工程力学基础 I

理论力学

戴泽墩　编著

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

工程力学基础 I

理论力学

戴泽墩 编著

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

本书是与《工程力学基础 Ⅱ》(材料力学)配套的一本教材,内容为理论力学部分。全书共有两篇十二章。第一篇为静力学,包括静力学的基本概念,平面力系的简化,平面力系的平衡,空间力系的平衡,物体的重心、质心和形心等五章;第二篇为运动学和动力学,包括点的运动学,刚体的基本运动,点的合成运动,刚体的一般平面运动,动量原理,动能定理,达朗伯原理等七章。

本书可作30~40教学学时用的参考教材。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学基础 Ⅰ:理论力学/戴泽墩编著 .—北京:北京理工大学出版社,2004.2

ISBN 7-5640-0217-4

Ⅰ.工… Ⅱ.戴… Ⅲ.工程力学-高等学校-教材 Ⅳ.TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第117104号

出版发行 / 北京理工大学出版社
社　　址 / 北京市海淀区中关村南大街5号
邮　　编 / 100081
电　　话 / (010)68914775(办公室)　68912824(发行部)
网　　址 / http://www.bitpress.com.cn
电子邮箱 / chiefedit@bitpress.com.cn
经　　销 / 全国各地新华书店
印　　刷 / 北京圣瑞伦印刷厂
开　　本 / 850毫米×1168毫米　1/32
印　　张 / 9.125
字　　数 / 226千字
版　　次 / 2004年2月第1版　2004年2月第1次印刷
印　　数 / 1~6000册
定　　价 / 13.00元

责任校对 / 郑兴玉
责任印制 / 刘京凤

前　言

《工程力学基础》包括理论力学、材料力学两部分内容。为了便于选用，两部分各自成册，同时出版。

本套教材是针对北京理工大学相关专业根据新世纪之教学目标所制订的中、少学时的工程力学教学计划要求而编写的。在编写过程中，作者力求做到：理论分析严谨、结论描述简明、应用说明采用实例，以利提高学生分析问题、解决问题的能力。

本教材的理论力学分册由戴泽墩教授编写，材料力学分册由刘耀乙教授编写。他们在编写时主要参考了北京理工大学历届使用过的多种自编教材，以及教学实践和教学研讨成果，并参阅了兄弟院校的有关教材和教学经验的交流资料。在此，谨向上述文献资料的作者表示衷心的感谢。

随着我国教学改革的不断深化，加之编者水平有限，本书难免存在不足之处，恳盼专家、读者指正。

编　者

2004 年 1 月于北京

目　录

第一篇　静力学

第二篇　运动学和动力学

第一篇　静力学

静力学是研究刚体在力系作用下平衡规律的科学。

刚体是指运动过程中不发生变形的物体。它是在研究力对物体作用的外效应时，由实际的物体抽象而来的理想力学模型。

刚体的平衡是指刚体相对于惯性参考系处于静止或作匀速直线平行移动的一种状态。它是刚体运动状态的一种特殊形式。

牛顿力学理论指出，刚体能否处于平衡状态，取决于它所受到的一群力（**力系**）。能使刚体保持其平衡状态的力系称为**平衡力系**。要判断一个力系是否为平衡力系，必须先研究力系对刚体作用的总效应。对于一个复杂的力系对刚体作用的总效应，往往可以用一个简单力系对刚体作用的总效应来代替。寻找一个简单力系来等效替代一个复杂力系，称为**力系的简化**。这样，判断任何一个复杂力系是否为平衡力系，就可根据其简单的等效力系是否为平衡力系来决定。

当然，在分析具体的刚体之平衡时，还应对每个刚体进行受力分析，正确地判断它所受的力系是由哪些力所组成的。

由上所述，静力学主要研究以下三个问题：

(1) 刚体的受力分析；

(2) 力系的等效简化；

(3) 力系的平衡条件及其应用。

其中刚体的受力分析及力系的简化还是研究动力学的基础，而整个静力学内容则是学习材料力学、机械原理、机器零件等后续课程的必备知识。静力学的理论和方法在解决许多实际工程技术问题的过程中有着广泛的应用。

