海淀 黄冈 启东

精典题优化解题

多做题、做好题是取得高分的关键

高中代数

海淀 黄冈 启东

精典题优化解题

海淀 黄冈 启东 特高级教师编写组 编

高中代数

图书在版编目（CIP）数据

精典题优化解题．高中数学/阚秀敏，李丽英主编；孙静波，王丽锋编著．—北京：人民中国出版社

ISBN 7—80065—707—8

Ⅰ．海…　Ⅱ．①阚…②李…③孙…④王…　Ⅲ．数学课—高中—解题　Ⅳ．G632.479

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2001）第 025677 号

海淀 黄冈 启东

精典题优化解题　　　　高中代数

本书主编：孙静波　王丽锋

副 主 编：苏　静　郭宗喜　张嘉宾

　　　　　瞿志发　马士华　李洪武

出　　版：中国少年儿童出版社　人民中国出版社

电　　话：（010）65301604

经　　销：新华书店

印　　刷：北京兴华印刷厂

开　　本：850×1168 毫米　1/32

字　　数：692 千字

印　　张：19.5 印张

版　　次：2003 年 11 月北京第 3 版　2004 年 1 月北京第 7 次印刷

书　　号：ISBN7—80065—707—8/G·313

定　　价：(代、几、化、文综、理综)定价：99.00 元　本册 19.80 元

前　　言

在教育改革的不断深入、力度不断加大，中、高考机制大转轨的今天，广大师生迫切需要一套能够切实体现当前中、高考改革精神，反映教育教学改革新动向，体现中、高考新思路，逐步实现学科整合的新资料。现代社会要求公民具备良好的人文素养和科学素养，具备创新精神、合作意识和开放的视野。为此，我们特编写了这套《海淀精典题》丛书。

本丛书立足于中、高考改革的大方向，命题范围遵循中学新课程标准，注重培养学生认识科学、技术、社会和生活方面的有关问题的能力，注重科学知识的传授和技能的训练，将最新成就和基本理念纳入命题范围，重视对学生学习兴趣、科学探究能力、创新意识以及科学精神的培养。因此，本丛书在命题理念的构建上充分体现了让学生经历从自然到学科，从生活到实践的认识过程。经历基本的科学探究实践，努力实现各学科的融合，使学生得到全面的发展。激发他们的求知欲，让学生领略自然现象中的美妙与和谐，领略人文内涵对精神领域的熏陶与感染。丛书全面分析、研究近几年来中、高考在命题范围、命题规律、题型设计、能力考查、立意考查、立意方向、考点变化上的特点，着力探讨中、高考方向、命题规律、应试技巧。体现了思路新、角度新、体例新的特色，是当前最直接而有效的中、高考备考复习资料。

学生是学习和发展的主体。试题的设置必须根据学生身心发展和各学科学习的特点，倡导自主、合作、探究的学习精

神。因此，本丛书在所选试题上严格按照各学科知识体系的要求，科学地进行归纳分类，对命题趋势做了客观的透析和科学的预测。从培养学生的探索精神、实践能力以及创新意识的角度，对教学和复习提出了一些具有方向性的意见和具体的应试技巧，以期提高中、高考备考的复习效率和广大考生的应试能力。

“高山仰止疑无路，曲径通幽别有天。”本丛书集探究性、指导性、实用性、预测性为一体，是一部不同内容和方法的相互交叉、渗透和整合的崭新中、高考复习资料。

由于水平有限，不足和疏漏之处在所难免，恳请广大师生批评指正。

编　者

目　录

第一章　幂函数、指数函数和对数函数

一　集合

〔要点归纳〕

1. 集合及其基本概念

(1)集合：集合是数学中不定义的原始概念，它表示一些指定对象的全体．一组对象的全体形成一个集合，集合里的各个对象就是这个集合的元素．

(2)元素与集合的关系：对于一个元素 x 与某集合 A 之间的关系为 $x\in A$ 或 $x\notin A$．

(3)集合中的元素的特征：集合中的元素具有确定性、互异性、无序性．

(4)集合的表示法：①列举法．②描述法．③图示法．

(5)集合的分类：①有限集．②无限集．③空集．

(6)几种常用的数集：N—自然数集，Z—整数集，Q—有理数集，R—实数集．

2. 集合与集合的关系

(1)子集：对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 叫做集合 B 的子集，记作 $A\subseteq B$(或 $B\supseteq A$)，读作 A 包含于 B(或 B 包含 A)，显然有 $A\subseteq A$，对任何一个集合 A，规定 $\varnothing\subseteq A$.

