

師範學院數學系

何
析
數

幾
分
代

析
學
等

解
數
高

試行教學大綱

中華人民共和國教育部



師範學院數學系

解 析 幾 何
數 學 分 析
高 等 代 數

試行教學大綱

書號215(教2)

中華人民共和國教育部編訂

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號)

新華書店總經售

京華印書局印刷

北京南新華街甲三七號

開本787×1092—1/32 印張1⁴/₁₆ 字數23,000

一九五五年三月北京第一版

印數1—4,500

一九五五年三月北京第一次印刷

定價0.11元

數學系第一冊

目 錄

解析幾何試行教學大綱	1
(甲)說明	1
(乙)大綱內容	2
(丙)參考資料	7
高等代數試行教學大綱	9
(甲)說明	9
(乙)大綱內容	11
(丙)參考資料	15
數學分析試行教學大綱	17
(甲)說明	17
(乙)大綱內容	20
(丙)參考資料	30

師範學院數學系

解析幾何試行教學大綱

(甲) 說 明

(一)本科目設置目的和要求

本科目是師範學院數學系的基本科目之一，也是高等數學（對中學數學而言）的初步，它的主要精神是利用代數學的方法去研究幾何學的內容，通過它使學生曉得形與數如何地結合。它的作用有：

(1) 初等幾何的某些問題可用代數學的方法有效而系統地解決。

(2) 作為進一步學習普通物理、高等代數、近世幾何、幾何基礎、數學分析及其他高等數學的準備。

(二)本科目講授內容及課堂作業時數的分配

根據師範學院暫行教學計劃中對本科目的規定，第一學期是 18 週，每週 6 學時，其中講授 4 學時；第二學期是 16 週，每週 4 學時，其中講授 2 學時；因此，第一學期的講授時數是 72 學時，第二學期是 32 學時，共計 104 學時。既然第一學期的講授時數遠超過第二學期的時數，所以本大綱的講授時數估計是這樣的，在第一學期中除教完第一部分平面解析幾何共佔去 50 學時外，尚須教至第二部分中的第(十)單元：向量的數量積與向量積，這第二部分的首三個單元佔去 22 學時。

第二學期從第(十一)單元教起至末一單元止共佔去 32 學時。這時課堂作業也是 32 學時，因此我們有充分時間去鞏固所講授的教材。

(三) 本大綱主要精神

本大綱編訂的原則是遵照教學計劃中對本科目內容的要求，因此採取了如下的措施：

- (1) 主要使用笛氏直角坐標系統。
- (2) 向量的運用留在空間部分去講。
- (3) 結合高等代數內容盡量利用行列式等工具。

大綱主要是確定本科目的基本內容，也就是對學生的基本要求，先後次序的安排僅供講授時的參考，在必要時教師可根據情況另作安排。

(乙) 大綱內容

(I) 平面解析幾何學 (共 50 學時)

這一部分是利用代數學的方法來研究平面幾何學的某些問題，學生們對於平面的觀念比較對空間的觀念來得熟悉，所以我們應當利用這一有利的條件，為代數方法在幾何學的應用上打好基礎。

(一) 直線上和平面上的坐標 (4 學時)

- (1) 有向直線與有向線段的規定。
- (2) 有向線段的加法。
- (3) 直線上的點坐標。
- (4) 平面上的笛氏直角坐標。
- (5) 笛氏斜角坐標。
- (6) 極坐標。

[附註]：應指出坐標的作用及直角坐標與極坐標的關係。

(二) 平面解析幾何學的一些基本事項 (3 學時)

- (1) 兩點間的距離。

- (2) 線段的定比分割。
- (3) 三角形面積的計算。
- (4) 有向線段在有向直線上的射影。

[附註]: 應指出從三角形面積計算可以得出多角形面積的計算。

(三) 曲線的方程 (6 學時)

- (1) 曲線方程的意義。
- (2) 已知方程如何求曲線(舉例說明)。
- (3) 已知曲線如何導出它的方程(舉例說明)。
- (4) 兩曲線交點的求法。
- (5) 曲線的極坐標方程。
- (6) 曲線的參數方程。

[附註]在講授曲線方程時，應強調從點與數的聯繫到曲線與方程的聯繫間的過程。

(四) 直線 (8 學時)

- (1) 直線方程的各種類型:包括法線式、一般式、二點式、截距式、點斜式、參數式等。
- (2) 直線與直線間的關係:包括交角、平行、垂直、重合、交點。
- (3) 直線與點的關係——點至直線的距離。
- (4) 直線束:包括直線束的方程、三條直線過一點的條件。