第一章　静力学的基本概念

§1.1　力和力偶

1.1.1　力和力矢量·力对点之矩

1. *力的定义*

力是物体对物体的机械作用,其效应是使物体的运动状态发生改变和使物体形状发生变化。

人们通过力对物体作用的效应来认识和判断力的存在。力使物体运动状态发生改变的效应称为力的**外效应**或**运动效应**;力使物体形状发生变化的效应称为力的**内效应**或**变形效应**。静力学中,把物体抽象为刚体,因此只研究力的外效应。

2. *力的三要素*

力对物体作用的效应取决于**力的大小、力的方向、力的作用点**,它们称为力的三要素。通过力的作用点并与力的方向平行的直线称为**力的作用线**。实践和理论均说明,力的作用点沿其作用线移动不会改变它对刚体作用的效应。因此,对刚体来说,力的三要素是力的大小、力的方向和力的作用线。或者说,两个力对刚体作用效应相同(等效)的充分必要条件是它们的大小、方向和作用线三要素完全相同。

3. *力矢和力对点之矩*

力的大小和力的方向可用矢量表示。力的单位为**牛**(N)。

为了表征力的作用线位置,可选定空间某一参考点 O,然后由力的作用线与点 O 所决定的平面的方位,以及点 O 至作用线之距离即可确定作用线所在的位置。

设力 $\boldsymbol{F}$ 的作用点为 A,其作用线与点 O 的距离为 d,点 O 与

作用线决定的平面之法向单位矢量为$\boldsymbol{n}$，如图 1－1 所示。力学中，定义**力 $\boldsymbol{F}$ 对点 O 之矩为一矢量，它的大小等于力的大小与距离 d 之乘积，它的方向与 $\boldsymbol{n}$ 相同，**以符号 $\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F})$表示，则有

$$\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}) = Fd\boldsymbol{n} \tag{1-1}$$

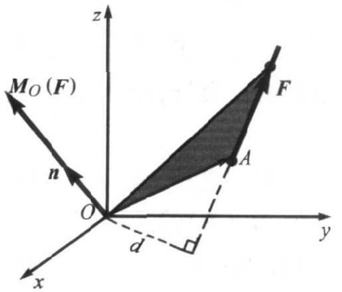


图 1－1

不难看出，力 $\boldsymbol{F}$ 对 O 点之矩还可表示为

$$\boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}) = \overrightarrow{OA} \times \boldsymbol{F} \tag{1-2}$$

点 O 称为**矩心**，距离 d 称为**力臂**。力对点之矩(简称力矩)的单位是牛·米(N·m)。

由以上定义可见，力和力对点之矩两个矢量完全确定了力的大小、力的方向和力的作用线三个要素。因此，如两个力的矢量和它们对同一矩心之矩矢分别相等，则两力对刚体的作用完全等效；否则，两力不等效。一个力系的各力之矢量和称为**力系的主矢**；各力对点 O 之矩的矢量和称为**力系对点 O 之主矩**。分别以 $\boldsymbol{F}'$，$\boldsymbol{M}_O$ 表示力的主矢和对 O 点之主矩，则

$$\begin{cases} \boldsymbol{F}' = \sum \boldsymbol{F}_i \\ \boldsymbol{M}_O = \sum \boldsymbol{M}_O(\boldsymbol{F}_i) \end{cases} \tag{1-3}$$

实践和理论都证明(具体证明，将在以后有关章节中讨论)：**力系的主矢和主矩两个矢量完全确定了力系对刚体作用的总效应。**两个力系的主矢和对同一点的主矩分别相等，则该两力系等效；两个力系的主矢和对同一点的主矩，至少有一个不等，则两力系不等效。

在讨论力的作用线只限于某一已知平面时，力对该平面内的点之矩矢总是垂直于该平面，因此只需定义力对平面内的点之矩

为一代数量即可。

设力 F 作用于平面内的 A 点，其作用线与矩心 O 的距离（力臂）为 d，则力 F 对点 O 之矩定义为：**力的大小与力臂之乘积并冠以适当的正负号**，以 $M_O(F)$ 表示之，则有

$$M_O(F)=\pm Fd \tag{1-4}$$

力对点之矩 $M_O(F)$ 可用带箭头的弧线表示，如图 1－2 所示。若表示 $M_O(F)$ 的弧线的指向与将 $\overrightarrow{OA}$ 按最小转角转至 F 方向的转向相同，如图 1－2(a) 所示，则式(1－4)中右端取正号；反之，如图 1－2(b) 所示，则式(1－4)中右端取负号。