真子集：如果 A 是 B 的子集，并且 B 中至少有一个元素不属于 A，那么集合 A 叫做集合 B 的真子集，记作 $A\subset B$(或 $B\supset A$)，读作 A 真包含于 B(或 B 真包含 A)．

集合的相等：对于两个集合 A 与 B，如果 $A\subseteq B$，同时 $B\subseteq A$，我们就说两个集合相等，记作 $A=B$，读作“A 等于 B”或“B 等于 A”．

(2)交集：由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A、B 的交集，记作 $A\cap B$(读作“A 交 B”)，即

$A\cap B=\{x|x\in A，且 x\in B\}$

$A\cap A=A，A\cap\varnothing=\varnothing，A\cap B=B\cap A$.

(3)并集：由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A、B 的并集，记作 $A\cup B$(读作“A 并 B”)，即

$A\cup B=\{x|x\in A，或 x\in B\}$

$A\cup A=A，A\cup\varnothing=A，A\cup B=B\cup A$.

(4)全集：在研究集合与集合之间的关系时，在某些情况下，这些集合都是某一个给定的集合的子集，这个给定的集合可以看作一个全集，用符号 I 表示；

补集：已知全集 I，集合 $A\subsetneq I$，由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做集合 A 在集合 I 中的补集，记作 $\overline{A}$（读作"A 补"），即

$\overline{A}=\{x\mid x\in I$ 且 $x\notin A\}$

$A\cup\overline{A}=I$，$A\cap\overline{A}=\varnothing$，$\overline{\overline{A}}=A$

(5)对任何集合 A、B、C 有

①集合的并、交、补运算满足以下法则

交换律：$A\cup B=B\cup A$，$A\cap B=B\cap A$

结合律：$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$

$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$

$A\cup A=A$，$A\cap A=A$，$\overline{\overline{A}}=A$，$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$

特别地：$A\cup I=I$，$A\cap I=A$，$A\cup\varnothing=A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$

$A\cup\overline{A}=I$，$A\cap\overline{A}=\varnothing$

②集合的包含关系有以下性质

$A\subseteq A$；$\varnothing\subseteq A$；$A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A\Rightarrow A=B$；$A\subseteq B$ 且 $B\subseteq C\rightarrow A\subseteq C$；

$A\subset B$ 且 $B\subset C\Rightarrow A\subset C$；$A\subset A\cup B$；$B\subseteq A\cup B$；$A\cap B\subseteq A$；$A\cap B\subseteq B$.

一、选择题

1. 下面定义的集合中，不正确的是　　　　（　　）

A. 全体 3 的倍数集合

B. 一些四边形集合

C. 平面上到原点 O 距离等于 5 的点集合

D. 单位圆内接正多边形集合

➡答案与题解　B."一些四边形"不能构成一个集合，到底哪些四边形是不知道的，范围无法衡量，因此组成它的对象是不确定的.

A、C、D 中对象是确定的，能准确判断的，范围也是可以衡量的，因此能构成集合.

2. 给出四个命题：①任何一个集合 A 必有两个子集；②任何一个集合 A，必有两个真子集；③若集合 A 和 B 的交集是空集，则 A、B 至少有一个是空集；④若集合 A 和 B 的交集是全集，则 A、B 都是全集，其中错误命题的个数为　　（　　）.

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

➡答案与题解　D. 因为 $\varnothing$ 没有两个子集，也没有真子集，①②错误. 若 $A\cap B=\varnothing$，A、B 可以不是空集，③错误. 若 $A\cap B=I$，则必有 $A=B=I$.

3. 已知 $\{1,2\}\subset M\subseteq\{1,2,3,4,5,6,7\}$，则符合条件的集合 M 的个数是　　（　　）

A. 2^7　　B. 2^7-1　　C. 2^5　　D. 2^5-1

➡答案与题解　D. 本题是要求集合 $\{3,4,5,6,7\}$ 的非空子集的个数.

4. 数集 $X=\{(2n+1)\pi, n$ 是整数$\}$与数集 $Y=\{(4k\pm1)\pi, k$ 是整数$\}$之间的关系是 ( )

A. $X\subset Y$　　B. $X\supset Y$　　C. $X=Y$　　D. $X\neq Y$

➡答案与题解　C. ∵$\{2n+1, n\in Z\}=\{$奇数$\}$，而 $4k\pm1(k\in Z)$必定为奇数

∴$X\supseteq Y$，反之，当 $X\in Z$ 时，$X=(2n+1)\pi$

当 n 为奇数，即 $n=2k-1(k\in Z)$时，$X=(4k-1)\pi$，∴$X\in Y$

∴$X\subseteq Y$，由 $X\supseteq Y$，且 $X\subseteq Y$，得 $X=Y$

➡小结　判断集合间的关系，其基本方法是归结为判定元素与集合之间的关系.

