

YINGCHUNBEISHUXUEJINGSAISHITIHUIBIAN

迎春杯

[初中版]



数学竞赛试题汇编



1999—2003

《中小学数学教学》报编辑部 编

开明出版社

责任编辑 刘维维
装帧设计 羽人创意设计中心



ISBN 7-80133-379-9



9 787801 333797 >

ISBN 7-80133-379-9/G · 317

定价：8.00 元

[初中版]



迎春杯

数学竞赛试题汇编



1999—2003

《中小学数学教学》报编辑部 编

开明出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

“迎春杯”数学竞赛试题汇编 (初中版) / 《中小学数学教学》
报编辑部编. —北京: 开明出版社, 2003. 9

ISBN 7 80133-379-9

I. 迎… II. 中… III. 数学课—初中—试题 IV. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 076235 号

责任编辑: 刘维维

封面设计: 羽人创意设计中心

“迎春杯”数学竞赛试题汇编 (初中版)

编著 《中小学数学教学》报编辑部

出版 开明出版社 (北京海淀区西三环北路 19 号)

印刷 新艺印刷厂

发行 新华书店北京发行所

开本 880×1230 毫米 大 1/32 开 印张 5.5 字数 185 千

版次 2003 年 9 月第 1 版 2003 年 9 月第 1 次印刷

书号 ISBN 7-80133-379-9/G·317

印数 00 001—15 000 册

定价 8.00 元

编者的话

北京市小学生、初中一年级“迎春杯”数学竞赛(数学科普活动日)是北京市一项传统的学科竞赛活动,由北京教育科学研究院基础教育教学研究中心、北京数学教学研究会、北京数学会和《中小学数学教学》报社联合主办,从1984年起,至今已历经19年了。这项竞赛活动紧密配合小学和初中一年级数学教学,为广大学生开展生动活泼的数学课外活动提供了广阔的天地,激发了学生学习数学的兴趣,并提高了灵活运用知识解决问题的能力。“迎春杯”的获奖选手中有9人代表我国参加国际数学奥林匹克,夺得9枚金牌、2枚银牌;有31人代表北京参加“华罗庚金杯”少年数学邀请赛,夺得19枚金牌、11枚银牌、1枚铜牌,并三届捧回“华罗庚金杯”。因此,“迎春杯”数学竞赛举办以来,参赛人数越来越多,成绩越来越好,深受广大师生欢迎。

在开展“迎春杯”数学竞赛活动中,北京市各区县教研部门,各校的老师和学生家长,以及社会各界有识之士给予了积极热情的支持,他们付出了巨大而辛勤的劳动。在此,我们向他们表示由衷的感谢。

为了满足广大师生和家的要求,向他们提供“迎春杯”数学竞赛的有关资料及信息,现把1999~2003年竞赛试题及解答汇编成册,经飧读者。

本书主要汇集了北京市小学生第15届至第19届竞赛试题及解析、北京市初中一年级第14届至第18届竞赛试题及解析。本书可作为小学、初一数学课外活动的参考书,尤其对于参加“迎春杯”数学竞赛者,是最新的资讯。

参加“迎春杯”数学竞赛命题工作的有:钟善基、曹福海、宗福衡、陈俊辉、孙家钰、王占元、郭为民、欧阳东方、陶晓永、蒋文蔚、郭立昌、胡大同、袁素芬、王燕春、吴正宪、康杰等,由北京师范大学钟善基教授主持。在此,谨向他们致以深切谢意。

本书主编是钟善基先生,由《中小学数学教学》报编辑部组织编写。由于时间仓促,加之我们水平有限,不妥之处在所难免,敬请读者提出宝贵意见。

《中小学数学教学》报编辑部

2003年8月

2001年北京市“迎春杯”

数学科普活动日工作总结(代序)

2001年北京市“迎春杯”数学科普活动日,已经于2月4日在东城区府学胡同小学和青艺剧场,为参加的少年小朋友们,欢快地举行了。这次活动是由来自北京十八个区县的2000多名小学高年级的学生和初中一年级的学生(是日大雪,延庆县的学生不参加),通过队际交流、计算机操作演示、观看科普电影等愉快的活动而进行的;是在市教委领导的关心和指导下,在各区县教育局教研室的支持和参与下,取得圆满成功。

