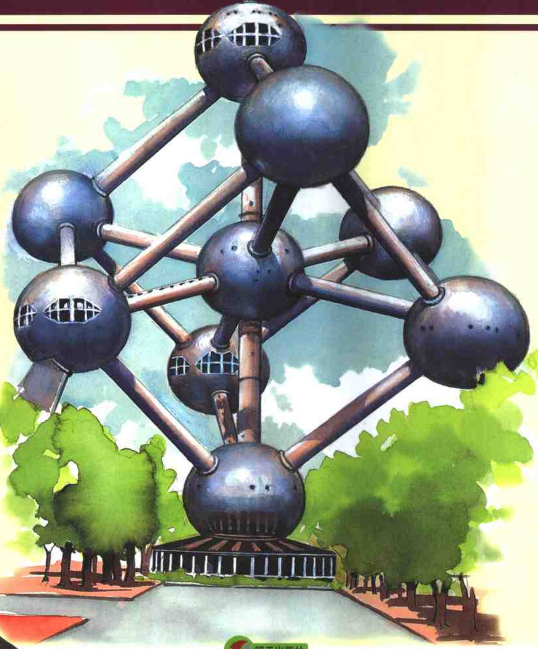
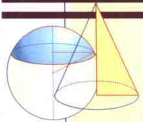
少年课堂 知识拓展 ZHI SHI TUO ZHAN 百科系列

代数几何百科





明天出版社

责任编辑：薛禄芝
美术编辑：曹　飞

少年课堂知识拓展百科系列
代数几何百科
［西班牙］玛利亚·德·罗萨里奥·比亚格拉/
安娜·比亚格拉　著
陈乐飞　译
吴大同　审定
*
明天出版社出版
（济南经九路胜利大街39号）
http://www.sdpress.com.cn
http://www.tomorrowpub.com
明天出版社发行　山东新华印刷厂德州厂印刷
*
889×1194毫米　16开　6印张
2003年9月第1版　2003年9月第1次印刷