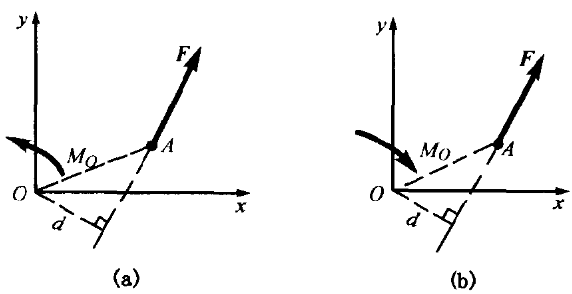


图 1－2

4. 力的作用与反作用定律

两物体的相互作用力总是同时存在的，它们的大小相等，方向相反，沿同一直线分别作用于两个物体上。这就是力的作用与反作用定律。

1.1.2 力偶和力偶矩

1. 力偶的定义

等值、反向、不共线的二力所组成的特殊力系（F，F'）（如图 1－3 所示），称为**力偶**。两力所在的平面称为**力偶的作用面**；两力间的距离称为**力偶的力偶臂**。

2. 力偶矩

力偶两力作为特殊的力系，具有下列简单的性质：

(1) 力偶两力的矢量和，即力偶的主矢恒等于零；

(2) 本书只讨论其作用面限于某一已知平面内的力偶。对于这样的力偶，力偶两力对平面上任一点之矩的代数和，即力偶对任一点之主矩都等于力的大小与其力偶臂之乘积并冠以适当的正负号，以 M_O 表之，有

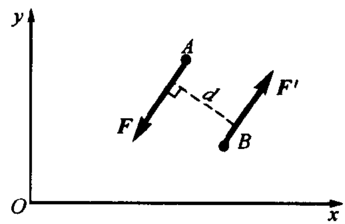


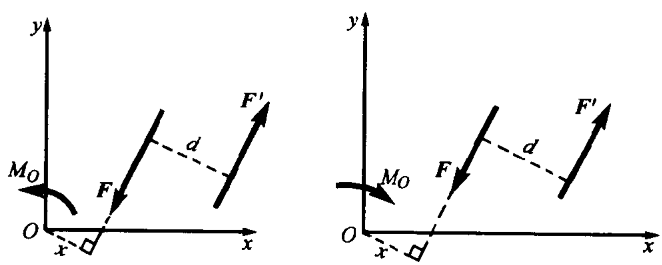
图 1－3

$$M_O = \pm Fd \tag{1-5}$$

这一性质可证明如下：

设力偶($\boldsymbol{F}$, $\boldsymbol{F}'$)作用面内任一确定点 O 至$\boldsymbol{F}$ 的距离为x，如图 1－4 所示。对于图 1－4(a)所设主矩 M_O 的正转向，并考虑到力偶二力 $F = F'$，则有

$$M_O = M_O(\boldsymbol{F}) + M_O(\boldsymbol{F}') = -Fx + F'(x+d) = Fd$$



(a)　　(b)

图 1－4

而对于图 1－4(b)所设主矩 M_O 的正转向，则有

$$M_O = M_O(\boldsymbol{F}) + M(\boldsymbol{F}') = Fx - F'(x+d) = -Fd$$

因而,式(1－5)得证。

这一性质说明:力偶的主矩与矩心的选取无关。因此,力学中定义**力偶二力对任一点的力矩之代数和,或其中一力的大小与其力偶臂之乘积并冠以适当的正负号为力偶的力偶矩**。常以 $M(\boldsymbol{F}, \boldsymbol{F}')$表示力偶$(\boldsymbol{F}, \boldsymbol{F}')$的力偶矩,当无需指明力偶的二力时,又常以 M 表之,即

