a_2+a_3=12$.

(Ⅰ)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(Ⅱ)令 $b_n=a_nx^n$,求数列$\{b_n\}$的前 n 项和的公式. (2003年北京高考)

8. 已知函数 $f(x)=a\cdot b^x$ 的图象过点 $A(4,\frac{1}{4})$、$B(5,1)$.

(Ⅰ)求函数 $f(x)$的解析式;

(Ⅱ)记 $a_n=\log_2 f(n)$,n 是正整数,S_n 是数列$\{a_n\}$的前 n 项和,解关于 n 的不等式 $a_nS_n\leqslant 0$;

(Ⅲ)对于(Ⅱ)中的 a_n 与 S_n,整数 10^4 是否为数列$\{a_nS_n\}$中的项?若是,则求出相应的项数;若不是,则说明理由. (2002年上海高考)

9. 设 $a>0$, 如图2-1, 已知直线 $l:y=ax$ 及曲线 $C:y=x^2$, C 上点 Q_1 的横坐标为 $a_1(0<a_1<a)$.从 C 上的点 $Q_n(n\geqslant 1)$作直线平行于 x 轴,交直线 l 于点 P_{n+1},再从点 P_{n+1}作直线平行于 y 轴,交曲线 C 于点 Q_{n+1}. $Q_n(n=1,2,3,\cdots)$的横坐标构成

数列$\{a_n\}$.

（Ⅰ）试求 a_{n+1}与 a_n 的关系，并求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）当 $a=1, a_1\leqslant\frac{1}{2}$时，证明$\sum\limits_{k=1}^{n}(a_k-a_{k+1})a_{k+2}<\frac{1}{32}$；

（Ⅲ）当 $a=1$ 时，证明$\sum\limits_{k=1}^{n}(a_k-a_{k+1})a_{k+2}<\frac{1}{3}$

（2003 年江苏高考）

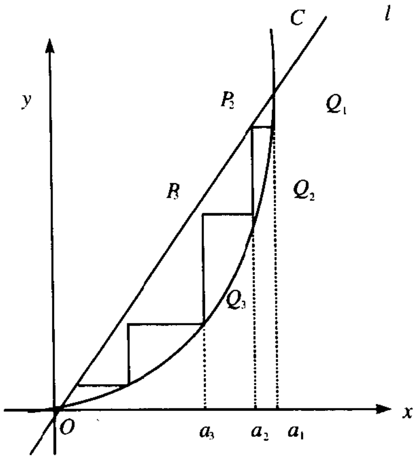


图 2－1

高考命题预测

数列在历年高考中一直占有较大的比重，近年来对数列的考查有加重的趋势，主要围绕等差数列和等比数列来进行．从历年高考经典回顾中，求数列的通项公式、数列求和是高考考查的重点．今年高考仍可能从这方面命题，不会有太大的变化，若考选择填空题，一般难度不大，但常有一定灵活性，常常要应用等差等比数列的性质．

解答题常是等差数列、等比数列与函数、方程、不等式、解析几何等知识的综合问题，这些综合性试题能有效地考查考生的思维能力、逻辑推理能力、运算能力以及运用相关知识与方法分析问题、解决问题的能力，这体现了高考注重在知识网络交汇点处命题的一个原则，又等差、等比数列部分可创设不少新颖的题目，达到了考查考生数学能力的目的．这些必须引起高度注意．

数列有着广泛的实际应用，高考中应用问题能较好地考查考生对数学应用问题的阅读理解，对数学基础知识的综合运用以及分析问题、解决问题的能力．近几年，高考逐渐加大了对应用题的考查力度，因此，今年高考可能会围绕这方面进行考查．

10．在△ABC 中，$\tan A$ 是以 -4 为第三项，4 为第七项的等差数列的公差，$\tan B$ 是以$\frac{1}{3}$为第三项，9 为第六项的等比数列的公比，则这个三角形是　　（　　）