[附註]:應指出直線方程各種類型間的聯繫;兩個條件決定一條直線;直線束方程的應用。

(五) 圓錐曲線(包括圓)的基本理論 (12 學時)

- (1) 圓錐曲線之發生與類別。
- (2) 各種圓錐曲線的定義及其方程(包括雙曲線的漸近

線)。

- (3) 各種圓錐曲線之形狀(包括雙曲線的漸近線)。
- (4) 圓錐曲線的離心率、焦點和準線。
- (5) 圓錐曲線的極坐標方程。
- (6) 圓錐曲線的直徑與共軛直徑。
- (7) 圓錐曲線的切線和法線。

[附註]:在講圓錐曲線的極坐標方程時,應指出圓錐曲線的統一定義及極坐標方程的意義。

(六)坐標變換及曲線分類 (5 學時)

- (1) 平移。
- (2) 旋轉。
- (3) 一般的坐標變換。
- (4) 坐標變換公式的另一種解釋——點變換。
- (5) 坐標變換的應用(舉例說明)。
- (6) 曲線的分類。

[附註]:指示曲線的分類不因坐標變換而變更。

(七)二次曲線一般方程的研究 (12 學時)

- (1) 一般二次方程的標準寫法。
- (2) 一般二次方程的簡化(利用坐標變換)。
- (3) 二次方程的三種類型。
- (4) 橢圓型方程的討論。
- (5) 雙曲型方程的討論。
- (6) 拋物型方程的討論。
- (7) 二次曲線的中心。
- (8) 有心二次曲線的標準方程。
- (9) 二次曲線論的一般總結。

[附註]:指出坐標變換所起的作用,一般二次曲線判定的法

則。

(II) 空間解析幾何學 (共 54 學時)

這一部分是利用代數學的方法來研究空間幾何學的某些問題,在這裏面,引進了向量的觀念與處理方法,對於高維空間幾何學的代數處理法,以利用向量為最方便,在這裏,祇不過是初步的應用罷了,為以後學其他高等數學作基礎。

(八) 空間解析幾何學的一些基本事項 (5 學時)

- (1) 空間的笛氏直角坐標。
- (2) 向量的基本觀念及其射影。
- (3) 向量的方向餘弦。
- (4) 二點間的距離及定比分割。

[附註]:注意向量與點的對應關係。

(九) 向量的線性運算 (5 學時)

- (1) 向量加法。
- (2) 向量減法。
- (3) 向量與數量的乘法。
- (4) 向量的分解。

[附註]:注意向量的結合與分解。

(十) 向量的數量積與向量積 (12 學時)

- (1) 數量積及其基本性質。
- (2) 數量積的坐標表示。
- (3) 向量積及其基本性質。
- (4) 向量積的坐標表示。
- (5) 三個向量的混合積。
- (6) 混合積的坐標表示。
- (7) 三個向量的雙重向量積。

〔附註〕：應指出數量運算與向量運算性質的異同。

(十一) 曲面方程與曲線方程 (4 學時)

- (1) 曲面方程的意義及各種表示法。
- (2) 曲面方程的例證：球面、柱面、錐面與旋轉曲面。
- (3) 空間曲線方程及各種表示法。
- (4) 三個曲面的交點。
- (5) 代數曲面。

〔附註〕：指出曲面方程與平面曲線方程的類比；注意特殊曲面一般方程的特徵。

(十二) 平面 (8 學時)

- (1) 平面方程的各種類型：包括法線式、一般式、截距式、三點式。
- (2) 平面與平面間的關係：包括交角、平行、重合、垂直、三平面之交點。
- (3) 平面與點的關係——點至平面的距離。
- (4) 平面束。

〔附註〕：指出平面方程各類型間的關係；三個條件決定一平面，平面束方程的應用。

(十三) 空間直線 (8 學時)

- (1) 直線方程的各種類型。
- (2) 直線的方向。
- (3) 直線與直線間的關係：包括交角、平行、垂直、在同一平面上的條件、二直線間之垂直距離。
- (4) 直線與平面間的關係：包括交點、交角、平行、垂直、直線在平面上的條件。
- (5) 直線與點間的關係——點至直線的距離。

〔附註〕：注意各種不同形式的直線方程間的聯繫。

(十四)二次曲面及坐標變換 (12 學時)

- (1) 二次曲面之方程。
- (2) 橢圓面。
- (3) 雙曲面。
- (4) 拋物面。
- (5) 二次錐面。
- (6) 二次柱面。
- (7) 坐標變換。
- (8) 一般二次曲面之分類問題。