5. 已知集合 $M=\{x\mid x=y^2-1\geqslant-1\}$，$P=\{x\mid y^2=-2(x-3)\}$，那么 $M\cap P=$ ( )

A. $\{(x,y)\mid x=\frac{5}{3}, y=\pm\frac{2\sqrt{6}}{3}\}$　　B. $\{x\mid -1<x<3\}$

C. $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$　　D. $\{x\mid x\leqslant 3\}$

➡答案与题解　C.（方法一）由 M: $x=y^2-1\geqslant-1$，即 $M=\{x\mid x\geqslant-1\}$

P: $x=-\frac{1}{2}y^2+3\leqslant 3$，即 $P=\{x\mid x\leqslant 3\}$

∴$M\cap P=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$

（方法二）用逐步淘汰错误结论的办法

注意到 $M\cap P$ 的元素是 x，而不是(x,y)，可否定 A.

比较 B 选项与 C 选项的差异，取 $x=-1$.

∵$-1\in M$，$-1\in P$，∴$-1\in(M\cap P)$，于是又可否定 B.

再比较 C 与 D 的差别，取 $x=-2$，因为 $-2\notin M$，淘汰 D.

6. 已知集合 $M=\{1,2,a^3-a\}$，$N=\{0,a+1,3-a^2\}$，且 $M\cap N=\{0,1\}$，则实数 a 的解集是 ( )

A. $\{0\}$　　B. $\{0,1\}$　　C. $\{1\}$　　D. $\varnothing$

➡答案与题解　A. ∵$M\cap N=\{0,1\}$，即 $a^3-a=0$，∴$a=0$ 或 $a=\pm1$，分别代入 N 中知 $a=\pm1$ 不合题意，∴$a=0$.

7. 若 $M=\{x\mid |x-1|<2\}$，$N=\{x\mid \frac{x-2}{x}>0\}$，则 $M\cap N=$ ( )

A. $\{x\mid -1<x<3\}$　　B. $\{x\mid x<0$ 或 $x>2\}$

C. $\{x\mid -1<x<0$ 或 $2<x<3\}$　　D. $\{x\mid -1<x<0\}$

➡答案与题解　C. 由 $|x-1|<2$ 得 $-1<x<3$，由 $\frac{x-2}{x}>0$ 得 $x>2$ 或 $x<0$，不等式组 $\begin{cases}x>2\\-1<x<3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x<0\\-1<x<3\end{cases}$ 的解集即是所求的交集，于是 $M\cap N=\{x\mid -1<x<0$ 或 $2<x<3\}$.

8. 设全集 $I=\{$三角形$\}$，$M=\{$锐角三角形$\}$，$N=\{$钝角三角形$\}$，那么 $\overline{M}\cap\overline{N}$ 是 ( )

A. $\{$锐角三角形$\}$　　B. $\{$钝角三角形$\}$

C. $\{$直角三角形$\}$　　D. $\{$三角形$\}$

➡答案与题解　C. $\overline{M}=\{$钝角三角形或直角三角形$\}$，$\overline{N}=\{$锐角三角形或直角三角形$\}$

$\therefore \overline{M}\cap\overline{N}=\{$直角三角形$\}$.

9. 已知集合 $A\subset\{2,3,7\}$ 且 A 中至少有一个奇数，则这样的集合共有 ( )

A. 2 个　　B. 4 个　　C. 5 个　　D. 6 个

➡答案与题解　C. 这样的集合有：$\{3\}$，$\{2,3\}$，$\{7\}$，$\{2,7\}$，$\{3,7\}$.

10. 在以下的五个写法中，(1) $\{0\}\in\{0,1,2\}$，(2) $\varnothing\subset\{0\}$，(3) $\{0,1,2\}\subseteq\{2,1,0\}$，(4) $0\in\varnothing$，(5) $0\cap\varnothing=\varnothing$，其中正确写法的个数有 ( ).

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

➡答案与题解　A. 其中(1)与(4)错在"$\in$"，(5)错在元素与集合不能求交集，所以只有(2)与(3)对，选 A.

11. 设全集 $I=\{(x,y)|x\in R,y\in R\}$，集合 $M=\{(x,y)|\frac{y-3}{x-2}=1\}$，$N=\{(x,y)|y\neq x+1\}$，那么 $\overline{M}\cap\overline{N}$ 等于 ( )

A. $\varnothing$　　B. $\{(2,3)\}$　　C. $(2,3)$　　D. $\{(x,y)|y=x+1\}$

➡答案与题解　B. 集合 M 表示的点在直线 $y=x+1$ 上，但除去点 $(2,3)$，集合 N 表示平面内直线 $y=x+1$ 以外的所有点，根据集合的运算律 $\overline{M\cup N}=(\overline{M}\cap\overline{N})$，因为 $M\cup N$ 表示平面内除去点 $(2,3)$ 的点，所以 $(\overline{M\cup N})=\{(2,3)\}$.

