

面向 **21** 世纪

高等学校信息工程类专业系列教材

信号与系统

Signal and System

张小虹 编著

胡建萍 主审



西安电子科技大学出版社

<http://www.xduph.com>

面向 21 世纪高等学校信息工程类专业系列教材

信号与系统

Signal and System

张小虹 编著

胡建萍 主审

西安电子科技大学出版社

2004

内 容 简 介

本书以三大变换(拉普拉斯变换、傅里叶变换和 Z 变换)为主线,描述了信号与系统的基本理论和分析方法。同时将经典理论与现代计算技术相结合,提高了授课效率,以期增强和加快读者对本课程知识点的理解与掌握。

本书概念清楚、系统性强、特色鲜明,符合当前强调素质教育的教学改革要求。全书叙述流畅、深入浅出,使用方便,利于自学。

本书可作为高校通信、自动控制、电子信息类专业本科或大专教材,对相关专业的工程技术人员也是一本有益的自学教材和参考用书。

★ 本书配有电子教案,需要者可与出版社联系,免费索取。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统=Signal and System/张小虹编著.

—西安:西安电子科技大学出版社,2004.1

(面向21世纪高等学校信息工程类专业系列教材)

ISBN 7-5606-1313-6

I. 信… II. 张… III. 信号系统-高等学校-教材 IV. TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第095544号

策 划 马乐惠

责任编辑 杨宗周

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

http://www.xduph.com E-mail: xdupfb@pub.xaonline.com

经 销 新华书店

印刷单位 陕西华沐印刷科技有限责任公司

版 次 2004年1月第1版 2004年1月第1次印刷

开 本 787毫米×1092毫米 1/16 印张 21.5

字 数 506千字

印 数 1~4 000册

定 价 22.00元

ISBN 7-5606-1313-6/TN·0246(课)

XDUP 1584001-1

*** 如有印装问题可调换 ***

本社图书封面为激光防伪覆膜,谨防盗版。

序

第三次全国教育工作会议以来，我国高等教育得到空前规模的发展。经过高校布局和结构的调整，各个学校的新专业均有所增加，招生规模也迅速扩大。为了适应社会对“大专业、宽口径”人才的需求，各学校对专业进行了调整和合并，拓宽专业面，相应地教学计划、大纲也都有了较大的变化。特别是进入 21 世纪以来，信息产业发展迅速，技术更新加快。面对这样的发展形势，原有的计算机、信息工程两个专业的传统教材已很难适应高等教育的需要，作为教学改革的重要组成部分，教材的更新和建设迫在眉睫。为此，西安电子科技大学出版社聘请南京邮电学院、西安邮电学院、重庆邮电学院、吉林大学、杭州电子工业学院、桂林电子工业学院、北京信息工程学院、深圳大学、解放军电子工程学院等 10 余所国内电子信息类专业知名院校长期在教学科研第一线工作的专家教授，组成了高等学校计算机、信息工程类专业系列教材编审专家委员会，并且面向全国进行系列教材编写招标。该委员会依据教育部有关文件及规定对这两大专业的教学计划和课程大纲，目前本科教育的发展变化和相应系列教材应具有的特色和定位以及如何适应各类院校的教学需求等进行了反复研究、充分讨论，并对投标教材进行了认真评审，筛选并确定了高等学校计算机、信息工程类专业系列教材的作者及审稿人，这套教材预计在 2004 年全部出齐。

审定并组织出版这套教材的基本指导思想是力求精品、力求创新、优中选优、以质取胜。教材内容要反映 21 世纪信息科学技术的发展，体现专业课内容更新快的要求；编写上要具有一定的弹性和可调性，以适合多数学校使用。体系上要有所创新，突出工程技术型人才培养的特点，面向国民经济对工程技术人才的需求，强调培养学生较系统地掌握本学科专业必需的基础知识和基本理论，有较强的本专业的基本技能、方法和相关知识，培养学生具有从事实际工程的研发能力。在作者的遴选上，强调作者应在教学、科研第一线长期工作，有较高的学术水平和丰富的教材编写经验；教材在体系和篇幅上符合各学校的教学计划要求。

相信这套精心策划、精心编审、精心出版的系列教材会成为精品教材，得到各院校的认可，对于新世纪高等学校教学改革和教材建设起到积极的推动作用。

系列教材编委会

2002 年 8 月

高等学校计算机、信息工程类专业

系列教材编审专家委员会

- 主任：杨震（南京邮电学院副院长、教授）
副主任：张德民（重庆邮电学院通信与信息工程学院院长、教授）
 韩俊刚（西安邮电学院计算机系主任、教授）
 李荣才（西安电子科技大学出版社总编辑、教授）