[附註]:注意單葉雙曲面及雙曲拋物面有實母線,扼要地指出二次曲面分類的依據。

(丙) 參考資料

- (一)蘇聯師範學院數理系解析幾何教學大綱(1950)。
- (二)蘇聯教科書及參考書:
 - (1) Н. В. Ефимов: Краткий Курс Аналитической Геометрии.
胥長辰譯:解析幾何簡明教程。
 - (2) И. И. Привалов: Аналитическая Геометрия(1952)
蘇步青譯:解析幾何學。
 - (3) А. М. Лопшиц: Аналитическая геометрия(1948)。
 - (4) Б. И. Аелоне и А. А. Райков: Аналитическая Геометрия
(1948)。
北大幾何教研組譯:解析幾何學(第一卷第二分冊與第二卷第一分冊)。
 - (5) С. П. Фиников: Аналитическая Геометрия (1952)。
葉述武等譯:解析幾何。

師範學院數學系

高等代數試行教學大綱

(甲) 說 明

(一) 本科目設置的目的與要求

本科目是師範學院數學系基礎科目之一。根據師範學院暫行教學計劃的說明，本科目設置的目的在使學生獲得基本的、系統的代數知識，掌握初步的、嚴密的代數方法。通過本科目的講授與習作使學生對於中等學校代數的中心內容能有系統的、較深入的了解，並略知近世代數的方法與發展的趨勢，同時獲得學習其它數學科目及物理學等所必需的代數知識。

本科目對於教學的要求是使學生：(1)系統地掌握所講授的知識能了解各項題材的地位及其相互的聯繫，而不是只記得若干個孤立的定理；(2)切實地理解概念及推理方法，能用自己的語言說出重要概念的定義，並對某些概念能舉出正反實例，能證明主要定理，並逐漸能從主要步驟上來掌握這些證明；(3)熟練常用的計算方法。

(二) 本科目主要內容及時數分配

本科目包括兩部分：線性代數初步與多項式論（包括方程論）初步。但線性代數部分是以線性方程組及二次齊次式為中心的，所以整個科目又可以用多項式這一個總的線索統一起來，多項式與方程是中等學校代數的主要代數內容。這一方面的進一步的系統知識對於未來中等學校教師來說，顯然是非常必要的。同時這些內容在學習其它數學科目以及物理、天文學等科目時也是不可缺少的。

上面提到的題材是比較古典的。但這不是說，處理這些題材的方法也必須是古老的。近世代數的一些基本概念如羣、環、體、同構等對於學生來說不是很難接受的。在高等代數中引入這些概念，能够使多項式及方程的理論得到更好的、更系統的處理，使學生更深入、更全面地看問題。這樣做，也為學生進一步學習代數打開門徑。

根據師範學院暫行教學計劃，本科目的是兩學年的課程，第一學年講演及習作總時數為 68 學時，第二學年為 102 學時，講演與習作時數之比為 2:1。

依照本大綱的安排，第一學年恰好可以講完線性代數部分，第二學年講完多項式論部分。

(三) 本大綱主要精神

本大綱的制定是依照以下原則進行的：

(1) 遵照師範學院暫行教學計劃及其說明。

(2) 以蘇聯 1950 年師範學院物理數學系高等代數教學大綱為依據，並以三種蘇聯高等代數教科書：即 Окунев, 高等代數（以下簡稱 О 書），Курш, 高等代數教程（以下簡稱 К 書），Ляпин, 高等代數教程為參考。

(3) 結合我國實際。

(4) 充分考慮未來中等學校教師的需要。

(5) 貫徹愛國主義教育。

(6) 注意與其他科目的配合。

大綱上所列每一單元的講演時間是依照七個學校的教學經驗估計的，按照這種估計，時間應該是大致够用的。

由於在現階段，各校具體情況還不一致，下列比較艱深的題材：向量空間、根的存在定理及代數基本定理的證明、作圖不能問題可以一部或全部略去不講（上述兩定理的意義必須講解）。

但這不是說，這些題材是不重要的。爭取講授大綱所列全部內容應作為努力的目標。

大綱各項的順序是根據原則 (1), (2), (3), (6) 而擬定的一種比較恰當的順序，在必要時教師可以稍加變動。

(乙) 大綱內容

(I) 線性代數初步 (講演 44 學時)

(一) 行列式 (16 學時)

- (1) 數環和數體。
- (2) 兩個及三個未知數的線性方程組及二階三階行列式。
- (3) 排列，對換，置換，置換的奇偶性。
- (4) n 階行列式的定義及其基本性質。
- (5) 子式及代數餘子式，行列式依行(列)展開，行列式的計算舉例。
- (6) 係數行列式不等於零的線性方程組的解法及解的唯一性。
- (7) 拉普拉斯(Laplace)定理，行列式相乘的規則。