12. 若全集 $I=R$，$A=\{x|\sqrt{x-1}\leqslant 0\}$，$B=\{x|\lg(x^2-2)>\lg x\}$，则 $A\cap\overline{B}$ 等于 ( )

A. $\{2\}$　　B. $\{-1\}$　　C. $\{x|x\leqslant -1\}$　　D. $\varnothing$

➡答案与题解　B. 集合 A 中的元素满足的条件是 $x=-1$，集合 B 中元素满足的条件是

$\begin{cases} x^2-2>0 \\ x>0 \\ x^2-2>x \end{cases}$ 解得 $x>2$，于是 $\overline{B}=\{x|x\leqslant 2\}$，所以 $A\cap\overline{B}=\{-1\}$.

13. 已知集合 $M=\{y|y=x-1,x\geqslant 0\}$，$N=\{y|y=\log_{\frac{1}{2}}x,\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant 1\}$，则

A. $M\cap N=\varnothing$　　B. $M\cap N=M$　　C. $M\cup N=R$　　D. $N\subset M$

➡答案与题解　D. $\because M=\{y|y=x-1,x\geqslant 0\}=\{y|y\geqslant -1\}$，$N=\{y|y=\log_{\frac{1}{2}}x,\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant 1\}=\{y|0\leqslant y\leqslant 1\}$，淘汰 A，B，C，故选 D.

14. 若集合 $M=\{y=|y=2^x,x\in R\}$，$N=\{y|y=x^2,x\in R\}$，则 ( )

A. $M\cap N=\{2,4\}$　　B. $M\cap N=\{4,16\}$

C. $M\supseteq N$　　D. $N\supseteq M$

➡**答案与题解**　D. $M=\{y=|y=2^x,x\in R\}=\{y|y>0\},N=\{y|y=x^2,x\in R\}=\{y|y\geqslant 0\}$，淘汰 A、B、C，故选 D

15. 集合 $M=\{(x,y)|x+y=1\}$，对 M 中的任何一个元素 (x,y)，在法则 f 的作用下与 $(2^x,2^y)$ 对应，则在 f 作用下，M 中元素象的集合是　(　　)

A. $\{(x,y)|x+y=2,x>0,y>0\}$　　B. $\{(x,y)|xy=1,x>0,y>0\}$

C. $\{(x,y)|xy=2,x<0,y<0\}$　　D. $\{(x,y)|xy=2,x>0,y>0\}$

➡**答案与题解**　D. 设 M 中的元素 (x,y) 在 f 作用下的象是 (a,b)，则 $a=2^x,b=2^y$，所以 $a\cdot b=2^x\cdot 2^y=2^{x+y}=2$，又 $a=2^x>0,b=2^y>0$，因此 M 中任何一个元素 (x,y) 的象的集合是 $\{(a,b)|ab=2,a>0,b>0\}$，即 $\{(x,y)|xy=2,x>0,y>0\}$.

16. 集合 $A=\{x|x\neq 0,x\in R\}\cup\{y|y\neq 3,y\in R\}$，集合 $B=\{x|x<0$ 或 $0<x<3$ 或 $x>3,x\in R\}$，则 A、B 间的关系是　(　　)

A. $A=B$　　B. $A\subset B$　　C. $A\supset B$　　D. 无法判定

➡**答案与题解**　C. $A=\{x|x\neq 0,x\in R\}\cup\{y|y\neq 3,y\in R\}=R$，而 $B=\{x|x<0$ 或 $0<x<3$ 或 $x>3,x\in R\}$，即 $B=\{x|x\neq 0,x\neq 3\}$ $\therefore B\subset A$.

17. 设 S、T 是两个非空集合，且 $S\not\subseteq T$，$T\not\subseteq S$，令 $X=S\cap T$，那么 $S\cup X$ 等于

(　　)

A. X　　B. T　　C. S　　D. $\varnothing$

➡**答案与题解**　C. 因为 $X=S\cap T$，所以 $X\subseteq S$　$S\cup X=S$.

18. 若记非空集合 $M-N$ 为 $M-N=\{x|x\in M$ 且 $x\notin N\}$ 则 $M-(M-N)$ 总等于

(　　)

A. N　　B. M　　C. $M\cap N$　　D. $M\cup N$

➡**答案与题解**　C. $M-N=\{x|x\in M$ 且 $x\notin N\}$　$M-(M-N)=\{x|x\in M$ 且 $x\notin(M-N)\}$，$M-N=M\cap\overline{N}$　$\therefore M-(M-N)=M\cap N$.

19. 设两个集合 $M=\{x|x=4k,k\in Z\}$，$P=\{x|x=12m+8n,m、n\in Z\}$，那么下列关系中正确的是　(　　)

A. $M\subset P$　　B. $M\supset P$　　C. $M=P$　　D. $M\cap P=\varnothing$

➡**答案与题解**　$P=\{x|x=km+8n,m、n\in Z\}$，即 $p=\{x|x=4(3m+2n),m、n\in Z\}$ m、n 的值可变，使之总有 $(3m+2n=k)$，$\therefore$ 选 C

20. 设 $P\cup Q=\{a,b\}$，求 P、Q，此题解答共有　(　　)

A. 9 组　　B. 8 组　　C. 7 组　　D. 5 组

➡**答案与题解**　A. 共有 $P=\varnothing,Q=\{a,b\}$、$P=\{a,b\},Q=\varnothing$、$P=\{a\},Q=\{b\}$、$P=\{a\},Q=\{a,b\}$、$P=\{b\},Q=\{a\}$，$P=\{b\},Q=\{a,b\}$、$P=\{a,b\},Q=\{a\}$、$P=\{a,b\},Q=\{b\}$、$P=\{a,b\},Q=\{a,b\}$ 九组.