计算机组

- 组长：韩俊刚（兼）
成员：（按姓氏笔画排列）
 王小民（深圳大学信息工程学院计算机系主任、副教授）
 王小华（杭州电子工业学院计算机分院副院长、副教授）
 孙力娟（南京邮电学院计算机系副主任、副教授）
 李秉智（重庆邮电学院计算机学院院长、教授）
 孟庆昌（北京信息工程学院教授）
 周 娅（桂林电子工业学院计算机系副主任、副教授）
 张长海（吉林大学计算机科学与技术学院副院长、教授）

信息工程组

- 组长：张德民（兼）
成员：（按姓氏笔画排列）
 方 强（西安邮电学院电信系主任、教授）
 王 晖（深圳大学信息工程学院电子工程系主任、副教授）
 胡建萍（杭州电子工业学院电子信息分院副院长、副教授）
 徐 祎（解放军电子工程学院电子技术教研室主任、副教授）
 唐 宁（桂林电子工业学院通信与信息工程系副主任、副教授）
 章坚武（杭州电子工业学院通信工程分院副院长、教授）
 康 健（吉林大学通信工程学院副院长、教授）
 蒋国平（南京邮电学院电子工程系副主任、副教授）

- 总策划：梁家新
策 划：马乐惠 云立实 马武装 马晓娟
电子教案：马武装

前 言

信号与系统的概念及分析方法广泛应用于通信、自动控制、航空航天、电子信息、地震学、生物工程等领域，因此“信号与系统”是许多理工院校相关专业的重要专业基础课。

“信号与系统”的主要内容是传统经典的，现有的信号与系统教材注重教材的严谨、完美，且加有不少相关专业的内容。在实际教学过程中，尤其在授课时数有限的情况下，很难按照教材完全实施而达到预期的目的。编者根据多年的教学实践认为，在课时偏少的情况下，编写一本符合通信、控制、电子信息等专业教学实际要求的通用教材是非常必要的。本书编写的目的是想通过精选课程的基本内容，删繁就简，突出物理概念，使学生尽快掌握本课程的基本概念、基本理论和基本方法。

本书以基本原理和基本方法为主导，以三大变换为主线安排教材内容，并注意与后续专业课的衔接，凡是后续专业课要涉及的部分就不再叙述，突显其在通信、控制、电子信息等专业基础方面的地位与作用。

编者还尝试将具有强大计算功能的 MATLAB 软件引入本课程，将经典理论与现代计算技术相结合。但考虑到传统教学的习惯，为了更加突出基础知识、基本概念，只是通过例题验证的方式，引入 MATLAB 这种现代计算工具，以期帮助读者在应用 MATLAB 方面尽快入门。有条件的读者可通过做练习学会和掌握这个强大的工具，增强和加快对本课程知识点的理解。利用通用计算工具验证复杂结论，节省手工运算的时间，把主要精力用在对课程内容和基本概念的理解与巩固上，体现了时代的特色，符合素质教育的要求，这也是编者的初衷。

编者在编写过程中考虑到接受对象的不同专业，采取了宽口径的处理原则，书中打 * 的部分可作为任选部分。还需深入了解相关专业知识的读者和工程技术人员可以参阅有关专业书籍。

本书概念清楚、系统性强、特色明显，尤其是将现代教学思想与工具的引入，使本书不仅适合作为电子信息类专业本科及大专教材，也可作为自控专业、计算机科学与技术等相关专业的教材。对相关专业的工程技术人员来说，也是一本有益的自学教材和参考用书。

本书在编写过程中得到了山东省科学院计算中心高级工程师张伟蔚，解放军理工大学教授岳振军、副教授陆士元、王丽娟，以及孙镇、许胜华、李宁、郭艳、张为民等同志的鼎力协助。特别是杭州电子工业学院的胡建萍副教授在主审时，提出了许多宝贵的修改意见，在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中难免存在一些错误，恳请广大读者不吝赐教。

编者

2003年10月

目 录

第一章 信号与系统

1.1 信号与系统概述	1	1.6.1 系统的定义	21
1.2 信号及其分类	1	1.6.2 系统的初始状态	22
1.3 典型信号	4	1.6.3 系统的响应	23
1.3.1 常用连续信号	4	1.7 系统的分类	24
1.3.2 阶跃信号与冲激信号	7	1.7.1 动态系统与静态系统	24
1.4 连续信号的运算	13	1.7.2 因果系统与非因果系统	25
1.4.1 时移、折叠、尺度	13	1.7.3 连续时间系统与离散时间系统	25
1.4.2 微分与积分	15	1.7.4 线性系统与非线性系统	26
1.4.3 信号的加(减)、乘(除)	16	1.7.5 时变系统与非时变系统	27
1.5 连续信号的分解	17	1.8 LTI 系统分析方法	28
1.5.1 规则信号的分解	17	1.8.1 LTI 系统模型	28
1.5.2 奇偶信号的分解	19	1.8.2 LTI 系统分析方法	28
1.5.3 任意信号的脉冲分解	20	1.8.3 LTI 系统的微、积分性质	29
1.6 系统及其响应	21	习题	29

