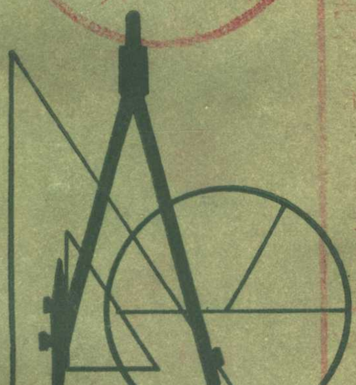
初中基础知识补习丛书

数学

北京市海淀区教师进修学校主编



重庆出版社

初中基础知识补习丛书

数　学

北京市海淀区
教师进修学校主编

重庆出版社
一九八三年·重庆

编　者

北京石油附中	贾育明
北京人大附中	刘景波
北京北大附中	陆　乘
北京清华附中	杨玉琴
北京海淀区教师进修学校	王增民
	赵大悌

数　学（初中基础知识补习丛书）

重庆出版社出版（重庆李子坝正街102号）
四川省新华书店重庆发行所发行
重庆新华印刷厂印刷

*

开本：787×1092　1/32　印张：10.5　字数222千
1983年2月第一版　1983年2月第一次印刷
印数：1—431,300

书号：7114·53　定价：0.73元

内 容 提 要

本书系由北京市海淀区教师进修学校组织编写。编者们总结了自己多年来的教学经验，尽力吸取各家之长，在本书中对初中数学基础知识作了比较系统而精简的总结，并配有比较典型的例题，通过分析和说明，介绍了一些解题规律和经验。

为了帮助读者加深理解和熟练运用初中数学知识，书中配了相当数量的练习，每章还有自我检查题。为了让在职青年和社会青年使用方便，这些习题全部给出了详细答案（题解见另书）。

本书可供青年职工、社会知识青年以及初中毕业班学生系统复习初中数学知识时使用，亦可供中学数学教师参考。

前　言

为了帮助具有初中文化程度的青年职工、社会知识青年以及初中毕业班学生系统地复习和掌握各学科的知识，以便参加考核转正或投考高中、中专、技校等，我们编辑了这套丛书。它包括：《语文》、《数学》、《物理》、《化学》连同各自的题解，共八种。

复习，是掌握知识的必由之路。帮助好学上进的青年复习好初中数学知识，是我们编写这本《数学》的目的。这里所说好学上进的青年，包括青年职工、待业青年，当然即将毕业的初三学生也在内。

考虑到复习应该使知识得到巩固，对知识的系统和规律有进一步的认识，同时使各种能力有所提高，在编写时，我们力求作到：内容提要部分，注意系统性；例题部分，注意通过分析和说明介绍一些解题的规律和经验。

考虑到复习应该抓住重点，争取以少胜多，在编写时，我们力求作到：内容提要部分尽量精简；例题选择尽量典型。

考虑到数学不能靠“看会”，必须通过一定的实践——练习，才能对概念、定理、公式等基本知识深刻理解熟练运用，本书配备了相当数量的练习，并且为了让在职和待业同志使用之便，全部练习题都给出了详细答案。

考虑到复习的人要有自知之明，才能正确地定出进度和

选择复习方法，书中每章都安排了自我检查题并附有答案（题解均见另书）。

近几年来，这类复习用书出得很多。编写本书时，我们在努力挖掘自己教学中的心得、体会的同时，也努力吸取了各家之长。虽然如此。由于水平所限，书中不足之处一定还有不少，我们恳请读者及看到本书的老师们予以指正。

北京市海淀区教师进修学校

82．11

目　　录

第一编　代　　数

第二编　几　何

（练习及自我检查题的解答，见另册）

第一编 代　　数

第一章 实　　数

数的概念和运算定律是学习数学的基础. 初中阶段，数的范围首先由自然数扩充到有理数，在引进无理数的概念以后，数的范围又扩充到实数.

一、自　然　数

1. 自然数的概念

表示物体个数或事物次序的数叫做自然数，如1，2，3…….

任何一个自然数都可以用10的幂的多项式的形式来表示：$a_0\times10^n\times a_1\times10^{n-1}+\cdots+a_{n-1}\times10+a_n$，这里$a_0$、$a_1\cdots a_n$中的每一个都可以是数0、1、2、3、…8、9中的任一个。

自然数有最小数1，但无最大数.

2. 自然数的运算

在自然数集合中，永远可以进行加、乘运算（即集合中的数经过运算所得结果仍是集合中的数）。自然数可以比较

大小.