举办“迎春杯”数学科普活动日,是一项创举,也是一项继承与发展的创新。说是创举,是因为以这样形式和内容来安排少年学生的假期活动,既轻松又能增长学识,这还是第一次,是过去为少年学生安排的、增长知识性的活动中,所没有过的。所以说这次举办的、为少年学生安排的、假期数学科普活动日,是一项创举。说是创新,是因为自从1984年和1985年先后由北京市教育科学研究院基础教育教学研究中心(原北京市中小学教学研究部)、北京教育学会数学教学研究会、北京数学会和《中小学数学教学》报社联合主办,并经原北京市教育局、北京市教育委员会批准的、一年一度的小学高年级学生和初中一年级学生的“迎春杯”数学竞赛举办以来,虽然在激发学生学习数学的兴趣、喜爱数学方面;在加强学生的数学“双基”训练,培养学生的数学能力方面;在促进中小学数学教学质量的提高,推动中小学数学教改方面;以及发现与培养数学才能较高的学生等方面,都起到了不小的作用,很受广大师生及学生家长的欢迎,但是,随着中小学数学教学改革的要求,“迎春杯”数学竞赛活动的内容与方式等,也必须做相应的改革,否则便不能适应学校中数学教改的要求,从而

也就失掉了举办“迎春杯”数学竞赛的意义了。经过主办单位共同仔细研究后,认为举办“迎春杯”数学竞赛的宗旨还是符合实际的,可以继续不变。这也就像前面所说的那样,是在密切结合校内数学教学实际的前提下,激发学生学习数学的兴趣,使更多的学生喜爱数学;加强对学生的数学“双基”训练和对他们的数学能力的培养;促进校内数学教学质量的提高和数学教学的改革;以及发现数学才能较高的学生并指出继续提高的方向。但是,从当前中小学数学教改的发展和要求,特别是从减轻学生过重的学习负担,加强对学生的素质教育,加强对学生的创造意识的培养,在数学教学中加强对学生的实际应用的训练等要求来说,主办单位都认为“迎春杯”数学竞赛活动,不论在内容上还是在形式上,都有必要作相应的改革:内容要多样些,形式要活泼些,可增强参加学生的兴趣感,降低参加学生的争夺名次感,并从而可更换活动的名称,即更名为“迎春杯”数学科普活动日。因此说这次活动是“迎春杯”数学竞赛的继承与发展的创新。

以下,对这次举办的“迎春杯”数学科普活动日的工作,作一简短的总结:

一、活动的形式与内容

1. 活动的形式

(1) 将竞赛时的个人独立地解答问题的形式改为以参加活动的学生按5人一队编组、按队参加共同研究地解答问题的形式。这样改变,可以克服参赛学生因欲争名次刻意准备,导致加重学习负担之弊;同时因体现了个人间的交流与队际交流,也有利于加强对学生的素质教育,有利于为培养少年学生的创新意识奠定基础。

(2) 将竞赛时的单一解答问题的形式,改变为既有解答传统型问题的形式,也有通过小型的操作实验以探求数学结果的形式,还有观看科普电影的形式(接待陪同参加活动的学生的老师和家长同看)。这样改变,体现了形式的多样化,提高参加活动学生的兴趣,以及使

他们能有既轻松又能增长学识的假日活动的精神，同时又反映了开阔他们对数学、对科学的视野的作用。当然更重要的是活动的内容。

2. 活动的内容

(1) 作为为少年学生安排的、能增长学识的有意义的假日活动，于是关于数学的活动的的内容之一，则根据举办数学活动的经验，拟出一些传统型的数学问题，使参加活动的小队共同研究解答。又由于活动是科普性的，所拟的数学问题，不在深度上着眼，而是着眼于各题整体上的宽度。然而，也含有不繁不难但又需经过一定地思索才能解的问题。这不仅可提高学生的兴趣，更是发挥数学的教育功能。因为数学的教育功能的特点之一，在于通过数学教学，能够更好地培养学生的钻研精神和思维能力。正如庆祝澳门回归一周年时，江泽民总书记在澳门濠江中学讲话中指出的“解答数学题，最重要的是培养一个人的钻研精神”、“学习几何能锻炼一个人的思维”。此外，在小队解答问题时，允许翻阅自带的参考书，允许使用自带的计算器等学具，以便使他们节省没有必要的活动，充分利用时间。