第二章 连续时间系统的时域分析

2.1 LTI 系统的数学模型与传输算子	35	2.4.1 单位冲激响应 $h(t)$	48
2.1.1 建立 LTI 系统的数学模型	35	2.4.2 系统的零状态响应 $y_{zs}(t)$	50
2.1.2 系统微分方程求解——经典法	36	2.5 卷积及其性质	51
2.2 LTI 系统的算子符号表示与 传输算子	37	2.5.1 卷积	51
2.2.1 用算子符号表示微分方程	37	2.5.2 任意函数与 $\delta(t)$ 、 $u(t)$ 卷积	52
2.2.2 用算子电路建立系统数学模型	39	2.5.3 卷积的性质	53
2.2.3 传输(转移)算子 $H(p)$	41	2.5.4 卷积的图解法	54
2.3 LTI 因果系统的零输入响应	42	2.5.5 卷积的微分、积分性质	56
2.3.1 零输入响应	42	2.6 LTI 因果系统的全响应及其分解	58
2.3.2 初始条件标准化	45	2.6.1 全响应	58
2.4 LTI 因果系统的零状态响应	48	2.6.2 全响应及其分解	58
		习题	59

第三章 连续时间信号和系统的频域表示与分析

3.1 周期信号的傅里叶级数分析	64	3.1.2 指数形式的傅里叶级数	67
3.1.1 三角形式傅里叶级数	65	3.1.3 周期矩形脉冲频谱	69

3.1.4	周期 T 及脉冲宽度 τ 对 频谱的影响	71	3.7.1	理想低通滤波器及其冲激响应	110
3.1.5	周期信号的频谱特点	72	3.7.2	理想低通滤波器的阶跃响应	111
* 3.2	周期信号的对称性	73	3.7.3	频带宽度	115
3.2.1	信号对称性与傅里叶级数 系数关系	73	3.7.4	物理可实现系统	116
3.2.2	坐标轴的影响	78	3.8	时域采样与恢复(插值)	117
3.3	非周期信号的频谱——傅里叶变换	79	3.8.1	时域采样	118
3.3.1	从傅里叶级数到傅里叶变换	79	3.8.2	采样定理	119
3.3.2	常用函数的傅里叶变换对	81	3.8.3	原信号的恢复	121
3.3.3	傅里叶系数 F_n 与频谱函数 $F(\omega)$ 的关系	86	* 3.9	相关	122
3.4	傅里叶变换性质及定理	87	3.9.1	相关系数	123
3.5	LTI 系统的频域分析	101	3.9.2	相关函数	124
3.5.1	系统的频响函数	101	3.9.3	相关的性质	125
3.5.2	系统的频域分析	104	3.9.4	相关的计算	126
3.6	无失真传输系统	107	3.9.5	相关定理	129
* 3.7	理想低通滤波器与物理可实现系统	109	* 3.10	能量谱和功率谱	130
			3.10.1	能量谱密度	131
			3.10.2	功率谱密度函数	132
			习题		134

第四章 连续时间信号和系统的复频域表示与分析

4.1	拉普拉斯变换	144	4.5.4	零、极点与各响应分量	177
4.1.1	单边拉普拉斯变换	144	4.5.5	零、极点分布与系统频域特性	179
4.1.2	常用函数的单边拉普拉斯变换	146	4.5.6	全通系统与最小相移系统的 零、极点分布	182
4.1.3	双边拉普拉斯变换	148	4.5.7	其他形式的频响特性	183
4.1.4	拉普拉斯变换与傅里叶 变换的关系	150	4.6	连续时间系统的模拟及信号流图	186
4.2	拉普拉斯变换的性质与定理	151	4.6.1	连续时间系统的模拟(仿真)	186
4.3	拉普拉斯反变换	161	4.6.2	系统模拟的直接(卡尔曼)形式	188
4.4	LTI 系统的拉普拉斯变换分析法	165	4.6.3	其他形式的模拟	190
4.4.1	用拉普拉斯变换求解线性 微分方程	165	4.6.4	连续系统的信号流图表示	193
4.4.2	s 域的网络模型 ——运算电路法	169	4.6.5	梅森公式	194
4.5	系统函数与复频域分析法	173	4.7	LTI 连续系统的稳定性	197
4.5.1	系统函数 $H(s)$	173	4.7.1	系统稳定性分类	197
4.5.2	系统函数的零、极点	175	4.7.2	稳定系统与系统函数分母多项式 系数的关系	197
4.5.3	零、极点分布与时域特性	176	4.7.3	罗斯稳定性准则	201
			习题		203

