

# 中学语文教学文选

下 期

(初中)

吴启贵 刘瘦侠 陈尧达 编

上海教育出版社

中学数学教学文选  
(初中代数)

吴启贵 刘瘦侠 陈尧 选编

上海教育出版社出版发行

(上海永福路123号)

各地新华书店经销 上海东方印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 11 字数 243,000

1987年6月第1版 1987年6月第1次印刷

印数 1-3,800本

统一书号: 7150·3930 定价: 2.20元

## 前 言

近年来,中学数学的教学和研究,取得了很大的成果。有关这方面的论文,散见于各种中等数学及各省市的教育期刊上,不下数万篇。中学数学教师和数学教研人员,普遍感到,要在浩繁的卷帙中,找到自己急需的参考文章,决非易事。为了满足这些同志的需要,我们遴选了具有代表性的文章,按照中学数学的内容分科編集。本书是初中代数专集。

所谓代表性,有两层意思:一是文章的内容比较全面、深入、具体;二是介绍的经验别人能学到手,在日常教学中用得上。所选文章,在本书中的编排顺序是:入门教学和各章教学;能力培养;有关史料。这一切,都是为了提高本书的实用价值。

在选编过程中,基本上保持了各篇文章的原貌,仅纠正了一些明显的差错,和作了若干文字的润色。极少数的,因为篇幅较大,某些内容离教学实际较远,删去又不太影响全文的主题,我们便忍痛割爱了。相信作者和读者,都是能谅解的。有的文章,摘引教材中的例题与习题时,只引页码与题号,由于教材变化,读者难以对照,因此,我们都换上该题的全文。

因为是文选,反映的自然各家之说,读者应该结合自己的实际情况,择善而从。可以参考借鉴,不要生搬硬套。

编者水平有限,加上成书时间仓促,会有一些疏漏、差错,祈盼专家、读者,不吝指正。

编 者

一九八六年九月

## 目 录

初中代数起始课的三个衔接 .....	1
初一代数教学“五要” .....	7
谈谈有理数概念的教学 .....	12
对初中代数引进负数的一点建议 .....	18
关于代数式的教学 .....	20
初中一元一次不等式教学 .....	25
“乘法公式”教学心得 .....	29
对“因式分解”教学的几点意见 .....	34
因式分解复习课 .....	41
关于“分式”教学的一点体会 .....	45
“分式”教学札记 .....	50
试谈“二次根式”的教学 .....	56
根式教学中注意培养学生的运算技巧 .....	61
根式学习中的常见错误 .....	66
“一元二次方程”一章的教材分析和教法建议 .....	72
韦达定理教法初探 .....	81
“一元二次方程”的小结课 .....	87
无理方程的验根问题 .....	95
初中二元二次方程组同解性的教学 .....	101
列方程(组)解应用题的教学体会 .....	109
应用题的通性及列方程的通法 .....	119
关于应用题教学中的两个问题 .....	124

关于“指数”一章的教学 .....	132
关于 $a^0=1$ 的一个问题 .....	138
对数概念教学中的几个问题 .....	140
引导学生自学“对数”的尝试 .....	146
对二次函数一节教材的教学管见 .....	151
关于二次函数的复习 .....	158
浅谈初中函数教学中的图象教学 .....	162
试析“解三角形”一章的教学要点 .....	171
“统计初步”浅析 .....	177
谈初中代数的复习 .....	187
算术根和绝对值的化简 .....	195
浅谈初一代数的概念教学 .....	200
初中代数有关概念正误辨 .....	205
对初中代数中几个概念的理解 .....	212
在中学代数教学中加强逻辑思维能力的培养 .....	215
浅谈初中代数教学中运算能力的培养 .....	222
谈谈初中数学公式、法则的教学 .....	232
谈绝对值几何意义的应用 .....	240
因式分解的几种特殊解法 .....	245
一种简便的二元二次待定系数分解法 .....	252
怎样让初中学生掌握住配方法 .....	256
谈谈“看不见的平方” .....	264
完全平方式与完全平方数 .....	268
用平方法化简的一类复合二次根式 .....	275
换元法解方程的几种类型 .....	278
解无理方程的一种参数法 .....	284
无理方程的几种特殊解法 .....	289

一类方程组的巧妙解法 .....	298
字母系数方程的讨论 .....	304
有关对数换底的计算题和证明题 .....	308
关于二次方程实根符号的讨论 .....	313
关于用二次函数图象讨论二次方程根的范围问题 .....	319
反证法在初中代数中的应用 .....	327
初中代数中的有关数学史料摘编 .....	334
负数的产生和确立 .....	340
评议有理数绝对值的定义 .....	345