(2) 拟出探求数学结论性的有一定趣味性、带有开放型的问题，由参加活动的学生通过实验操作以计算机作为多媒体手段进行操作演示，求得数学结论。这项活动不仅形式活泼，而且也体现加强对学生素质教育和培养他们的创新意识的精神，同时对于计算机辅助数学教学也有促进作用。

(3) 作为活动的评价，如前所述，不以解答问题的成绩评以个人的等级的方法，而是设“创意奖”、“协作奖”和“参与奖”，按各小队活动的情况和表现，分别颁以其中的某一种奖。

(4) 选择科普电影《宇宙与人》，安排参加活动的学生（也接待陪同他们的教师和家长）观看。这可使学生在科学上开阔眼界、加深认识。并通过对人与科学之间辩证关系的认识，加强学科学的志向。

二、活动的成效与组织安排等工作的小结

1. 活动的成效

(1) 对于按小队为单位进行解答或探求数学问题的形式, 参加活动的学生 and 他们的家长、老师较普遍地反映良好。在参加活动学生的心态上, 却反应得较为轻松。有的学生家长和老师反映这是给学生一次体验各抒己见、集思广益的机会。从参加活动学生的表现还可看出, 虽然不设个人等级奖, 学生并未因之而表现出不积极的倾向, 相反, 在活动的进行中, 活动后的交谈中, 都反映出了集体荣誉感。

(2) 对于解答传统型的数学问题, 不少的参加活动的学生反映说: 不难, 样儿多, 挺有意思的。有的学生家长和老师, 尤其是老师们反映, 与以前的“迎春杯”竞赛题相比, 这次在类型上扩大了一些; 在难度上降低了一些。虽然有一两个稍费思索的问题, 也还是必要的。

(3) 对于利用计算机操作演示的、探求数学结果的开放型的数学问题, 反应较强烈。参加活动的学生, 带着很大兴趣地进行操作, 不仅因得出结果而喜悦, 而且在既得结果的基础上, 还是有所发展的。有的学生家长和老师们对此的反映是, 问题较适合于学生的学习基础和兴趣, 同时也使学生学习了计算机在探索数学问题时运用的方法和知识。

(4) 对于观看科普电影, 由参加活动的学生表现可以看出, 他们都是注意力集中地观看, 看后还在互相议论影片的奇妙的内容。说明他们都在积极地学习科普知识。学生家长和老师们则反映影片内容对学生学习很有意义; 在活动中安排这样的电影, 对学生的假日来说, 也确是很有意义的。

以上只是在活动后, 了解到的这次举办活动取得的一些成效。至于活动中存在的不足和不妥, 肯定会有的, 可能还是不少的。活动的主办单位和组织委员会将继续深入调查、认真研究, 再作出进一步的工作总结, 以便使今后的这项活动的开展, 更较完善、更较丰富。

2. 组织、安排的工作这次活动是一次涉及全市十八个区县的2000人

的活动，规模不为不大。而活动又是为少年学生举办的，一系列的维护、管理工作，不为不重；从申报到活动开始时间短暂，因而计划、组织、安排等工作更是异常紧张的。如果说这次活动在一定程度上是较为圆满成功的，但只靠组织委员会的努力是达不到的，实际是在市教委的指导下，组委会依靠本市各区县教育局教研室和各有关方面的大力支持、大力帮助，工作才能完成的。可以说成功的取得，是依靠领导，依靠基层和有关方面，团结协力的结果。