A．钝角三角形　　B．锐角三角形

C．等腰直角三角形　　D．非等腰直角三角形

11．数列$\{an+b\}$中，a, b 是常数，$a<0$，该数列前 n 项和为S_n，那么当 $n\geqslant2$ 时，有　　（　　）

A．$S_n\geqslant n(a+b)$

B．$S_n\leqslant an^2+bn$

C．$an^2+bn<S_n<n(a+b)$

D．$n(a+b)<S_n<an^2+bn$

12．设 $S_n=1-2+3-4+\cdots+(-1)^{n-1}\cdot n$，则 $S_{4m}+S_{2m+1}+S_{2m+3}(m\in N_+)$的值为　　（　　）

A．0　　B．3

C．4　　D．随 m 的变化而变化

13．等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $S_3:S_2=3:2$，则公比 q 的值为________

14．关于 x 的方程 $x^2-(3n+2)x+3n^2-74=0(n\in Z)$的所有实根之和为________

15．已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $S_9=18, S_n=240$ 当 $n>9$ 时，$a_{n-4}=30$，则 n 的值为________

16．已知数列$\{a_n\}$的首项 $a_1=3$，通项 a_n 与前 n 项和 S_n 之间满足 $2a_n=S_n\cdot S_{n-1}(n\geqslant2)$．

(1)求证：$\left\{\frac{1}{S_n}\right\}$是等差数列，并求公差；

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(3)数列$\{a_n\}$中是否存在自然数 k，使得不等式 $a_k>a_{k+1}$对任意大于或等于 k 的自然数都成立？若存在，求出最小的 k 值；若不存在，请说明理由．

17．某房屋开发公司用 98 万元，购得一块土地，并在这块地上建造一座每层建筑面积都为 1000 平方米的楼房．设平均建筑费用$=\frac{s}{t}$（元/米^2）（s 为建完各层楼的建造费用的和，t 为建完各层楼的建筑面积的和），经测算知，若这座楼建完第一层的平均建筑费用为 a 元/米，则以后楼房每多建一层，建完各层的平均建筑费用都将增加 $5\%a$ 元/米^2．现在这座楼房已建完 5 层，算得平均建筑费用为 480 元/米^2．

(1)求 a；

(2)又设平均综合费用＝平均建筑费用＋平均购地费用，则要使这座楼房建好后每平方米的平均综合费用最低，这座楼房还应再建几层？

方法定位

聚焦题定位

第 1 题

命题意图　本题旨在考查等差数列的基础知识．

解题方法　$a_2+a_5=2a_1+5d=2\times\frac{1}{3}+5d=4\Rightarrow d=\frac{2}{3}$，

$a_n=a_1+(n-1)d=\frac{1}{3}+(n-1)\cdot\frac{2}{3}=33\Rightarrow n=50$，故选 C．

第 2 题

命题意图　本题旨在考查数列的基础知识和分析问题的能力．

解题方法　$k\in N$，$\therefore k=0,1,2,\cdots,7$ 时，a_{2k+1}取得的均为奇数项而无偶数项．$\therefore$数列$\{a_{2k+1}\}$不能取遍数列$\{a_n\}$的前 8 项．又另 $k=0,1,2,\cdots,7$ 数列$\{a_{3k+1}\}$可以取遍数列$\{a_n\}$的前 8 项．正确答案：B．

第 3 题

命题意图　本题旨在考查等差数列的基础知识和性质．

解题方法　设此方程的四根为 x_1, x_2, x_3, x_4（其中 $x_1=\frac{1}{4}$）成等差数列，则 $x_1+x_4=x_2+x_3$，方程 $x^2-2x+m=0$ 的两根之和与方程 $x^2-2x+n=0$ 的两根之和相等，都为 2．

由等差数列性质，$x_1+x_4=2, x_4=\frac{7}{4}=x_1+3d\Rightarrow d=\frac{1}{2}\Rightarrow x_2=$