# 初中代数起始课的三个衔接

朱运才 (华师二附中)

初中代数第一册,涉及数、式、方程与不等式,这些内容初看简单,但它却是整个中学代数的奠基石。其次,在抽象思维的要求和研究问题的方法上,相对小学而言,是一个大的转折。因此,在教学中做好下述三个方面的衔接工作,逐步实现思想上的转换,为以后学习打下坚实的基础,是至关重要的。

## 一、逐步加深对有理数的认识,做好 从算术数至有理数的衔接

在小学数学里,研究的数都是算术数(非负有理数),要在短时间内,使学生建立起负数及其有关概念,进行有理数范围内的运算,不是一件容易的事情,要做大量的工作。

1. 讲清具有相反意义的量,是引入负数概念的关键。

大量具有相反意义的量的客观存在,是建立负数概念的基础,如零上 $2^{\circ}\text{C}$ 与零下 $2^{\circ}\text{C}$ ,储蓄300元和负债300元,增加5公斤与减少5公斤,向东10公里与向西10公里等等,这里,务必要使学生理解某一事物的相反意义是什么。在此基础上指出:仅有算术数不能表示具有相反意义的量,在算术数前用语言标明相反意义既烦琐又没有一般性,参与运算更不方便,因此引入新数势在必行。

2. 引入负数建立有理数的概念后,要进一步作好有理数

与算术数的衔接。为此首先要引导学生认清有理数与算术数特征上的不同。必须明确有理数由两部分组成：一是数字（泛指由数字组成的数）部分；二是符号部分（包括省略了“+”号的正数）。逐步扭转小学里只考虑数字而不考虑符号的习惯。同时，又必须明确，有理数的概念毕竟是在算术数的基础上建立的，因而有理数的大小比较在非负有理数的范围内与小学又是一致的，算术数推广到有理数后保持了原有的运算律。算术数其实是有理数的绝对值。在衔接前后教材的时候，渗透上述区别与联系，是我们应当留心的工作。

3. 有理数的运算法则由有理数的特征所决定，也是由两部分构成的。一是符号部分，二是数字部分，由此决定运算的结果。如加法法则：同号的取原来的符号，并把绝对值相加；异号的取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值。这两句话，每一句的前一半说的是符号问题，先定符号，这是有理数的运算所应特别注意的。后一半说的是数字计算问题，这里，加法结果的得出，就小学的意义而言，有时是通过加，有时却是减，这也是与小学不同的地方。

## 二、突破用字母表示数这一难点， 作好由数至式的衔接

小学生所大量接触到的，是具体的、特殊的、确定的数。到初中后，开始接触并在以后将要大量接触的是抽象的、一般的、不确定的含字母的式。这无疑是学生思维的一大飞跃，不作许多细致而耐心的工作，就不能实现这一飞跃。

### 1. 作好承先启后的工作。

学生在小学和初中代数第一章已经学过了一些公式、法



则、运算律、性质和基本数量关系。例如：

矩形面积公式：

$$S = ab;$$

同分母分数的加法法则：

$$\frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a};$$

加法交换律：

$$a + b = b + a;$$

分数的基本性质：

$$\frac{b}{a} = \frac{bc}{ac}; \quad (c \neq 0)$$

匀速运动的距离、速度、时间的关系：

$$s = vt.$$

上述各例中的字母  $a$ 、 $b$ 、 $c$  等都是用来表示数的。因此用字母表示数是有基础的。为什么要用字母表示数？首先，用字母表示数而得出的公式显然比语言叙述的公式显得简单明了。其次，用字母表示数所表达的公式比具体的数更具有一般性，更便于揭示数的共同性质，表达运算的普遍规律。同时，能更精确、更深刻地表达某些概念。如相反数、绝对值的概念等等。

## 2. 逐步深化对字母 $a$ 的认识。

学生自然地认为  $a$  是正数， $-a$  是负数，很难接受  $a$  可能是负数， $-a$  可能是正数的观点。这一方面是由字母  $a$  的不确定性引起的， $a$  当然有可能是正数，但不一定是正数。另一方面更是由于字母  $a$  的抽象性，学生不明确  $a$  是什么范围内的抽象，不明确我们所说的字母表示数是以有理数为基础。既然  $a$  是表示有理数范围内的数，而有理数又是由数字和符号