举办这类的活动，是需要一定的经费。以前举办“迎春杯”数学竞赛时，在社会上曾引起过某些人的误解，误认组委会也办数学奥林匹克学校（或班），举办竞赛的费用来自于参加数学奥林匹克学校（或班）的学生的学费，还有参加竞赛的参加费。事实上“迎春杯”数学竞赛组委会从未办过数学奥林匹克学校（或班），也未收过竞赛参加费。从“迎春杯”的数学竞赛到数学科普活动日，经费来源一方面是由《中小学数学教学》报社承担，另一方面则是由基层和有关方面的无偿、无酬地大力支援而承担了。然而《中小学数学教学》报社是很小的报社，财力是薄弱的；各方面的支援是不定的，因而经费一直是紧张的。在这里，作为工作总结的一项，应该提出的是：在“节流”原则的前提下，设法进一步扩大“开源”，争取各界更多的支援，以便进一步办好这一项对广大少年学生的数学教育、有益的活动。

通过这次活动，理应感谢的有：

感谢本市各区县教育局教研室的老师们，他们为这次活动的组织工作、组织各区县参加活动的学生，无酬地付出了繁复的辛勤劳动。

感谢东城区府学胡同小学的领导和老师们。

他们无偿地提供40多间活动室。无酬地进行了辛苦的辅导参加活动学生的工作。

感谢北京金洪恩电脑有限公司开发中心总监陈平先生。他为活动开展电子考场系统,使计算机首次引入“迎春杯”数学科普活动日,牺牲了春节休息、无酬地付出了缜密而辛苦的劳动。

感谢东城区交通大队的民警同志们。他们为远郊区参加活动学生车队的疏导、保障在市内交通的安全畅通,冒雪无酬地进行了工作。

感谢青艺剧场的职工同志们。他们在活动前夜的演出后,为了使科学电影顺利地轮放,连夜搬移剧场道具,无酬地付出了辛苦的劳动。

钟善基

2001年3月18日



初中版

CUNTENTS

- 北京市初中一年级第14届“迎春杯”数学竞赛训练题/解 1/37
- 北京市初中一年级第14届“迎春杯”数学竞赛初赛试题/解 5/51
- 北京市初中一年级第14届“迎春杯”数学竞赛决赛试题/解 7/59
- 北京市初中一年级第15届“迎春杯”数学竞赛训练题/解 9/67
- 北京市初中一年级第15届“迎春杯”数学科普活动日竞赛试题/解 13/80
- 北京市初中一年级第16届“迎春杯”数学科普活动日训练题/解 16/89
- 北京市初中一年级第16届“迎春杯”数学科普活动日队际交流试题/解 20/105
- 北京市初中一年级第17届“迎春杯”数学科普活动日训练题/解 23/115
- 北京市初中一年级第17届“迎春杯”数学科普活动日计算机交流试题/解 27/133
- 北京市初中一年级第17届“迎春杯”数学科普活动日队际交流试题/解 29/140
- 北京市初中一年级第18届“迎春杯”数学科普活动日训练题/解 30/143
- 北京市初中一年级第18届“迎春杯”数学科普活动日计算机交流试题/解 33/155
- 北京市初中一年级第18届“迎春杯”数学科普活动日队际交流试题/解 36/162



北京市初中一年级 第 14 届“迎春杯”数学竞赛 训练题

第

14

届

YIN CHUN BEI CUP JUNIOR HIGH SCHOOL MATHEMATICS COMPETITION

1. 计算: $\left[-1\frac{2}{3} + \left(\frac{5}{8} - \frac{1}{6} + \frac{7}{12}\right) \times (-2.4)\right] \div 5 = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 计算: $\frac{-1.2 \div \frac{1}{20}}{-1 + (-3)^3 \div \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-1-36)} = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 化简: $a - \{a - [a - (a - b) - b] - b\} - b = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 不等式 $4x - a \leq 0$, 有且仅有四个正整数解, 则 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
5. 1999 减去它的 $\frac{1}{2}$, 再减去余下的 $\frac{1}{3}$, 再减去第二次余下的 $\frac{1}{4}$, …… , 依次类推, 一直到减去余下的 $\frac{1}{1998}$, 那么最后余下的数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
6. 乘积 $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)\cdots(2^{64}+1)$ 的个位数数字是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
7. 若 $m = 1998^3 - 1997^3 + 1996^3 - 1995^3 + \cdots + 4^3 - 3^3 + 2^3 - 1$. 则 m 的个位数数字是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
8. 定义一种新运算“ $*$ ”: $x * y = \frac{1}{xy} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+A}$. 已知: $2 * 1 = \frac{4}{3}$, 则 $A = \underline{\hspace{2cm}}$; $1997 * 1998 = \underline{\hspace{2cm}}$. (结果写成分数形式)
9. 当 $|x| = x + 2$ 时, 则 $19x^4 + 3x + 27 = \underline{\hspace{2cm}}$.
10. 若 $a < 0$ 且 $|a|x \leq 2a$, 则 $|x+2| - |x-3| = \underline{\hspace{2cm}}$.
11. 解方程 $2|1-2|1-2x|| + 2x = 1$, 得 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.
12. 一桶油连桶一起重量为 14 千克. 当油用去一半后连桶的重量为 8 千克. 那么桶的重量与油原来的重量之比为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
13. 一种商品零售价比进货价高 30%. 为了促销, 商场将这种商品的零售价降低了 20%, 则此时这种商品的销售利润是 $\underline{\hspace{2cm}}\%$.