21. 如果全集 $I=\{1,2,3,4,5,6\}$ 且 $A\cap\overline{B}=\{1,2\}$，$\overline{A}\cap\overline{B}=\{4,5\}$，$A\cap B=\{6\}$，则 A 等于 ( )

A. $\{1,2\}$　　B. $\{1,2,6\}$

C. $\{1,2,3\}$　　D. $\{1,2,4\}$

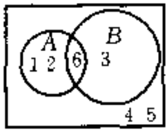

图 1－1

➡答案与题解 B. 画出文氏图填空即可求出 $A=\{1,2,6\}$.

22. 已知集合 $A=\{x|x^2-1=0\}$，$B=\{x|ax-1=0,a\in R\}$，如 $A\cup B=A$，则 a 的值为 ( )

A. 0　　B. 1　　C. -1　　D. $0,-1,1$

➡答案与题解 D. $A=\{-1,1\}$，因为 $A\cup B=A$　∴B 可为 $\varnothing$，$\{-1\}$，$\{1\}$三种情况，当 $a=0$ 时 $B=\varnothing$；当 $a=1$ 时 $B=\{1\}$；当 $a=-1$ 时 $B=\{-1\}$. 所以 a 的值为 $0,-1,1$.

23. 已知集合 $M=\{m|m\in N$ 且 $8-m\in N\}$，则集合 M 的元素的个数为 ( )

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

➡答案与题解 C. 满足 $m\in N$，$8-m\in N$ 的 m 值可取 1、2、3、4、5、6、7，所以 M 中有 7 个元素.

24. 设全集 I 为自然数集 N，$E=\{2n|n\in N\}$，$F=\{4n|n\in N\}$，那么 N 可表示成 ( )

A. $E\cap F$　　B. $\overline{E}\cup F$　　C. $E\cup\overline{F}$　　D. $\overline{E}\cup\overline{F}$

➡答案与题解 C. $E=\{2n|n\in N\}=\{$偶数$\}$，$F=\{4n|n\in N\}=\{4$ 的倍数$\}$，$F\subset E$，所以 $E\cup\overline{F}=I=N$.

25. 设集合 $A=\{x|x=a^2+1,a\in N\}$，$B=\{y|y=b^2-4b-5,b\in N\}$，则下述关系中正确的是 ( )

A. $A=B$　　B. $A\supset B$　　C. $A\subset B$　　D. $A\cap B=\varnothing$

➡答案与题解 C. 设 $x\in A$，$x=a^2+1$，$y=b^2-4b+5=(b-2)^2+1$　∴$x\in B$，但 $y=1$ 时 $y\in B$　$y\notin A$，∴$A\subset B$.

26. 50 名学生做物理、化学两种实验，已知物理实验做得正确的有 40 人，化学实验做得正确的有 31 人，两种实验都做错的有 4 人，那么两种实验都做对的人数是 ( )

A. 21　　B. 23　　C. 24　　D. 25

➡答案与题解 D. 设两种实验都做对的有 x 人，则 $40+31-x+4=50$，$x=25$.

27. 集合 $A=\{a^2,a+1,-3\}$，$B=\{a-3,2a-1,a^2+1\}$，若 $A\cap B=\{-3\}$ 则 a 的值是 ( )

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. $-1,0$

➡答案与题解 D. 当集合 B 中 $a-3=-3$ 时，$a=0$，则集合 $A=\{0,1,-3\}$，$B=\{-3,-1,1\}$，则 $A\cap B=\{1,-3\}$，而当集合 B 中 $2a-1=-3$ 时，$a=-1$ 则 $A=\{1,0,-3\}$，$B=\{-4,-3,2\}$，知 $A\cap B=\{-3\}$，∴$a=-1$.

28. 同时满足(1)$m\subseteq\{1,2,3,4,5\}$,(2)若 $a\in m$ 则 $6-a\in m$ 的非空集合 m 有 ( )

A. 16 个　　B. 15 个

C. 7 个　　D. 6 个

➡**答案与题解**　C. 由于 $a\in m$,则 $6-a\in m$ 知,1 和 5,2 和 4 必同时属于 m,故将 5 个数分三部分{1,5},{2,4},{3},$C_3^1+C_3^2+C_3^3=2^3-1=7$.