组成的，字母  $a$  所表示的不仅是其中的数字，而且也包含符号，因而  $a$  完全有可能是负数或零。另外，学生看问题极容易只看形式，即带“+”号的是正数，带“-”号的是负数，而不明确这种看法只是对算术数才正确，而字母  $a$  再也不是限制在算术数的范围内了。

### 3. 逐步熟悉用式子表达的数学语言。

大家知道，绝对值的概念一般叙述为三句话，而用式子可表达为

$$|a| = \begin{cases} a, & (a > 0) \\ 0, & (a = 0) \\ -a, & (a < 0) \end{cases}$$

非常简单。这里除整个式子就是一个数学语言外，式子  $a > 0$  也是一个数学语言，即  $a$  是正数。 $a < 0$  即  $a$  是负数之意，而不能靠  $a$  前加“-”号表示  $a$  是负数。

同样， $n$  是整数时， $2n$  表示偶数， $2n-1$  表示奇数； $(-1)^{2n} = 1$ ， $(-1)^{2n-1} = -1$ ； $ab > 0$  表示  $a$ 、 $b$  同号， $ab < 0$  表示  $a$ 、 $b$  异号， $ab = 0$  表示  $a$ 、 $b$  至少有一个为 0， $ab \neq 0$  表示  $a$ 、 $b$  都不为 0， $a^2 + b^2 = 0$  表示  $a$ 、 $b$  全为 0；等等。从初一开始就要逐步培养学生熟悉这些数学语言。

4. 抓好列代数式的训练，进一步提高学生抽象思维的能力。

学生对用字母表示的数，运用起来远不如具体的数那么顺手。例如，练习本每本价 9 分，铅笔每支价 3 分，问练习本的单价是铅笔的几倍？对这一问题，学生很少有困难。而对练习本每本  $a$  分，铅笔每支  $b$  分，问练习本的单价是铅笔的几倍？这一问题就有学生感到棘手了。这是因为学生认为  $\frac{a}{b}$  是

一个算式,而不是结果;或认为 $a \div b$ 算不下去而无所适从.对此,学生必须经过长期训练.下面的例子可供学生训练:

**例 1** 已知乙每小时走 $a$ 千米,甲每小时比乙多走2千米,问步行30千米,甲比乙早到多少小时?

对初学者此题的困难在于涉及的大量都是含字母的代数式,使用起来不习惯.同时,此题结果本来应为 $\frac{30}{a} - \frac{30}{a+2}$ ,而有些学生却肤浅地理解“甲早到”的含义,把甲所用的时间当作被减数,列成 $\frac{30}{a+2} - \frac{30}{a}$ ,这都是值得注意的问题.

**例 2** 开挖一条渠道,甲生产队单独挖 $a$ 天可以完成,乙队则需 $b$ 天.甲队挖了3天以后,剩下的任务由乙队完成.问乙队完成剩下的任务需几天?(此题分析从略)

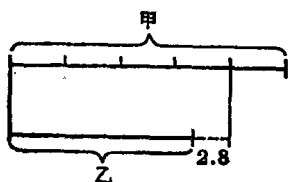
### 三、努力实现思想方法的转化,作好列方程解应用题与列算术式解应用题的衔接

解应用题,小学大量采用算术方法,现在转到列方程解应用题,思想方法是不容易换过来的.列算术式解应用题的思维特点是:把所求的量放在特殊地位,想方设法通过已知量求出未知量.而列方程解应用题却是把所求的量与已知量放在平等地位(不是直接考虑如何去求未知量),寻找所涉及的各项之间的等量关系,建立方程,通过解方程而求出未知量.这无疑是学生思想方法上的一大转折,对此,学生不是马上能掌握的.即使极简单的应用题,比如:某农具厂计划生产新式农具144件,现在已经生产了19件,其余的要在5天以内完成,平均每天应当生产多少件?要用列方程的方法去解,不

少学生往往列成  $x = (144 - 19) \div 5$ , 这表面上是列方程, 其实从思想方法上讲, 还是没跳出列算术式解应用题的圈子。

必须指出, 处理一些较为复杂的应用题, 列方程比列算术式来解要优越得多。我们不妨看下面的例子:

**例 3** 有两根铁丝, 共长 44 米。若把第一根截去  $\frac{1}{5}$ , 第二根接上 2.8 米, 则两根长度相等。求两根铁丝原来各长多少米。



大家不妨用算术方法试试, 这是个颇棘手的问题。要解此题, 最好先画一示意图。

$$\text{即 } \text{乙} + 2.8 = \text{甲} \left(1 - \frac{1}{5}\right),$$

从而  $\text{甲} + (\text{乙} + 2.8) = \text{甲} \left[1 + \left(1 - \frac{1}{5}\right)\right]$  倍。

$$\text{又 } \text{甲} + \text{乙} = 44,$$

$$\therefore \text{甲} = (44 + 2.8) \div \left[1 + \left(1 - \frac{1}{5}\right)\right].$$

如用列方程的方法解, 则是一个不怎么费劲的问题, 解法从略。为什么列算术式如此困难, 就因为它是把所求的量放在特殊地位, 而列方程解却把所求量放在与已知量同等的地位, 这使得所求的量在我们考虑问题的时候也能发挥作用, 当然要方便得多了。

总之, 作好衔接工作, 是初一代数起始课的特殊任务, 是稳定提高教学质量不可缺少的一环, 需要我们在教学中努力探讨和实践。

选自《数学通讯》1982年第9期

# 初一代数教学“五要”

梁显政 (四川永川二中)

梁显定 (四川永川十二中)

初中代数是学好整个初等代数必不可少的基础，而初一代数又是这基础中的基础。人常说：万事开头难。初一代数就是初等代数难开的头，它与小学数学有明显的“鸿沟”：

- (1) 它比小学数学内容更丰富、抽象和概括；
- (2) 它与小学数学的思维方法有明显的差别；
- (3) 学生年龄小，学习的自控能力、接受能力和抽象思维能力差，这与中学数学的教学秩序和教学规律不相适应。

为了帮助初一新生尽快逾越这鸿沟，我们在教学开始时就对新生进行了“只要开好初一头，深入学习不用愁”的鼓励教育，制定了教学中的“五要”原则，并且在教学中始终贯彻了这一原则，收到了效果。下面是我们的做法。

## 一要放慢教学进度

小学数学是在零和正数范围内进行运算，学生易于理解和掌握，但刚进入初一，就立即引入学生难以理解的负数，把数的概念往纵深扩展。接着，相反数、数轴、绝对值等众多概念，有理数大小的比较、运算法则和运算律等需要学生掌握和运用。由于上面三点原因，按教学大纲中通常安排的教学课时教学，就难以使学生真正掌握这么多知识。为此，我们不急

于求成,在讲授概念和法则时,适当放慢了教学进度。我们注意了以下几点:

1. 多引导学生认识概念和法则的实际意义,如“负数”的引进,首先引导学生回顾小学所学的数和其实际意义;又以丰富的实际事例为衬托,重点引导学生分析具有相反意义的量,并对比了算术数的意义,从而使学生明确了引入负数的必要。

2. 仔细讲解概念之间的系统性,类比新知识与旧知识的异同。如在算术数的基础上引入负数后,建立了有理数。而后,互为相反数、数轴、绝对值、有理数运算这一连串的概念或法则,系统性很强。我们在适当的时候举了下面一例:有一只小熊猫,趁妈妈不在家,私自离家玩耍。返回时,在一棵箭竹旁迷了路。它由此向东走250米,被一巨石挡道,于是调头向西走100米后,又返转向东走了50米。最后,它决心调头向西走350米,终于找到了家。它高兴地问大家:(1)我从迷路后找到家共走了多少路程?(2)请你以箭竹为原点,50米为单位长度,先给我规定行走的正、负方向,用正或负数表示巨石和我家的位置。(3)我家离箭竹多远?”这个既生动又形象和有趣的例子,深入浅出地讲述其系统性,使学生掌握了概念间的联系和加深了对概念的理解,还为以后布列方程解应用题打下了基础。

3. 细致、准确地讲清关键性概念,如讲清、讲透绝对值概念(代数定义和几何解释),可使学生反过来加深对负数、相反数、数轴等概念的认识,也为学生深刻理解绝对值意义起了积极作用。

## 二要重视读书

课本是一课之本。重视读书,即重视读课本。读课本是

改变老师“灌”学生“吃”、把学习主动权交给学生的一大措施。它包括课前预习和课后复习。开始两个月内，每次课前预习我们都给学生写出提纲，其内容包括两点：一是列出与新课有关的旧知识，让学生在预习时首先复习（目的是扫清讲新课过程中学生的遗忘障碍）。二是列出新课要解决的问题让学生预习（目的是让学生带着问题听新课）。每次课后复习列出两点要学生解决：一是本课主要内容是什么，预习中存在的问题解决没有；二是略举两个紧扣新课主要概念或法则的问题促使学生读书解决。当然，有了要求，就必须检查，方式可采取教师与家长配合：家长督促子女读书后批条让学生带给老师；教师课前抽查，学生之间对问对答互查。通过两个月训练，学生普遍尝到了读书的甜头。待学生自觉养成读书习惯后，我们取消了写提纲的方法，要求学生自己在预习时拟出新课的主要内容并在听课、复习后加以修正，然后各学习小组交流互查，教师抽查，通过这样的训练，既培养了学生读书能力和概括能力，又提高了课堂教学的质量。