14. 甲、乙二人同时同地出发, 绕环形跑道跑步, 且方向相反, 已知甲跑一圈用时 40 秒, 每隔 15 秒甲与乙相遇一次, 则乙跑完一圈所需时间是_____秒.

15. 若 $M = 5 + 55 + 555 + \cdots + \underbrace{55\cdots5}_{40\text{个}5} = N \times 10000 + \overline{abcd}$, 则 $\overline{abcd} =$ _____.

16. 有一个小于 2000 的四位数, 它恰有 14 个正因数, 其中有一个质因数的个位数字为 1, 那么这个四位数是_____.

17. 三个质因数的积恰好等于它们的和的 11 倍, 则这三个质数分别为_____.

18. n 为整数, 则 $n^6 - 2n^4 + 7n^2 - 6n + 12$ 除以 12 的余数为_____.

19. a, b 为自然数, 且 $420a + 2940b$ 为完全平方数, 则 $a + b$ 的最小值为_____.

20. 若乘积 $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n = M \times 10^{31}$, 其中 n, M 为自然数, 且 $10 \nmid M$. 则 n 的最大值为_____.

21. 一个盒子里装有红、黄、蓝三种颜色的球. 已知蓝球数至少是黄球数的一半, 至多是红球数的 $\frac{1}{3}$, 且黄球数与蓝球数的和至少是 55 个. 那么, 盒中至少有红球_____个.

22. 在 1—100 这 100 个自然数中, 任取 n 个数, 要使这 n 个数中至少有一个合数, 则 n 的最小值是_____.

23. 在 1—100 这 100 个自然数中, 总共可以找出_____个数, 使得其中每一个数与其余 99 个数都互质.

24. 满足 $|a - b| + |ab| = 2$ 的整数对 (a, b) 的个数为_____.

25. 若方程 $|xyz| = 8$, 那么此方程共有_____组整数解.

26. 把 265 写成两个正整数的和, 使一个整数为 31 的倍数, 另一个整数为 47 的倍数, 那么这两个正整数分别是_____和_____.

27. 若关于 x 的方程 $kx - 12 = 3x + 3k$ 有整数解, 且 k 为整数, 则 k 共有_____个不同的值.

28. 某幼儿园中班组织小朋友洗苹果, 其中有 1 人洗了 6 个苹果, 其余的人每人洗 9 个. 若每人洗 k 个苹果, 则还剩 20 个苹果没有洗. 那么幼儿园

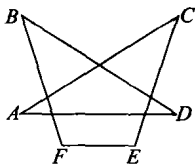


中班有小朋友_____人.

29. 现有 n 个球和 m 个盒子, 如果每个盒子装 4 个球, 那么还余下 19 个球; 如果每个盒子装 6 个球, 那么将有一个盒子没有装满. 试求 n 、 m 的值.

30. 用 $S_{(n)}$ 表示自然数 n 的数字和, 如 $S_{(1)} = 1$, $S_{(10)} = 1$, $S_{(12)} = 3$, $S_{(123)} = 6$, 等等, 试问是否存在这样的自然数 n 使得 $n + S_{(n)} = 1998$? 请说明理由.

31. 如图: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F =$ _____.