第五章 离散时间系统的时域分析

5.1	离散序列与基本运算	211	5.1.3	序列的运算	215
5.1.1	离散时间信号——序列的描述	211	5.2	LTI 离散时间系统的数学模型及其 求解方法	217
5.1.2	常用典型序列	212			

5.2.1 LTI 离散系统	218	5.4.3 零状态响应	229
5.2.2 LTI 离散系统的数学模型 ——差分方程	219	5.5 离散序列卷积(和)	230
5.2.3 线性差分方程的求解方法	221	5.5.1 卷积的性质	230
5.3 离散时间系统的零输入响应	221	5.5.2 卷积的运算	230
5.3.1 一阶线性时不变离散系统的 零输入响应	222	5.6 离散时间系统的完全响应与 系统特性	232
5.3.2 N 阶线性时不变离散系统的 零输入响应	222	5.6.1 系统完全响应的时域求解方法	232
5.4 离散时间系统的零状态响应	225	5.6.2 用经典法求解完全响应	233
5.4.1 离散系统的转移(传输)算子	225	5.6.3 系统完全响应分解	235
5.4.2 单位脉冲响应 $h(n)$	226	5.6.4 系统特性	236
		习题	237

第六章 z 变换与离散系统的频域分析

6.1 z 变换的定义	244	6.7 系统函数与系统特性	267
6.2 z 变换收敛区及典型序列 z 变换	245	6.7.1 系统函数	267
6.2.1 z 变换的收敛区	245	6.7.2 $H(z)$ 的零、极点分布与 时域特性	269
6.2.2 典型序列的 z 变换	249	6.7.3 系统的因果稳定性	270
6.3 z 变换的性质定理	250	* 6.7.4 $H(z)$ 的零、极点与 系统频响	271
6.4 逆 z 变换	256	6.8 离散系统的模拟与信号流图	275
6.4.1 幂级数展开法	256	6.8.1 IIR 系统的直接(卡尔曼)形式	275
6.4.2 部分分式法	257	6.8.2 IIR 系统的级联形式	277
6.5 离散系统的复频域分析	260	6.8.3 IIR 系统的并联形式	279
6.5.1 利用 z 变换求解差分方程	260	6.8.4 FIR 系统的直接形式 (横截型、卷积型)	280
6.5.2 z 变换与拉普拉斯(傅里叶) 变换的关系	262	6.8.5 FIR 系统的级联形式	281
* 6.6 离散序列的傅里叶变换	264	习题	282
6.6.1 序列傅里叶变换的定义	264		
6.6.2 $X(e^{j\theta})$ 与 $X_a(j\omega)$ 的关系	264		
6.6.3 序列傅里叶变换的性质	266		

* 第七章 状态变量分析法

7.1 连续系统状态方程与 输出方程的建立	287	7.2.2 参数矩阵与系统函数	302
7.1.1 由系统的直接形式信号流图 建立状态方程	287	7.2.3 参数矩阵与系统的特性	304
7.1.2 由系统的级联或并联形式信号流图 建立状态方程	295	7.3 离散系统状态方程与 输出方程的建立	304
7.1.3 由电路建立状态方程	298	7.3.1 由流图建立状态方程与 输出方程	305
7.2 连续时间系统状态方程的 s 域分析法	300	7.3.2 参数矩阵的物理意义	309
7.2.1 由 s 域分析法求解状态方程	300	7.4 离散系统状态方程的 z 域分析法	312
		7.4.1 由 z 域分析法求解状态方程	312
		7.4.2 参数矩阵与系统函数	314

7.4.3 参数矩阵与系统的特性	316	7.5.3 系统函数与系统的 可控、可观性	321
7.5 系统的可控制性与可观测性	317	习题	326
7.5.1 系统的可控性及其判别法	318		
7.5.2 系统的可观性及其判别法	320		
参考文献			333

第一章 信号与系统

1.1 信号与系统概述

现代社会的人们每天都会与各种各样载有信息的信号密切接触,例如,听广播、看电视是接收带有信息的信息;发短信、打电话是为了把带有信息的信息借助一定形式的信号传送出去。信号是各类信息的运载工具,是某种变化的物理量,如电话铃声、交通红绿灯,收音机、电视机、手机收到的电磁波等,并称之为声信号、光信号、电信号。不同的声、光、电信号都包含有一定的意义,这些意义统称为信息,信息中有意义或实质性的内容可用信息量度量。

在自然、物理、社会等诸多领域中,系统的概念与方法被广泛应用。系统泛指由若干相互作用,相互关联的事物组合而成的,具有特定功能的整体。通信、控制系统是信息科学与技术领域的重要组成部分,它们还可以组合成更复杂的系统。