29. 已知集合 $M=\{(x,y)|y=\sqrt{9-x^2}\}$,$N=\{(x,y)|y=x+b\}$,且 $M\cap N=\varnothing$,则 b 应满足的条件是 ( )

A. $|b|\geqslant 3\sqrt{2}$　　B. $0<b<\sqrt{2}$

C. $-3\leqslant b\leqslant 3\sqrt{2}$　　D. $b>3\sqrt{2}$ 或 $b<-3$

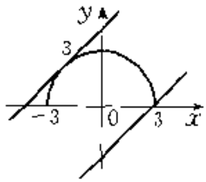

图 1—2

➡**答案与题解**　D. 由 $y=\sqrt{9-x^2}$ 和 $x^2+y^2=9(y\geqslant 0)$,图象是半圆(如图 1—2),当直线 $y=x+b$ 与半圆无公共点时,截距 $b>3\sqrt{2}$ 或 $b<-3$.

30. 全集 $I=R$,$C=\{x|x=a+\sqrt{5}b,a,b\in Q\}$,则下列结论中正确的是 ( )

A. $C\subset\overline{Q}$　　B. $\overline{Q}\subset C$

C. $C\subset Q$　　D. $Q\subset C$

➡**答案与题解**　D. 当 $b=0$ 时,$C=\{a|a\in Q\}=Q$,所以 $Q\subset C$.

31. 设集合 $A=\{x|0<x\leqslant 2\}$,$B=\{M|M\subseteq A\}$,则 A、B 之间的关系是 ( )

A. $A\in B$　　B. $A\subset B$　　C. $B\in A$　　D. $B\subseteq A$

➡**答案与题解**　D. B 中的元素是 A 的子集,∵$A\subseteq A$,∴A 是 B 中的元素,A、B 又均是集合 ∴$B\subseteq A$ 选 D.

32. 下列各组的两个命题中,等价的是 ( )

A. $a\in A$ 与 $a\in(A\cup B)$　　B. $A\subseteq B$ 与 $A\cup B=B$

C. $a\in B$ 与 $a\in(A\cap B)$　　D. $a\in(A\cap B)$ 与 $a\in(A\cup B)$

➡**答案与题解**　B. 若 $A\subseteq B$,则 $A\cup B=B$,反之 $A\cup B=B$,$A\subseteq B$　∴$A\subseteq B$ 与 $(A\cup B)=B$ 等价.

33. 若集合 $P=\{x|x=3m+1,m\in N\}$,$Q=\{y|y=5n+2,n\in N\}$,则 $P\cap Q$ 为 ( )

A. $\{z|z=15k-7,k\in N\}$　　B. $\{z|z=15k-8,k\in N\}$

C. $\{z|z=15K+8,k\in N\}$　　D. $\{z|z=15k+7,k\in N\}$

➡**答案与题解**　B. 由题意可知 $P\cap Q$ 的元素必须满足 $3m+1=5n+2$,即 $3m=5n+1$,所以 $5n+1$ 是 3 的倍数,而 n 可设为 $3k-2,3k-1$　$(k\in N)$　当 $n=3k-2$　$(k\in N)$ 时 $5n+1=5(3k-2)+1=15k-9$,$5n+2=15k-8$　$(k\in N)$ 所以 $z=15k-8$　$(k\in N)$.

34. 设集合 $A=\{(x,y)|2x+y=1,x,y\in R\}$，$B=\{(x,y)|a^2x+2y=a,x,y\in R\}$，若 $A\cap B=\varnothing$，则 a 的值为（　　）

A. 2　　B. 4　　C. 2 或 -2　　D. -2

➡答案与题解　D. 要 $A\cap B=\varnothing$，即方程组 $\begin{cases}2x+y=1\\a^2x+2y=a\end{cases}$ 无解. 所以有 $\frac{a^2}{2}=\frac{2}{1}\neq\frac{a}{1}$ 即可，

$a^2=4$　$\therefore a=\pm2$　当 $a=2$ 时 $\frac{a^2}{2}=\frac{2}{1}=\frac{a}{1}$　$\therefore a=2$（舍去）　$\therefore a=-2$.

35. 设 $A=\{(x,y)|\frac{y}{1-x^2}=1\}$，$B=\{(x,y)|y=1-x^2\}$，$C=\{(x,y)|(x,y)\in B$ 且 $(x,y)\notin A\}$，其中 $x,y\in R$，则 $B\cap C$ 是（　　）.

A. $\varnothing$　　B. $\{1,-1\}$　　C. $\{(1,0),(-1,0)\}$　　D. B

➡答案与题解　C. $A=\{x,y|y=1-x^2,x\neq\pm1\}$，$C=\{(x,y)|(x,y)\in B$ 且 $(x,y)\notin A\}=\{(1,0),(-1,0)\}$，$\therefore B\cap C=\{(1,0),(-1,0)\}$.