$$M = M(\boldsymbol{F}, \boldsymbol{F}') = \pm Fd \tag{1-6}$$

其正负号视 M 的正转向设定而定,如图 1－5 所示。

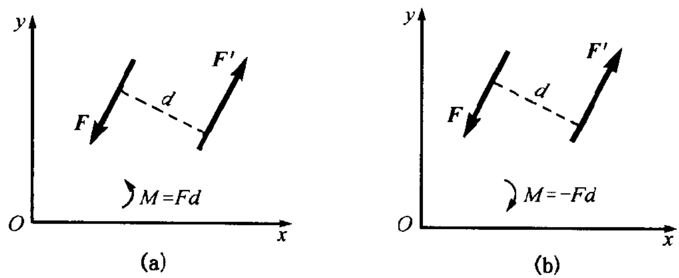


图 1－5

由于力偶二力的主矢等于零,所以力偶对刚体的作用效应可以证明完全可由力偶的力偶矩来表示之。在 § 1.3 中,即将证明:两个力偶对刚体的作用等效的充分必要条件是它们的力偶矩相等;而任意两个力偶对刚体作用的总效应则可以用另一力偶来等效替代之,条件是:等效代之的力偶的力偶矩等于二力偶的力偶矩之代数和。

§ 1.2　力系平衡的基本公理

研究力系的平衡性质是静力学研究的重要内容。本节讨论的

力系平衡的基本公理是进一步研究复杂力系平衡性质的理论基础。

1. 二力平衡公理

作用于刚体上的二力使刚体保持平衡的充分必要条件是：该二力的大小相等、方向相反，并作用在同一直线上。这就是二力平衡公理。此公理所述的平衡条件也可描述为**二力的主矢和对任一点的主矩同时等于零。**

这个公理说明，一个刚体只受两个力作用而处于平衡时，则它们的作用线必与它们的作用点之连线相重合。这种受二力作用而平衡的刚体常称为**二力体**。

应该指出，上述平衡条件对于非刚体来说，只是必要条件，而非充分条件。

2. 加减平衡力系公理

在已知力系作用的刚体上，加上或减去一个平衡力系，不会改变原力系对刚体的作用效果。这就是所谓的加减平衡力系公理。此公理只适用于刚体。

3. 刚化原理

如果变形体在某一力系作用下处于平衡，则此变形体可刚化为刚体，其力系必满足其平衡条件。这就是变形体的可刚化原理。这一原理为把刚体平衡条件的理论应用于变形体的平衡问题提供了理论依据。

§1.3 力系等效的基本性质

本节介绍简单力系之间相互等效的基本性质，它们是复杂力系简化的理论基础。

1. 力的可传性

作用于刚体的二力，若矢量相等，且其作用线重合，则它们各自对刚体的单独作用效应完全相同。这一性质说明，作用于刚体

的力，其作用点沿其作用线移动，只要不改变其大小和方向，则不会改变它对刚体的作用效应。所以这一性质称为力的可传性。

设某一刚体按图 1 - 6(a)，(b)，(c)三种情况分别受力($\boldsymbol{F}_1$)，($\boldsymbol{F}_1,\boldsymbol{F}_2,\boldsymbol{F}_3$)和($\boldsymbol{F}_3$)，且 $\boldsymbol{F}_1=\boldsymbol{F}_3=-\boldsymbol{F}_2$。其中 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_3$ 即为作用线重合、矢量相等的二力。下面我们证明它们对刚体的作用必等效。

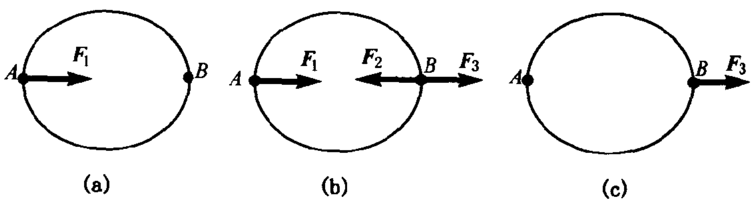


图 1 - 6

根据二力平衡公理，显然，($\boldsymbol{F}_2,\boldsymbol{F}_3$)，($\boldsymbol{F}_1,\boldsymbol{F}_2$)均为平衡力系。故图 1 - 6(a)和(c)的受力可视为(b)的受力分别减去平衡力系($\boldsymbol{F}_2,\boldsymbol{F}_3$)和($\boldsymbol{F}_1,\boldsymbol{F}_2$)的结果，根据加减平衡力系公理可知，力 $\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_3$ 分别与力系($\boldsymbol{F}_1,\boldsymbol{F}_2,\boldsymbol{F}_3$)等效，所以，$\boldsymbol{F}_1,\boldsymbol{F}_3$ 这两个矢量相等、作用线重合的力对刚体的作用完全等效。