本书所涉及的是研究信号通过系统进行传输、处理的基本理论和基本分析方法,通常可由图 1.1-1 所示的方框图表示。其中 $f(\cdot)$ 是系统的输入(激励), $y(\cdot)$ 是系统的输出(响应), $h(\cdot)$ 是系统特性的一种描述。“ \cdot ”是信号的自变量,可以是连续变量 t ,也可以是离散变量 n 。

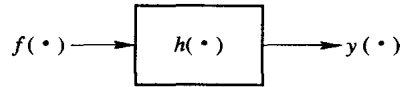


图 1.1-1 信号与系统分析框图

描述信号与系统有时域、频域、复频域三种方法。研究各变量的各种不同描述方法之间的转换关系以及三个变量之间的关系(已知其中两个求解出第三个),是“信号与系统”课程研究的主要问题。

因为存在连续时间与离散时间两类不同的信号的描述,所以有连续与离散两类不同的传输、处理系统。本书采用先连续信号与系统分析,后离散信号与系统分析的顺序编排。

1.2 信号及其分类

人们用来传递信息的信号主要是电信号。电信号有许多众所周知的优点,传播速度快、传播方式多(有线、无线、微波、卫星等)。日常许多非电的物理量如压力、流速、声音、图像等都可以利用转换器变换为电信号进行处理、传输。本书讨论的电信号,一般是指随时间变化的电压或电流,有时也可以是电荷或磁通。

为了对信号进行处理或传输,要对信号的特性进行分析研究。这既可以从信号随时间变化的快、慢、延时来分析信号时间特性,也可以从信号所包含的主要频率分量的振幅大

小、相位的多少来分析信号的频率特性。当然，不同的信号具有不同的时间特性与频率特性。

信号随时间变化的关系，可以用数学上的时间函数来表示，因此有时亦称信号为函数 $f(t)$ ，离散信号为序列 $x(n)$ 。在本书中信号与函数、序列这两个名词通用。信号的函数关系可以用数学表达式、波形图、数据表等表示，其中数学表达式、波形图是最常用的表示形式。

各种信号可以从不同角度进行分类，常用的有以下几种。

1. 确定性信号与随机信号

信号可以用确定的时间函数来表示的，是确定性信号，也称规则信号。如正弦信号、单脉冲信号、直流信号等。

信号不能用确定的时间函数来表示，只知其统计特性，如在某时刻取某值的概率的，则是随机信号。

从常识上讲，确定性信号不包括有用的或新的信息。但确定性信号作为理想化模型，其基本理论与分析方法是研究随机信号的基础，在此基础上根据统计特性可进一步研究随机信号。本书只涉及确定性信号。

2. 周期信号与非周期信号

周期信号是依一定的时间间隔周而复始、无始无终的信号，一般表示为

$$f(t) = f(t + nT) \quad n = 0, \pm 1, \dots \quad (1.2-1)$$

其中 T 为最小重复时间间隔，也称周期。不满足式(1.2-1)这一关系的信号为非周期信号。如果若干周期信号的周期具有公倍数，则它们叠加后仍为周期信号，叠加信号的周期是所有周期的最小公倍数；其频率为周期的倒数。只有两项叠加时， T_1 、 T_2 与 ω_1 、 ω_2 分别是两个周期信号的周期与角频率，叠加后信号的角频率、周期的计算为

$$\omega_0 = \frac{\omega_1}{N_1} = \frac{\omega_2}{N_2}, \quad \frac{T_1}{T_2} = \frac{N_2}{N_1}, \quad T = N_1 T_1 = N_2 T_2 \quad (1.2-2a)$$

当多于两项叠加时类推：

$$\omega_1 = \frac{N_1}{N_0}, \quad \omega_2 = \frac{N_2}{N_0}, \quad \dots, \quad \omega_n = \frac{N_n}{N_0}$$

若 N_1, N_2, \dots, N_n 无公因子，则

$$\omega_0 = \frac{1}{N_0} \quad (1.2-2b)$$

若有公因子 N ，则

$$\omega_0 = \frac{N}{N_0} \quad (1.2-2c)$$

例 1.2-1 判断下列信号是否为周期信号，若是，求出其周期。

(1) $e_1(t) = a \sin 5t + b \cos 8t$;

(2) $e_2(t) = 3 \cos 1.2t - 5 \sin 5.6t$ 。

解 (1) 方法一： $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{5}{8}$ 为有理数，且无公因子，所以，

$$\omega_0 = \frac{5}{8} = \frac{8}{8} = 1, \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi$$

方法二:

$$T_1 = \frac{2\pi}{5}, T_2 = \frac{2\pi}{8}$$

$$5T_1 = 8T_2 = 2\pi = T$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 1$$