36. 设集合 $M=\{x|x=3m+1,m\in Z\}$，$N=\{y|y=3n+2,n\in Z\}$，若 $x_0\in M$，$y_0\in N$，则 x_0y_0 与集合 M、N 的关系是（　　）

A. $x_0y_0\in M$　　B. $x_0y_0\in N$　　C. $x_0y_0\notin M$　　D. $x_0y_0\notin N$

➡答案与题解　B. 设 $x_0=3m_0+1,m_0\in Z,y_0=3n_0+2,n_0\in Z$

$x_0y_0=(3m_0+1)(3n_0+2)=9m_0n_0+3n_0+6m_0+2=3(3m_0n_0+n_0+2m_0)+2$　$\because 3m_0n_0+n_0+2m_0\in Z$，$\therefore x_0y_0\in N$.

37. 集合 $A=\{(x,y)|y=a|x|\}$，$B=\{(x,y)|y=x+a\}$，$C=A\cap B$，且集合 C 为单元素集合，则实数 a 的取值范围为（　　）.

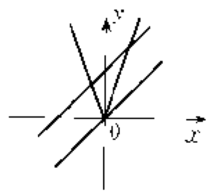

图 1-3

A. $|a|\leqslant1$

B. $|a|>1$ 或 $0<|a|<1$

C. $a>1$

D. $a>1$ 或 $a<0$

➡答案与题解　A. (1)当 $a=0$ 时，$A=\{(x,y)|y=0\}$，$B=\{(x,y)|y=x\}$，则 $C=\{(0,0)\}$，(2)当 $a\neq0$ 时，$y=a|x|$ 与 $y=x+a$ 只有一个交点，即 $a|x|=x+a$ 只有一个解，$|x|=\frac{1}{a}x+1$ 有一个解，画出方程两边的函数图象，如图 1-3. 只有当 $\frac{1}{a}\geqslant1$ 或 $\frac{1}{a}\leqslant-1$ 时，才有一个交点，即 $0<a<1$ 或 $-1<a<0$，综上 a 的取值范围为 $|a|\leqslant1$.

38. 对于任意 $x\in R,y\in R$，则 $\frac{x}{|x|}+\frac{y}{|y|}+\frac{xy}{|xy|}$ 组成的集合所含元素的个数是（　　）.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

➡**答案与题解** B. 当 $x>0,y>0$ 时，$\frac{x}{|x|}+\frac{y}{|y|}+\frac{xy}{|xy|}=3$，当 $x<0,y<0$ 时，$\frac{x}{|x|}+\frac{y}{|y|}+\frac{xy}{|xy|}=-1$，当 $xy<0$ 时，$\frac{x}{|x|}+\frac{y}{|y|}+\frac{xy}{|xy|}=-1$.

39. 集合 P 中有 8 个元素，集合 Q 中也有 8 个元素，全集 I 有 18 个元素，$P\cap Q\neq\varnothing$，$\overline{P\cup Q}$ 有 x 个元素，那么 x 的取值范围为 ( )

A. $2\leqslant x\leqslant 10(x\in N)$　　B. $3\leqslant x\leqslant 10(x\in N)$

C. $10\leqslant x\leqslant 12(x\in N)$　　D. $10\leqslant x\leqslant 16(x\in N)$

➡**答案与题解** B. 设 $P\cap Q$ 的元素个数为 y，则 $1\leqslant y\leqslant 8$　$y\in N$，当 $y=1$ 时，$P\cup Q$ 元素个数为 $8+8-1=15$，故 $x=18-15=3$，当 $y=8$ 时，$P\cup Q$ 元素为 8 个，$\therefore x=18-8=10$ 个，$\therefore 3\leqslant x\leqslant 10$.

二、填空题

1. 设集合 $A=\{1,a,b\}$，$B=\{a,a^2,ab\}$，且 $A=B$，则实数 a ______，b ______.

➡**答案与题解** $a=-1,b=0$

由 $A=B$，可得 $\begin{cases}1\cdot a\cdot b=a\cdot a^2\cdot ab\\1+a+b=a+a^2+ab\end{cases}$ 即 $\begin{cases}ab(a^3-1)=0 & ①\\(a-1)(a+b+1)=0 & ②\end{cases}$

因为集合中的元素互异，所以 $a\neq 0,a\neq 1$，于是由①得 $b=0$，再从②得 $a=-1$，$\therefore a=-1$，$b=0$.

2. 设 $M=\{(x,y)\mid mx+ny=4\}$ 且 $\{(2,1),(-2,5)\}\subseteq M$，则 $m=$ ______，$n=$ ______.

➡**答案与题解** $m=\frac{4}{3}$，$n=\frac{4}{3}$

$\{(2,1),(-2,5)\}\subseteq M$，$(2,1)$ 和 $(-2,5)$ 为方程 $mx+ny=4$ 的两组解，将 $x=2,y=1$ 和 $x=-2,y=5$ 代入方程得到方程组 $\begin{cases}2m+n=4\\-2m+5n=4\end{cases}$ 解得 $m=n=\frac{4}{3}$.