ISBN 7-5332-4289-0
Z·99　定价:23.80元

山东省著作权合同登记号:
图字15—2002-129

如有印装质量问题，请与出版社联系调换。

少年课堂 知识拓展 ZHI SHI TUO ZHAN 百科系列

代数几何百科

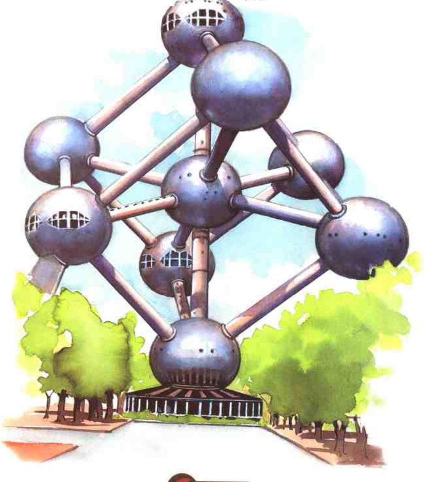
[西班牙]玛利亚·德·罗萨里奥·比亚格拉/安娜·比亚格拉　著

[西班牙]卡拉玛工作室/法雷斯绘图工作室/约瑟·托雷斯　绘图

[西班牙]派拉蒙图档室/博雷阿尔图片公司/阿里克斯·库拉/卡博尔图片社/马耐尔·克莱门特/普里斯玛图片公司　摄影

陈乐飞　译

吴大同　审定



明天出版社

图书在版编目（CIP）数据

代数几何百科/［西］比亚格拉，［西］比亚格拉著；陈乐飞译．济南：明天出版社，2003.9
（少年课堂知识拓展百科系列）
ISBN 7-5332-4289-0

Ⅰ.代… Ⅱ.①比… ②比… ③陈… Ⅲ.代数-少年读物 Ⅳ.O187-49

中国版本图书馆CIP数据核字（2003）第060585号

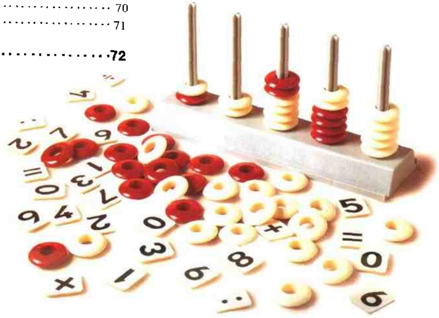
前　言

本书为读者了解数学的基础知识提供了一个绝好的机会，其中不乏神秘惊奇之处，自始至终都能引人入胜。为了最大限度地便于读者理解，本书的编写以图表为主，从日常生活的相关问题出发，使用的语言简洁明了。

本书力求全面地把数学所涵盖的各个不同的方面展示给读者：从算术到代数、几何学、统计学，而且包括一些新颖的概念，如分形几何、模糊逻辑和混沌理论。

我们力求本书不仅实用严谨、适于教学、易于理解，而且趣味横生、言简意赅。几乎没有人怀疑数学对解释我们所生活的世界的重要意义，它应该成为当今每个人基础知识的一部分。我们衷心祝愿您在阅读本书的过程中获得知识，获得快乐。

目 录



数字

我们经常将数学这个词同学习数字和运用数字进行的运算联系起来。但是数学的真实意义远非如此。算术运算只是数学这一片汪洋大海中的一座小岛。数学的目的在于阐明人们对所观察到的现象所提出的问题以及制定抽象的理论模式，这些理论模式可以被科学用来研究并改造我们所置身的宇宙。事实上，数学这个词源于希腊语mathema，意思是了解或认知。

数或数字是抽象的实体，它们形成有序的系列并且表明一个整体的组成部分的量。

数字本身的概念是一个抽象的实体。当我们的祖先（假设他们就生活在发现火的年代）发现了三个一组的石头或人或动物的共同之处即数字3时，这个抽象的实体便产生了。

数学表现在生活的各个方面。

数学在古代文明中已有了很大的发展，如埃及文明、中国文明、美索布达米亚文明和古希腊文明。阿拉伯人将这些文明中的数学知识的大部分传到欧洲。在旧大陆，数学已得到了不断的发展，这首先得益于文艺复兴时期的代数学家们，接着归因于十九世纪工业革命的开端即十七、十八世纪的科学的大革命。

今天，数学成为实验科学如物理、化学和生物发展的必不可少的工具；它被成功地用于各个技术领域，如工程、信息和建筑；它对经济学、社会学、心理学这些社会科学的发展起到了不可估量的推动作用；它甚至被用于音乐创作和造型艺术。

4500多年以前埃及人就能建起精确度极高的巨大的金字塔，他们对数学的掌握程度可见一斑。

数学的领域

既然数学被用于如此异彩纷呈的科学分支，人们理所当然地认为它涵盖了科学的众多领域。事实也是如此。我们已经提到了算术，它因自然数概念的发现而产生，随着新的数的集合的引入而发展，并因德国数学家康托尔（1845－1918）对无限数的研究而达到它的最高水平。

代数的最独特之处在于使用字母来表示量。例如这句话“圆柱的体积用它的底面积乘以它的高度计算”可以简单地用代数语言写为：$V=Sh$。在这种情况下，字母是可变的，我们可以根据圆柱的大小将字母替换成不同的量。有时候，这些字母是未知数，可以运用巧妙的办法算出。

代数这个词源于*Al-gabr*，它是阿拉伯数学家阿尔·花拉子米（780－850）的一部著作的名称，但是第一位用字母表示不同的量的是法国数学家维埃特（1540－1603）。解析几何学之父笛卡儿（1596－1650）和费马（1601－1665）将代数与几何联系起来，因而极大地推动了代数的发展。

函数的概念产生于对两个量之间的关系的研究，如速度和时间的关系，它是数学分析的基础。牛顿（1642－1727）和莱布尼茨（1646－1716）对微分计算的研究是关于数学分析的一部分。数学分析随着欧拉（1707－1783）和高斯（1777－1855）的工作而不断扩展，它已