正是力的可传性，使力的三要素中力的作用点可由力的作用线而代之。

2. 力的平行四边形法则

刚体上其作用线相交的二力($\boldsymbol{F}_1,\boldsymbol{F}_2$)(如图 1 - 7 所示)总可以等效于一个力 $\boldsymbol{F}$，该力的作用线仍交于二力的交点，其大小和方向由原力 $\boldsymbol{F}_1,\boldsymbol{F}_2$ 为邻边构成的平行四边形的对角线所表示，即该力的矢量等于二力的矢量和。

一个力与一个力系等效，则该力称为力系的**合力**，而力系的各力则称为该力的**分力**。

力的平行四边形法则说明，刚体上相交的二力 $\boldsymbol{F}_1,\boldsymbol{F}_2$ 总存在

一个合力 $\boldsymbol{F}$,且合力的作用线必交于二力的交点,合力的矢量则等于二力的矢量和,即

$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2$$

上述合力 $\boldsymbol{F}$ 与分力 $\boldsymbol{F}_1,\boldsymbol{F}_2$ 满足下述性质:**合力 $\boldsymbol{F}$ 对任一点之矩等于分力 $\boldsymbol{F}_1,\boldsymbol{F}_2$ 分别对同一点之矩的代数和**。这一性质对于任何存在合力的力系均成立,常称为**合力矩定理**。

设合力 $\boldsymbol{F}$ 与分力 $\boldsymbol{F}_1,\boldsymbol{F}_2$ 分别相交于点 A,如图 1-8 所示。

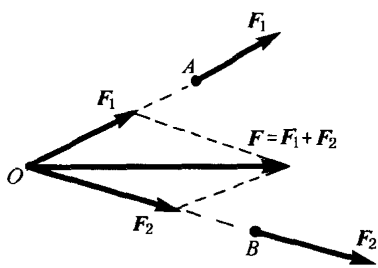


图 1-7

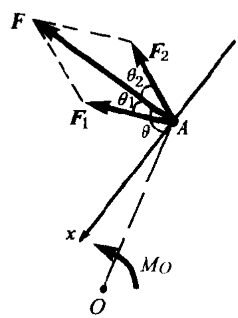


图 1-8

其中 θ_1 和 θ_2 分别为 $\boldsymbol{F}_1,\boldsymbol{F}_2$ 与其合力 $\boldsymbol{F}$ 的夹角。O 为任一确定的矩心,且 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\boldsymbol{F}$ 的夹角为 θ,由 $\boldsymbol{F}_1,\boldsymbol{F}_2$ 分别在 $\boldsymbol{F}$ 方向及与其相垂直方向 x 轴的投影,不难得出

$$\begin{cases} F_1\cos\theta_1+F_2\cos\theta_2=F \\ F_1\sin\theta_1-F_2\sin\theta_2=0 \end{cases} \tag{a}$$

根据力对点之矩的定义,可得

$$\begin{cases} M_O(\boldsymbol{F}_1)=F_1\cdot|\overrightarrow{OA}|\sin(\theta-\theta_1) \\ \qquad\qquad\;=F_1\cdot|\overrightarrow{OA}|(\sin\theta\cos\theta_1-\cos\theta\sin\theta_1) \\ M_O(\boldsymbol{F}_2)=F_2\cdot|\overrightarrow{OA}|\sin(\theta+\theta_2) \\ \qquad\qquad\;=F_2\cdot|\overrightarrow{OA}|(\sin\theta\cos\theta_2+\cos\theta\sin\theta_2) \end{cases}$$