3. 质数和合数

除1以外，只能被1和它本身整除的自然数叫质数. 能被1和它本身以外的数整除的自然数叫合数. 1既不是质数，也不是合数.

4. 因数、质因数、公约数、最大公约数

两个自然数a和b，若a能被b整除，b叫做a的因数，也称为约数.

如果b是某数的因数，且b又是质数，那么b称作某数的质因数. 把一个自然数分解成几个质因数的连乘积叫做分解质因数. 分解质因数一般用"短除".

若一个数同时是几个数的因数，称这个数是它们几个数的公约（因）数. 公约数中最大的称为最大公约数.

若两个数的最大公约数是1，就称这两个数互质.

5. 倍数、公倍数、最小公倍数

两个自然数a、b，若a能被b整除，a叫b的倍数.

几个数公有的倍数叫公倍数.

公倍数中最小的一个叫最小公倍数.

两个互质的数的最小公倍数就是这两个数的积.

二、整　　数

正整数（自然数）、零和负整数统称为整数.

1. 整数的运算

在整数集合中，可永远进行加、减、乘运算，零能与其他数一起运算，但零不能做除数.

2. 有关整数的一些表示法

能被 2 整除的整数叫偶数，可用 $2n$ 表示（n 是整数）.

不能被 2 整除的整数叫奇数，可用$2n+1$表示

按被 3 除所得余数，可把整数分类为 $3n$，$3n+1$，$3n+2$（n是整数） 同样可以把整数按除以其他数的余数进行分类.

3. 有关整数整除的问题

若一个整数的个位数是 0、2、4、6、8，则这个数能被 2 整除.

若一个整数各个数位上的数字之和是 3 的倍数，则这个数能被 3 整除.

若一个整数的末两位数是 0 或是 4 的倍数，则这个数能被 4 整除.

若一个整数的个位数字是 5 或 0，则这个数能被 5 整除.

若一个整数的各位数字的和是 9 的倍数，则这个数能被 9 整除

若一个整数的奇位数字的和等于偶位数字的和或两个和数的差是11的倍数，则这个数能被11整除.

m 个连续整数中，必有一个能被 m 整除.

n 个整数都能被一个整数整除，则其和、差、积也能被这个整数整除

若一个数能被几个互质的数整除，则它能被这些数的乘积整除.

三、有理数

1. 有理数的概念　整数和分数统称有理数.

$$\text{有理数}\begin{cases}\text{整数——正整数、零、负整数.}\\\text{分数——正分数、负分数.}\end{cases}$$

任何有理数都可以表示为$\frac{p}{q}$，其中p、q为整数，且$q\neq0$．如果把有理数表示为小数，那么一定是有限小数或无限循环小数．

2．数轴　规定了原点、正方向和长度单位的直线叫做数轴．所有的有理数都可以用数轴上的点来表示，原点右边的点表示正数，左边的点表示负数，原点表示零．零既不是正数也不是负数．

3．相反数　只有符号不同的两个数，叫做相反数．例如+6的相反数是−6．特别地，零的相反数是零．

4．绝对值　数轴上表示一个数的点到原点的距离叫这个数的绝对值．a的绝对值记作$|a|$．正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值是零．就是

$$|a|=\begin{cases}a, & \text{当}a>0\text{时；}\\0, & \text{当}a=0\text{时；}\\-a, & \text{当}a<0\text{时．}\end{cases}$$

5．有理数大小比较　在数轴上表示的两个有理数，右边的数总比左边的数大．

正数都大于零，负数都小于零，正数大于一切负数，两个负数，绝对值大的反而小．

6．有理数的运算　在有理数集合中，可永远施行加、减、乘、除运算（除数不为0）．

（1）加法法则：两数相加，同号的取原来的符号，并把绝对值相加．异号的取绝对值较大的加数的符号，并用较

大的绝对值减较小的绝对值.

（2） 减去一个数，等于加上这个数的相反数.

（3） 乘法法则：两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘.

（4） 除以一个数等于乘以这个数的倒数.

四、无 理 数

1. 无理数的概念　无限不循环的小数叫做无理数. 无理数不能表示为分数 $\frac{p}{q}$（p、q为整数，$q \neq 0$）.

2. 无理数的运算　任何一个无理数，都可以用任意精确度的有理数来近似地表示. 无理数的运算，一般可以将它截成一定精确度的近似数后，再进行计算.

在无理数集合中，两个无理数的加、减、乘、除的结果不一定是无理数.

五、实 数

1. 实数的概念　有理数和无理数统称实数.