英国人牛顿（1642－1727）在物理学、数学、天文学等各种科学领域表现卓越。

几何学是数学中研究空间图形的形状、大小和位置的相互关系的学科。

成为发展实验科学的基本的学科。

古埃及的数学家们非常了解基本的几何形状，这使他们得以建造著名的金字塔等建筑物。但是希腊数学家如泰勒斯（约前624－约前547）或毕达哥拉斯（约前580－约前500）所做的贡献才是几何学在古代的巨大进步。公元前300年欧几里德完善了他们的理论。这些数学家对几何学的研究如此深入以至于经过几个世纪的等待，人们才在该领域取得重大进展，即笛卡儿和费马的解析几何及罗巴切夫斯基（1792－1856）和黎曼（1826－1866）的双曲几何。

帕斯卡（1623－1662）和费马这两位数学家经常是一边玩扑克牌一边讨论关于赌博游戏的各种问题。概率理论可以说是在这种以数学为娱乐方式的情况下产生的。尽管数学家拉普拉斯（1749－1829）和高斯对统计学的研究作出了贡献，但该学科在20世纪中叶之前一直被看做数学的一个小分支。而在今天，由于它的广泛的实用性，已成为数学的重要组成部分之一，这得益于俄国人柯尔莫哥洛夫（1903－1987）和德国人费希尔（1890－1962）所做的工作。

统计学研究包括三个方面。第一，观察现象，得出相关数据并将它们进行总结和联系。第二，寻找可以对上述观察结果进行关联解释的理论。第三，根据得出的理论进行预计。

赌博游戏表面上看来是碰运气，实际上在它的背后隐藏着数学的概率理论。

数学学习

从现在开始我们就要去领略一下前面提到的数学领域中各个基本部分。我们先从数开始，不同的计数法和数的集合是我们当今进行运算的必不可少的东西。

认识了数，我们就试着学习代数，学着提出问题，然后用方程式来解决问题。

接下来我们将看看围绕着我们的世间万物的关系，学习用最常用的函数以数学的方式解释它们的关系。只有那时，我们才有条件着手处理商务数学问题，如存款和贷款。

我们的下一个题目是平面几何，也就是研究二维图形的学科。

我们还要大略地了解一下三角学。

三角学是研究角和距离之间的关系的学科，是现代通讯领域的基础学科。了解它之后，我们再去学习三维几何体。

下一站是统计学入门。在那里我们排列数据、绘图、寻找参数、学习计算概率。

我们不希望这趟旅行结束后我们还没有发现数学的现在和不久的将来是什么，还不能认识到混沌理论、分形几何和模糊逻辑等是今天数学所面临的挑战。

用绘图的方式（在性质、顺序或量方面）表示数据，有利于快速、易懂、直观地评估。

计数法

通过考古发现和对仍然生活在原始状态的民族的研究，我们知道我们的祖先使用各种各样的方法计数和排列物体。他们或数手指头，或排列小石子，或在骨头和树干上做标记。最古老的有关计数的遗迹是在欧洲中部发现的一块狼的骨头，上面有55处刻痕，距今有大约5万年的历史。

十进位制

十进位制计数法的三个特点：

• 我们用十个不同的符号来写数：0，1、2、3，4，5，6、7，8，9。因此说它是十进位制或以十为基础的进位制。十个一组成一个十，十个十组成一个百，依此类推。因此，所有的数都可以用十的乘方的形式表示：

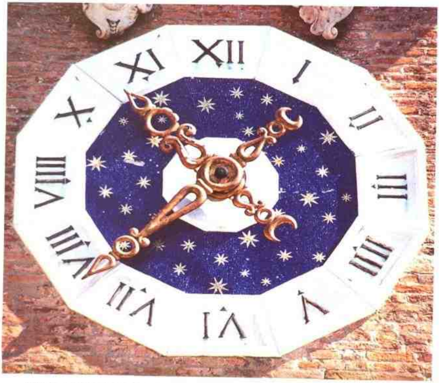
$4\,546 = 4 \times 1\,000 + 5 \times 100 + 4 \times 10 + 6 = 4 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 4 \times 10 + 6$