(2) 方法一:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{1.2}{5.6} = \frac{3}{14} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$\omega_0 = \frac{1.2}{3} = \frac{5.6}{14} = 0.4, \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 5\pi$$

方法二:

$$T_1 = \frac{2\pi}{1.2}, T_2 = \frac{2\pi}{5.6}, 3T_1 = 14T_2 = 5\pi = T$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2}{5} = 0.4$$

3. 连续时间信号与离散时间信号

按函数的独立变量(自变量)取值的连续与否,可将信号分为连续信号与离散信号。本书默认独立变量(自变量)为时间,实际工程中可为非时间变量。

连续时间信号在所讨论的时间内,对任意时间值(除有限不连续点外)都可以给出确定的函数值。连续时间信号的幅值可以是连续的(也称模拟信号),也可以是离散的(只取某些规定值),如图 1.2-1 所示。

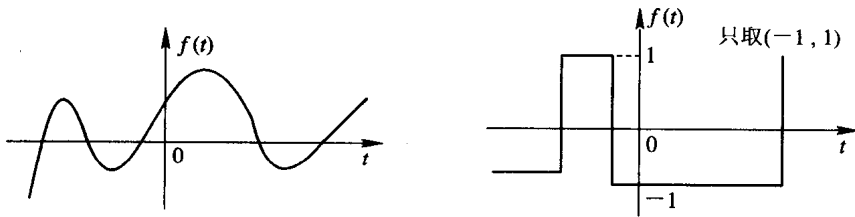


图 1.2-1 连续时间信号

离散信号亦称序列,其自变量 n 是离散的,通常为整数。若是时间信号(可为非时间信号),它只在某些不连续的、规定的瞬时给出确定的函数值,其它时间没有定义,其幅值可以是连续的也可以是离散的,如图 1.2-2 所示。

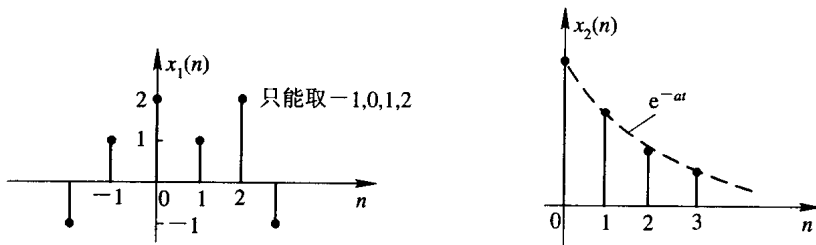


图 1.2-2 离散时间信号

图 1.2-2 中,

$$x_1(n) = \begin{cases} -1 & n = -2, 3 \\ 1 & n = -1, 1 \\ 2 & n = 0, 2 \\ 0 & n \text{ 为其它} \end{cases}, \quad x_2(n) = \begin{cases} e^{-an} & n > 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$$

$x_1(n)$ 还可简写为

$$x_1(n) = [-1 \quad 1 \quad 2 \quad 1 \quad 2 \quad -1]$$

↑

式中小箭头标明 $n=0$ 的位置。

离散信号的幅值被量化, 即只能取某些规定值(并被编码)时, 称为数字信号, 例如图 1.2-2 中的 $x_1(n)$ 。本书如不特别说明, 一般离散信号与数字信号通用。

4. 能量信号与功率信号

为了了解信号能量或功率特性, 常常研究信号 $f(t)$ (电压或电流) 在单位电阻上消耗的能量或功率。

在 $(-T/2 \sim T/2)$ 区间信号的平均功率 P 为

$$P = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f^2(t) dt \quad (1.2-3)$$

在 $(-\infty, \infty)$ 区间信号的能量 E 为

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt < \infty \quad (1.2-4)$$

如果信号 $f(t)$ 的能量有界, 即 $0 < E < \infty$, 而平均功率 $P=0$, 则它就是能量信号, 例如单脉冲信号。如果信号 $f(t)$ 的平均功率有界, 即 $0 < P < \infty$, 而能量 E 趋于无穷大, 那么它就是功率信号, 例如周期正弦信号。如果有信号能量 E 趋于无穷大, 且功率 P 趋于无穷大, 就是非能量非功率信号, 例如 e^{-at} 信号。也就是说, 按能量信号与功率信号分类并不能包括所有信号。

5. 因果信号与非因果信号

按信号所存在的时间范围, 可以把信号分为因果信号与非因果信号。当 $t < 0$ 时, 连续信号 $f(t)=0$, 信号 $f(t)$ 是因果信号, 反之为非因果信号; 当 $n < 0$ 时, 离散信号 $x(n)=0$, 则信号 $x(n)$ 是因果信号, 反之为非因果信号。