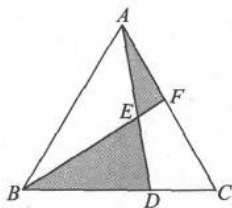


第 31 题

32. 如图: 已知三角形 ABC 的面积等于 1. D 、 F 分别为 BC 和 AC 上的点, E 为 AD 和 BF 的交点, 且 $BD = \frac{2}{3}BC$, $AE = ED$. S 表示阴影部分的面积, 则 S

$=$ _____.

33. 把若干个体积相同的小正方体木块拼成一个大正方体, 然后在大正方体的表面涂满红色. 已知一面涂红色的小正方体有 96 块, 则两面涂红色的小正方体有_____块.



第 32 题

34. 若 $M = \frac{(|a+1| + |b-1|)^2 - (a+b)^2}{(a+1)(b-1)}$, 则

$M(M+4) =$ _____.

35. 某校初一(1)班组织同学参加数学课外小组和英语课外小组两项课外活动, 其中参加数学小组活动的有 12 人, 参加英语小组活动的有 24 人, 两项活动都参加的有 8 人, 则这个班共有_____人参加了数学小组或英语小组的课外活动.

36. 有 20 个自然数组成的数列 $a_1, a_2, \dots, a_{20}$, 满足条件 $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_{20} \leq 70$. 那么在所有的差 $a_{i+1} - a_i (i = 1, 2, \dots, 19)$ 中至少有_____个差的数值相等.

37. 某地区共有 10000 人参加语文、数学、外语三科的考试. 若语文最低分为 39 分, 最高分为 97 分; 数学最低分为 31 分, 最高分为 100 分; 外语最低分为 27 分, 最高分为 99 分, 则这一地区至少有_____人的三科考试总分相同.



迎

本

第

14

届

训练题

38. 由前 1999 个自然数组成的数列: $1, 2, 3, \dots, 1999$ 中每个数前任意添上“+”或“-”号, 其代数和是_____数(填“偶”或“奇”), 其中非负代数和的最小值是_____.
39. 集合 $\{1000, 1001, 1002, \dots, 1999\}$ 中有_____对相邻自然数相加时将不出现进位的情况.
40. 在 1 到 1999 这 1999 个自然数中, 取 4 的倍数与 7 的倍数各一个相加, 一共可得到_____个不同的和.

北京市初中一年级
第14届“迎春杯”数学竞赛
初赛试题

一、填空题

1. 计算: $(-4.12) \times (-3)^4 - (-21) \div (-0.8) + 537 \times (-0.19) =$ _____.

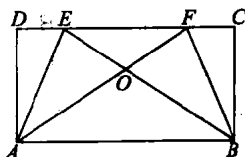
2. 当 $x = m$ 时, 多项式 $x^2 + 998x - 999$ 的值等于零. 那么多项式 $m^2 + 998m + 999$ 的值等于 _____.

3. 已知 $(a+b)^2 + |b+5| = b+5$, 且 $|2a-b-1| = 0$, 那么 $ab =$ _____.

4. 如果 a, b, c, d 四个有理数满足下列等式:

$a + bc = -1, 2b - a = 5, 2a + b = 2d, 3a + bc = 5$, 则 $abcd =$ _____.

5. 如图, $ABCD$ 是一个长方形, $DE = CF$, BE 与 AF 相交于 O 点, 则图中面积相等的三角形共有 _____ 对.



6. A, B 两地相距 50 千数, 甲乘汽车从 A 地前往 B 地, 乙骑自行车从 B 地前往 A 地. 他们同时出发, 相遇时, 乙已经走了 10 千米. 甲到达 B 地后, 用了两小时三十分钟购买商品, 然后立即乘汽车按原速返回 A 地, 结果与乙同时到达 A 地, 则乙从 B 地到 A 地用了 _____ 小时.

二、填空题

1. 把 1, 2, 3, ..., 9 按另一种顺序填在下表的第二行的空格中, 使得上、下每两数的和都是完全平方数.

1	2	3	4	5	6	7	8	9

2. 如果 $a < b < 0$, $M = a + b$, $N = -a + b$, $H = a - b$, $G = -a - b$, 那么