• 每个符号的值取决于它的位置，所以说它是位置计数法。比如上面的数4 546，左边的4的值为4 000，而右边的4的值为40。

• 因为使用"0"，所以是完整的进位制。

斯特克文明和玛雅文明的数学知识都达到了很高的水平，那时的人们使用位置计数法，但不是十进位制。该图为墨西哥奇钦·伊查古城的大金字塔。

罗马数字



罗马数字仍然出现在许多地方。

罗马人用7个字母来写数，它们的值为：I = 1，V = 5，X = 10，L = 50，

C = 100，D = 500，M = 1000

该计数法不是位置计数法，它还用于表示世纪。另外，在纪念碑和一些钟表的表盘上也能看到罗马数字。读罗马数字必须遵循以下规则：

• 两个字母相对来说，如果值小的字母位于值大的字母的右边或两个字母的值相等，用加法：

MDL = 1 000 + 500 + 50 = 1 550

• 两个字母相对来说，如果值小的字母位于值大的字母的左边用减法：

XC = 100－10＝90

• 如果一组字母在一条横线的下面，用它们的值乘以1 000：

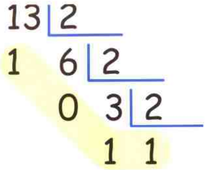
$\overline{\text{CV}}$=105 000

二进位制	十进位制
0	0
1	1
10	2
11	3
100	4
101	5
110	6
111	7
1 000	8
1 001	9
1 010	10
1 011	11
1 100	12
1 101	13

二进位制与十进位制的对等关系

二进位制

这种进位制只使用两个数字符号：0和1。要把二进位数转换成十进位数，使用2的乘方的形式：1 101 ＝ $1\times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0\times 2 + 1 = 8 + 4 + 1 = 13$ 写一个二进位形式的数，要将它不断地除以2。



二进位制用于信息和通信领域

六十进位制

计算时间和测量角度使用的是从巴比伦人那里继承下来的六十进位制，60秒等于1分钟，60分钟等于1小时。

钟表的表盘被分为12个部分，每个部分又被分为5个小部分，因此 $12\times 5 = 60$。

现在我们使用的数和数字习惯上被认为是阿拉伯数字，因为是阿拉伯人在10世纪通过穆斯林时期的西班牙把这种计数法传到欧洲。而阿拉伯人似乎是从印度人那里学到的这种计数法。

自然数

如果我们问一个两岁的孩子几岁了，这个孩子很有可能伸出两个手指回答我们。自然数（0，1，2，3，4，5……）是我们最早学到的数。从现在开始，我们将学习用自然数进行数学运算，并且会发现在运算中只用自然数是绝对不够的，因为在很多情况下只用自然数的运算是不能进行的。

自然数可以用来编辑识别码，如条形码。

如果用自然数将一个整体的组成部分进行排列，这种排列顺序叫做第一、第二、第三、第四……

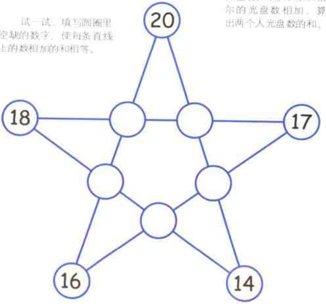
自然数用来数数。

自然数的加法

把两个自然数相加总是会得到另外一个自然数。自然数的集合从0开始，没有穷尽。因为无论一个自然数有多大，只要和另外一个自然数相加，总会得到一个更大的自然数，所以说自然数是无限的。