[附註]：在開始應用數學歸納法以前可利用講課或習作時間講授數學歸納法一次。

(二) 線性方程組 (16 學時)

- (1) n 維向量，線性相關及其基本性質。
- (2) 矩陣的秩及其求法，初等變動，行列式等於零的充分與必要條件。
- (3) 線性方程組相容性的判別法，線性方程組的解法及研究。

(4) 齊次線性方程組，基礎解系，非齊次線性方程組與對應的齊次線性方程組的解之間的關係。

(5) 向量空間，基底，維數、子空間、齊次線性方程組的解空間。

〔附註〕：最好講一下用初等變動解線性方程組。

(三) 矩陣的乘法 (5 學時)

(1) 變數的線性變換及矩陣，矩陣的乘法及其基本性質，關於矩陣乘積的行列式的定理。

(2) 單位矩陣、逆矩陣及它存在的條件。

(3) 關於矩陣乘積的秩的定理。

(四) 二次齊式 (7 學時)

(1) 化二次齊式為典型形式。

(2) 二次齊式的秩，二次齊式的矩陣以及在線性變換下矩陣的變化，在非退化 (non-singular) 變換下秩的不變性。

(3) 慣性定律，有定及不定齊式。

(II) 多項式論初步 (講演 68 學時)

(五) 基本概念 (16 學時)

(1) 代數運算，置換乘法，用例說明代數運算未必滿足交換律與結合律。

(2) 羣的定義和例子，特別是置換羣的例子，由羣定義產生的最簡單的性質，子羣的定義和例子，作成子羣的條件，加法羣。

(3) 環的定義和例子，環的最簡單性質，矩陣環和剩餘類環，零因子。

(4) 體的定義及最簡單的性質，體的例子，特別是有限體的例子特徵數，廣體的定義。

(5) 同構的概念及意義。

〔附註〕: 1. 在講環時說明一下逆運算的意義。

2. 剩餘類環可以講特殊的也可以講一般的。

3. 講了體以後說明以前所講線性代數理論在體上一般成立。

(六) 複數體 (5 學時)

(1) 複數的定義和運算, 複數體。

(2) 複數的幾何表示, 複數的開方, 單位根, 本原單位根。

(七) 任意體上一不定元 x 的多項式 (14 學時)

(1) 任意體上一不定元 x 的多項式環, 不定元(超越元)的意義。

(2) x 的多項式環的可除性理論, 帶餘式除法, 最高公因式, 輾轉相除法。

(3) 不可約多項式及其性質, 關於分解多項式成不可約多項式的乘積的定理。

(4) 重因式, 多項式的微商, 重因式的分離。

(5) 多項式的根, 餘數定理, 綜合除法, 重根, 根的個數, 根與係數的關係。

(6) 根的存在定理, 分解體的存在。

〔附註〕: 如果準備證代數基本定理, 則第六項內容不可省。

(八) 任意體上的多元多項式 (9 學時)

(1) 多元多項式環。

(2) 對稱多項式, 用初等對稱多項式來表示對稱多項式。

(3) 兩個多項式的結式, 從兩個含兩未知元的方程消去未知元多項式的判別式。

〔附註〕: O 書和 K 書關於結式的講法比較艱深, 可用較簡講

法。

(九)複數體上 x 的多項式 (6 學時)

(1) 代數基本定理。

(2) 實係數多項式的複根的共軛性，實係數多項式的不可約因式分解。

(3) 三次方程及四次方程的解。

[附註]: 代數基本定理用 O 書或 K 書的第一種證法來證明或則不證。

(十)實數體上 x 的多項式 (8 學時)

(1) 實根的界。

(2) 實根的隔離，司脫姆(Sturm)定理，笛卡爾(Descartes)定理。

(3) 實根的近似計算法，秦九韶方法，直線插入法，牛頓(Newton)方法。

[附註]: 講實根的近似計算法時，可簡單介紹羅巴切夫斯基(Лобачевский)的方法。

(十一)有理數體上 x 的多項式 (4 學時)

(1) 有理係數多項式的有理根的求法。

(2) 有理數體上多項式的分解，高斯(Gauss)引理，關於整係數多項式因式分解的定理，艾森斯坦因(Eisenstein)的不可約性判別法。

(十二)尺規作圖不能問題 (6 學時)

(1) 體的有限擴張，有限擴張體的次數。

(2) 可能用圓規直尺作圖的條件。

(3) 幾何三大問題。

[附註]: 祇證可能用圓規直尺作圖條件的必要性。