### 三要反复强调

教学中要做到不厌其烦，反复地强调基本概念、法则、作业的书写格式和运算步骤。由于学生理解力弱，习惯于小学的学习方法，对“概念”和“法则”的重要性不重视，以前我们要学生死记硬背，但效果很不理想。在新接初一年后，我们总结了以往教训，在着重帮助学生理解概念和法则的基础上，对其重要性逐字、逐句反复强调，并根据学生的年龄特点，采取了把重要概念和法则编为“口诀”，让学生记忆的方法，收到了良好效果，如去括号和添括号的法则是今后学生正确地进行数、式

恒等变形和解方程与不等式必不可少的知识，我们反复进行强调后，把它编为口诀：“去括号、添括号，法则切莫忘记掉；去、添正括号，各项不变号；去、添负括号，各项要变号。”让学生掌握运用。另外，还反复强调两点：一是由于小学生作业从来不写“解”，因此没有统一解题格式。作业中条理不清、层次不分、步骤混乱的情况在初一新生中普遍存在。针对这一情况，我们在板书时以身作则，并且严格要求学生按规定的书写格式与运算步骤解题，把学生做得好的作业展出，互相观摩，使学生在较短时间内养成正确书写的习惯。二是在代数变形中反复强调根据。例如，在有理数运算时，对简单运算的题要求学生每步后填上根据；在解方程和解不等式时，填上同解变形根据。通过这样反复强调和训练，既使学生重视和掌握了知识，又为培养学生正确、迅速的解题能力打下了基础，还为逾越初一代数到初二几何的鸿沟作好了第一次准备。

#### 四要加强辅导

“当堂知识当天懂，决不留下待明天！”是我们对学生提出的严格要求，要使学生做到这一点，教师首先必须坚持写课后笔记，每一堂课后对学生掉队者严格进行筛选。(1)对于好学而反应慢者，就及时、耐心地查漏补缺，缺啥补啥，不留尾巴；(2)把“调皮”而掉队的学生放学后留下来，首先耐心帮助，辅导在前；批评在后，必要时采用“各科教师齐‘紧逼’，家长督促查学习”的方法配合，下决心把学生上节课存在的问题基本消灭在下节课前，这项工作要见缝插针，持之以恒，直到学生都有自觉学习要求，对没有搞清楚的问题能主动问老师，和别的同学互相讨论，解决问题为止。



## 五要经常复习

正如前面所述,学生年龄小,接受力弱,自觉性差,知识面窄,连贯的逻辑思维未形成,因此,学生对知识的遗忘相当严重,为了帮助学生与遗忘作斗争,教师必须全面地、深刻地掌握教材,在教学中,时时瞻前顾后,处处温故知新,经常安排复习。如讲绝对值概念之后,在随后的教学中我们进行了阶梯性复习,并且在以后每章都掺杂一些用到绝对值意义的题目,在期末又进行了重点复习,但第二学期检查时,有相当部分学生遗忘,经过第二学期的继续掺杂复习,也没有使学生彻底掌握,因此,我们准备在第三学期讲授二次根式时,不失时机地把算术根的性质与绝对值意义联系起来,即

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a, & (a > 0) \\ 0, & (a = 0) \\ -a, & (a < 0) \end{cases}$$

并编为口诀记忆:“算术根,算术根,计算要细心;底数大于零,照抄不变形;底数等于零,仍然等于零;底数小于零,前面加一横。”把绝对值意义作深化性的复习。另外,对一些重要和难理解的概念以及运用时易出错的法则,为了使学生牢固掌握,减少遗忘和错误的产生,我们紧扣这些知识,选或自编了三至五道趣味性强的题目和形式为“已知、求证”即需经一些推理证明的代数题目,开辟每周一次的“周末一练”活动,这既促进了学生读书复习,又提高了学生学习兴趣,还为逾越初一代数到初二几何的鸿沟作了第二次准备。此项活动收效甚佳,深受学生的喜爱。

选自《数学通讯》1984年第12期