实数的分类：

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整　数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分　数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}\\\text{无理数}\end{cases}$$

实数和数轴上的点一一对应.

2. 常用的有关实数的性质

（1） 对于两个实数，如果$a>b$，$a=b$或$a<b$，则$a-b>0$，$a-b=0$或$a-b<0$. 反之，也成立.

（2） 实数的平方，永远大于或等于0.

（3） 若$\sqrt{a}$为实数，则$a\geqslant0$

（4） 若一元二次方程的根为实数，则其判别式$\triangle\geqslant0$.

（5） 实数具有连续性.

3. 实数的运算

（1） 运算顺序：加、减、乘、除、乘方、开方六种运算中，加和减是第一级运算，乘和除是第二级运算，乘方、开方是第三级运算. 运算时先高级后低级. 如果有括号，先算括号里面的；如果没有括号，在同一级运算中，应该从左到右依次进行运算.

（2） 运算定律：a、b、c为实数，则

$a+b=b+a$；（加法交换律）

$(a+b)+c=a+(b+c)$；（加法结合律）

$a\cdot b=b\cdot a$；（乘法交换律）

$(ab)c=a(bc)$；（乘法结合律）

$(a+b)c=ac+bc$。（乘法对加法的分配律）

例 1

(1) 把 6930 分解成质因数的连乘积；

(2) 求 378、840、1260 的最大公约数；

(3) 求 42、63、135 的最小公倍数。

解：(1)

$$\begin{array}{r|r}
2 & 6930 \\ \hline
3 & 3465 \\ \hline
3 & 1155 \\ \hline
5 & 385 \\ \hline
7 & 77 \\ \hline
 & 11
\end{array}$$

$\therefore\quad 6930=2\times3^2\times5\times7\times11.$

说明：分解质因数的方法是：(1) 先用一个能整除这个整数的质数去除这个数；(2) 若得出的商仍是合数继续除下去，直到最后的商是质数为止；(3) 把这个数写成各除数与最后的商的连乘积形式。

(2)
$$\begin{array}{r|rrr}
2 & 378 & 840 & 1260 \\ \hline
3 & 189 & 420 & 630 \\ \hline
7 & 63 & 140 & 210 \\ \hline
 & 9 & 20 & 30
\end{array}$$

378、840、1260 的最大公约数为 $2\times3\times7=42$.

说明：求最大公约数的方法是，用它们公有的质因数去除，一直除到没有公约数为止，它们公有的质因数乘积就是这几个数的最大公约数。

(3)
$$\begin{array}{r|rrr}
3 & 42 & 63 & 135 \\ \hline
3 & 14 & 21 & 45 \\ \hline
7 & 14 & 7 & 15 \\ \hline
 & 2 & 1 & 15
\end{array}$$

$\therefore$ 42、63、135的最小公倍数是 $3^2\times7\times2\times15=1890$。

说明：求最小公倍数的方法是：用它们全体或其中几个数的公有质因数去除，一直除到任何两个数之间都没有公因数时为止，它们公有的质因数及商数的连乘积就是这几个数的最小公倍数。

例 2　将分数 $\frac{5}{8}$、$\frac{4}{125}$、$\frac{6}{11}$、$2\frac{5}{6}$，化为小数。

解：$\frac{5}{8}=\frac{5}{2^3}=0.625$，

$\frac{4}{125}=\frac{4}{5^3}=0.032$，

$\frac{6}{11}=0.\dot{5}\dot{4}$，

$2\frac{5}{6}=2.8\dot{3}$。

说明：将分数化为小数，只需将分子除以分母。如果分母只含 2 、5 或它们的整数幂的因数，这样的分数可以化为有限小数；如果分母含有 2 、 5 或它们整数幂以外的因数，这样的分数可以化为无限循环小数。

例 3　计算

(1) $-1-\left[1-\left(1-0.5\times\frac{1}{3}\right)\right]\times[2-(-3)^2]$；

(2) $15\frac{3}{5}\div\left[\left(-2\frac{3}{4}\right)\times\left(-2\frac{2}{15}\right)+\left(-1\frac{13}{15}\right)\times1\frac{3}{4}\right]$；

(3) $5\times11+4\frac{2}{5}\times\left(-7\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{7}{9}-\frac{5}{6}+\frac{3}{4}-\frac{7}{18}\right)\times36$.

解：(1) $-1-\left[1-\left(1-0.5\times\frac{1}{3}\right)\right]\times[2-(-3)^2]$

$$=-1-\left[1-\left(1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)\right]\times(2-9)$$