1.3 典型信号

1.3.1 常用连续信号

1. 实指数信号

实指数信号如图 1.3-1 所示, 其函数表达式为

$$f(t) = ke^{at} \quad (1.3-1)$$

式中, $a > 0$ 时, $f(t)$ 随时间增长; $a < 0$ 时, $f(t)$ 随时间衰减; $a=0$ 时, $f(t)$ 不变。常数 k 表

示 $t=0$ 时的初始值； $|a|$ 的大小反映信号随时间增、减的速率。

通常还定义时间常数 $\tau=1/|a|$ ， τ 越小，指数函数增长或衰减的速率越快，如图 1.3-1 所示。实际上遇到的多是如图 1.3-2 所示的单边指数信号，其表示式为

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ Ee^{-\frac{t}{\tau}} & t > 0 \end{cases} \quad (1.3-2)$$

特别地，在 $f(0)=E$ 时，

$$f(t)|_{t=\tau} = f(\tau) = \frac{E}{e} = 0.368E$$

即经过时间 τ 后，信号衰减为初始值的 36.8%。

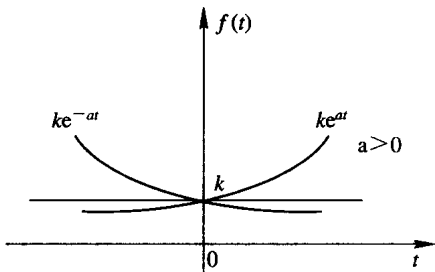


图 1.3-1 实指数信号

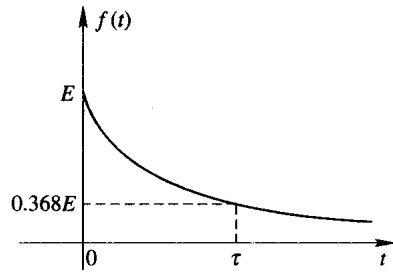


图 1.3-2 单边指数信号

2. 正弦信号

正弦信号也包括余弦信号，因为两者只在相位上相差 $\frac{\pi}{2}$ ，一般正弦信号表示为

$$f(t) = k \sin(\omega t + \theta) \quad (1.3-3)$$

其中， k 是振幅、 ω 是角频率、 θ 是初相。周期 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$ 。

正弦信号如图 1.3-3 所示。

实际工作中通常遇到的是衰减正弦信号，即包络按指数规律变化的振荡信号，如图 1.3-4 所示。

$$f(t) = \begin{cases} ke^{-at} \sin \omega t & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (1.3-4)$$

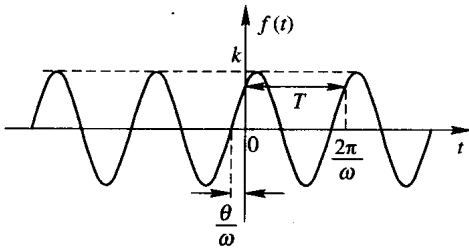


图 1.3-3 正弦信号

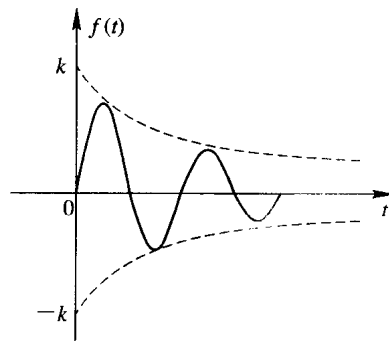


图 1.3-4 单边衰减振荡信号

3. 复指数信号

$$f(t) = ke^{st} \quad (1.3-5)$$

其中, $s = \sigma + j\omega$ 为复数, σ 为实部系数, ω 为虚部系数。

借用欧拉公式:

$$ke^{st} = ke^{(\sigma + j\omega)t} = ke^{\sigma t} e^{j\omega t} = ke^{\sigma t} \cos\omega t + jke^{\sigma t} \sin\omega t \quad (1.3-6)$$

复指数信号可分解为实部与虚部。实部为振幅随时间变化的余弦函数, 虚部为振幅随时间变化的正弦函数。可分别用波形画出实部、虚部变化的情况。 σ 表示了正、余弦信号振幅随时间变化的情况; ω 是正、余弦信号的角频率。特别地, 当 $\sigma > 0$ 时, 正、余弦信号是增幅振荡; 当 $\sigma < 0$ 时, 正、余弦信号是减幅振荡; 当 $\sigma = 0$ 时, 正、余弦信号是等幅振荡。当 $\omega = 0$ 时, $f(t)$ 为一般指数信号; 当 $\sigma = 0, \omega = 0$ 时, $f(t)$ 为直流信号。虽然实际上没有复指数信号, 但它概括了多种情况, 因此也是一种重要的基本信号。