3. 已知 $A=\{x\mid x=\frac{n}{2^m},m\in N,n\in N\}$，若 $a\in A,b\in A$，则 $a+b$ ______ A，$a\cdot b$ ______ A.

➡**答案与题解** $\in,\in$

设 $a=\frac{n_1}{2^{m_1}}$，$b=\frac{n_2}{2^{m_2}}$，m_1、m_2、n_1、$n_2\in N$　$(m_2>m_1)$　$a+b=\frac{n_1}{2^{m_1}}+\frac{n_2}{2^{m_2}}=\frac{n_1(2^{m_2-m_1})+n_2}{2^{m_2}}$

$\because m_2>m_1$　$m_2-m_1\in N$，$\therefore n_1(2^{m_2-m_1})+n_2\in N$，$\therefore a+b\in A$，$a\cdot b=\frac{n_1}{2^{m_1}}\cdot\frac{n_2}{2^{m_2}}=\frac{n_1n_2}{2^{m_1+m_2}}$　$\because m_1+m_2\in N$，$n_1n_2\in N$　$\therefore a\cdot b\in A$.

4. 已知集合 $M=\{x\mid x^2-5x-6\leqslant 0,x\in Z\}$，$C=\{质数\}$，$I=Z$，那么 $M\cap\overline{C}=$ ______.

➡**答案与题解**　$\{-1,0,1,4,6\}$

$M=\{-1,0,1,2,3,4,5,6\}$，只能被1和本身整除的正整数叫质数，所以M中不是质数的有$-1,0,1,4,6$，即$M\cap\overline{C}=\{-1,0,1,4,6\}$.

5. 设$A=\{x|x^2-px+15=0\}$，$B=\{x|x^2+qx+r=0\}$，若$A\cap B=\{3\}$，$A\cup B=\{2,3,5\}$，则$p=$________，$q=$________，$r=$________.

➡**答案与题解**　$p=8,q=-5,r=6$

$A\cap B=\{3\}$　$3\in A$　将$x=3$代入$x^2-px+15=0$，得$p=8$，$x=3$代入$x^2+qx+r=0$，得$3q+r=-9$　(1)由$A\cup B=\{2,3,5\}$知$5\in A$　$\therefore 2\in B$，将$x=2$代入$x^2+qx+r=0$，得$2q+r=-4$　(2)　由(1)(2)解得$q=-5,r=6$.

6. 设$A=\{x|f(x)=0\}$，$B=\{x|g(x)=0\}$，$C=\{x|h(x)=0\}$，则方程组$\begin{cases}f(x)=0\\g(x)h(x)=0\end{cases}$的解集是________.

➡**答案与题解**　$A\cap(B\cup C)$

$\because g(x)h(x)=0$的解集为$g(x)=0$或$h(x)=0$的解集，即　$B\cup C$　$\therefore$方程组$\begin{cases}f(x)=0\\g(x)h(x)=0\end{cases}$的解集为$A\cap(B\cup C)$.

7. 设$A=\{x|4x+p<0\}$，$B=\{x|x<-1$或$x>2\}$，若使$A\subseteq B$，则P的取值范围是________.

➡**答案与题解**　$p\geqslant 4$

$A=\{x|4x+p<0\}=\{x|x<-\frac{p}{4}\}$，要使$A\subseteq B$，必须$-\frac{p}{4}\leqslant-1$，即$p\geqslant 4$.

8. 已知集合$M=\{m|\frac{m-4}{2}\in Z\}$，$N=\{n|\frac{n+3}{2}\in Z\}$，那么$M\cap N=$________.

➡**答案与题解**　$\varnothing$

要使$\frac{m-4}{2}\in Z$，m必为偶数，所以$M=\{$偶数$\}$，要使$\frac{n+3}{2}\in Z$，n必为奇数，所以$N=\{$奇数$\}$故$M\cap N=\varnothing$.

9. 设$A=\{x|x^2-x-6<0\}$，$B=\{x|x>a\}$，$A\cap B=\varnothing$，则$a\in$________.

➡**答案与题解**　$\{a|a\geqslant 3\}$

$A=\{x|-2<x<3\}$，要$A\cap B=\varnothing$，必须$a\geqslant 3$.

10. 已知$A=\{x|x<60,\frac{x}{12}\in N\}$，则$A$共有________个子集.

➡**答案与题解**　16.　$A=\{x|x<60,\frac{x}{12}\in N\}=\{12,24,36,48\}$　A的子集共有$2^4=16$个，(n个元素的集合共有子集2^n个，其中含有$\varnothing$).

11. 若$(\{1\}\cup M)\subseteq\{1,2,3\}$则集合$M$的个数为________.