日常生活中很多情况下会用到加法。比如，玛尔塔把她的光盘数和她哥哥米格尔的光盘数相加，算出两个人光盘数的和。

试一试，填写圆圈里空缺的数字，使每条直线上的数相加的和相等。



减 法

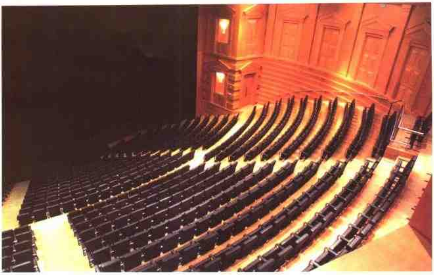
如果仅用自然数做减法，那只能在第一个数（称为被减数）大于第二个数（称为减数）的情况下进行。比如，只能是6－2＝4，而不能是7－9。

乘 法

两个自然数相乘的结果总是自然数，它等于一个数的反复相加：

$5\times3=5+5+5=15$。

相乘的两个数都叫做乘数，乘出的结果叫做乘积。



计算剧场观众席的座位的数量，以每排座位的数量乘以排数。

除 法

被除数 5 | 2 除数

余数 1　2 商

除法就是将一定的量（叫做被除数）均等地分为几部分（这几部分叫做除数），除得的结果叫做商。

如果仅用自然数，那么除法运算有时不能进行。6本书可以被均等地分为3组，每组2本，这种情况下是刚好整除。反之，5本书可以被分成2个相同的组，另外多1本书，我们把这种情况叫做非整除，把多出来的数叫做余数。

乘 方

乘方是将一个数（叫做底数）本身多次相乘（次数叫做指数）的运算方法：$2^3=2\times2\times2=8$

底数和指数均为非零自然数的乘方的结果永远是自然数。

逆运算

除法是乘法的逆运算：要将8分成4等份，必须找到一个和4相乘的结果是8的数字。

$$\text{因此：}4 \underset{\text{被2除}}{\overset{\text{被2乘}}{\rightleftarrows}} 8$$

开 方

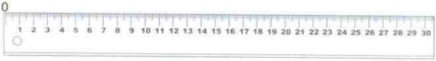
开方是乘方的逆运算，即寻找一个数，使它乘方后的数等于被开方数。例如：$\sqrt[3]{8}=2$，因为$2^3=8$。

根指数

如果根指数是2，省略不写，根叫做平方根，如果根指数是3，根叫做立方根；从3开始，依次叫做四次方根、五次方根、六次方根等。

$$\sqrt[3]{8}=2$$

开方符号　被开方数



要表示自然数，可以画一条直线（这里用一个直尺），把任意一点做为原点O，选任意一个尺寸，将该尺寸从原点开始向右移动，用这个方法来确定每个自然数的位置。

整除性

超市里出售12个1盒的鸡蛋，如果买3盒，共有多少个鸡蛋？有可能是37个鸡蛋吗？第一个问题很简单，共有3×12=36个鸡蛋。在这种情况下，我们说36是12的倍数，也可以说12是36的约数（或因数），因为 $\frac{36}{12}=3$ 。另外，我们可以肯定地说在那个超市不可能买到37个鸡蛋，因为37不是12的倍数。

素数表

删掉这三条由2的倍数组成的线（不包括2）

删掉这几条由5的倍数组成的对角线（不包括5）

删掉这几条由7的倍数组成的对角线（不包括7）

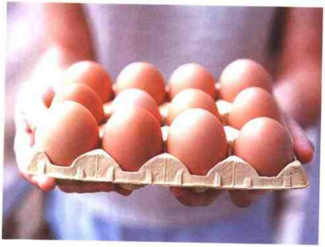
删掉这一条由3的倍数组成的线（不包括3）

没有删掉的数是素数

1	7	13	19	25	31	37	43	49	55	61	67	73	79	85	91	97
2	8	14	20	26	32	38	44	50	56	62	68	74	80	86	92	98
3	9	15	21	27	33	39	45	51	57	63	69	75	81	87	93	99
4	10	16	22	28	34	40	46	52	58	64	70	76	82	88	94	100
5	11	17	23	29	35	41	47	53	59	65	71	77	83	89	95	
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	