还可以借用欧拉公式将正、余弦信号表示为复指数形式, 即

$$\sin\omega t = \frac{1}{j2}(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) \quad (1.3-7)$$

$$\cos\omega t = \frac{1}{2}(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) \quad (1.3-8)$$

4. Sa(t) 信号(抽样信号)

Sa(t) 信号定义为

$$f(t) = \text{Sa}(t) = \frac{\sin t}{t} \quad (1.3-9)$$

不难证明, Sa(t) 信号是偶函数, 当 $t \rightarrow \pm\infty$ 时, 振幅衰减, 且 $f(\pm n\pi) = 0$, 其中 n 为整数。Sa(t) 信号还有以下性质

$$\int_0^{\infty} \text{Sa}(t) dt = \frac{\pi}{2} \quad (1.3-10)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \text{Sa}(t) dt = \pi \quad (1.3-11)$$

Sa(t) 信号如图 1.3-5 所示。

实际遇到的多为 Sa(at) 信号, 表达式为

$$\text{Sa}(at) = \frac{\sin at}{at} \quad (1.3-12)$$

Sa(at) 波形如图 1.3-6 所示。

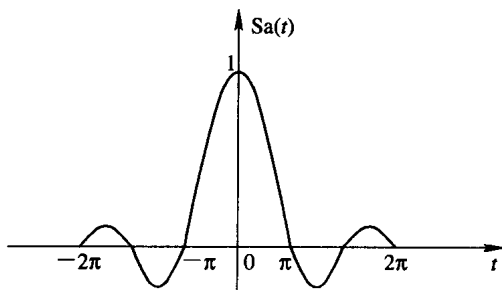


图 1.3-5 Sa(t) 信号

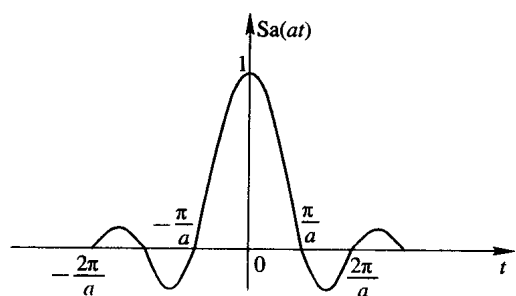


图 1.3-6 Sa(at) 信号

常常会遇到一些函数或其导数、积分有间断(跳变)点, 这样的函数也称为奇异函数(信号)。下面介绍的阶跃信号与冲激信号是典型的奇异函数。

1.3.2 阶跃信号与冲激信号

1. 单位阶跃信号 $u(t)$

定义

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases} \quad (1.3-13)$$

单位阶跃信号 $u(t)$ 如图 1.3-7 所示。利用单位阶跃信号 $u(t)$ 可以很方便地用数学函数来描述信号的接入(开关)特性或因果(单边)特性。

$$f(t)u(t) = \begin{cases} f(t) & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (1.3-14)$$

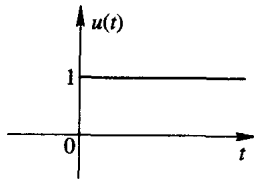


图 1.3-7 单位阶跃信号 $u(t)$

例 1.3-1 用阶跃信号表示如图 1.3-8 所示的单边正弦信号。

解

$$\begin{aligned} f_1(t) &= \sin \omega t \cdot u(t) \\ &= \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \sin \omega t & t > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

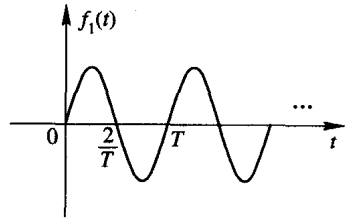


图 1.3-8 单边正弦信号

2. 单位冲激函数 $\delta(t)$

我们可以在用理想元件组成的电路中引入冲激的概念。如图 1.3-9 所示电路, 当 $t=0$ 时, 开关 K 由 $a \rightarrow b$, 电容器上的电压的波形如图 1.3-10 所示, 即 $v_C(t) = Eu(t)$ 。

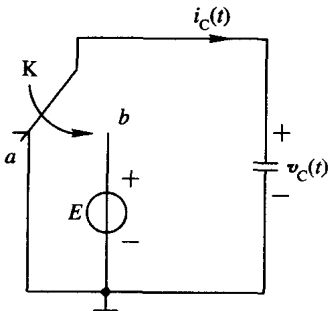


图 1.3-9 理想电路

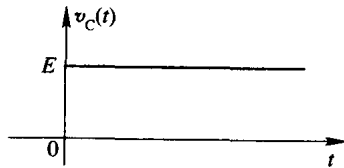


图 1.3-10 $v_C(t)$