构造这个素数表的方法是K.P.斯沃罗发明的。所知的第一个找素数的方法是厄拉托塞尼筛法。

如果一个数只有两个约数，即它本身和1，这个数就是素数。



这个超市只出售12个1盒的鸡蛋。

素数因数

要把一个数分解成素数因数，我们得证明这个数是否可以被2、3、5整除，这要用到整除性的标准。

220	2
110	2
55	5
11	11
1	

线的左边是每次除得的结果

线的右边是素数

$$\boxed{220 = 2\times2\times5\times11 = 2^2\times5\times11}$$

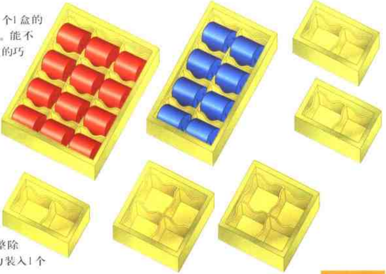
这是分解的过程

整除性的标准

被2整除	如果是以偶数结尾的数	12
被3整除	如果每个数字相加的和可被3整除	672. 6 + 7 + 2 = 15 $\frac{15}{3}=5$
被5整除	如果是以0或5结尾的数	45
被11整除	如果位于奇数位置的数字的和减去位于偶数位置的数字的和（反之亦然）等于0或可被11整除	90 816 计数位置 9 + 8 + 6 = 23 23 − 1 = 22 $\frac{22}{11}=2$

最大公约数

一个巧克力公司生产的用红纸包装的巧克力以12个1盒的方式卖出，用蓝纸包装的巧克力以8个1盒的方式卖出。能不能把它们装入更小的盒子里，并且每盒只有红纸包装的巧克力或蓝纸包装的巧克力？



为了使一块巧克力都不会多出来，这些盒子所能容纳的巧克力数应该既是8的约数又是12的约数。

将8进行因数分解：
$8=2\times2\times2=2^3$

将12进行因数分解：
$12=2\times2\times3=2^2\times3$

因此，8和12的最大公约数是：$2^2=4$。4是既可以整除8又可以整除12的最大的数。这样，我们只能把巧克力装入1个1盒、2个1盒或4个1盒的盒子里。

最大公约数是几个数共同的约数中最大的一个。

28

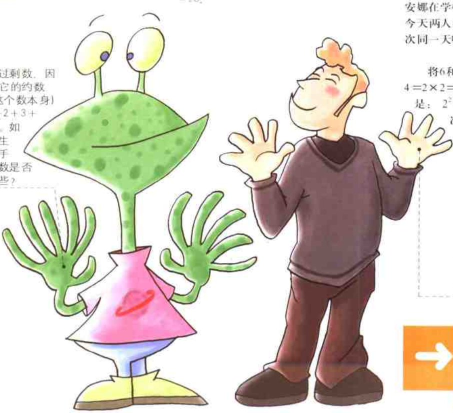
如果一个数等于它的约数（不包括这个数本身）的总和，这个数就叫做完全数。

28是完全数。它的约数是1、2、4、7、14和28，因此得出：1+2+4+7+14=28。

最小公倍数

玛尔塔每6天吃一次豆荚，她的女儿安娜在学校的食堂里每4天吃一次。如果今天两人都吃了豆荚，什么时候会再一次同一天吃豆荚？

将6和4分别进行因数分解：$6=2\times3$，$4=2\times2=2^2$ 因此，6和4的最小公倍数是：$2^2\times3=12$。她们12天之后会再一次同一天吃豆荚。



12是一个过剩数，因为它小于它的约数（不包括这个数本身）的和：1+2+3+4+6=16。如果我们出生时有12个手指头，数数是否会容易一些？

我们的计数法是十进位制，因为我们出生时有10个手指头。10是亏数。大于它的约数（不包括它本身）的和的数被称为亏数。10的约数是：1，2和5。而：1+2+5=8。

最小公倍数是几个数共同的倍数中最小的。