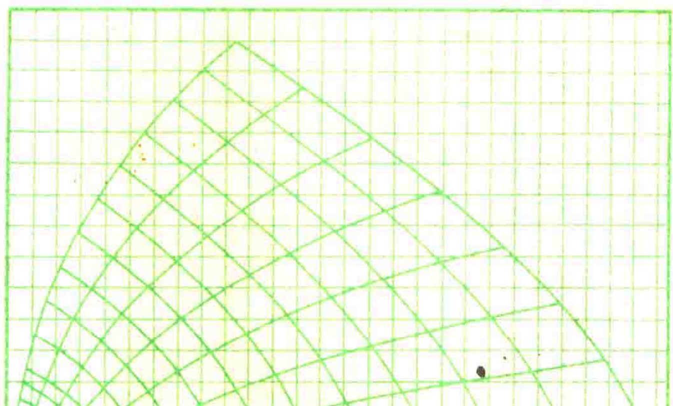
轨道电路计算法



人 民 交 通 出 版 社

轨道电路计算法

河边一 著

梁绍明 译

人民交通出版社

1974年·北京

内 容 简 介

本书是从事轨道电路计算工作者一本实用书。书中介绍了双曲线函数、轨间电压及钢轨电流、轨道电路参数测试、最大分路电阻、直流轨道电路和千周轨道电路的计算方法。同时列举了具体数值的计算例题及其证明。书末附有轨道电路计算各种图表。

本书可供从事轨道电路维护、设计、科研等工程技术人员及院校师生参考。

轨 道 电 路 计 算 法

河边一 著　梁绍明 译

人民交通出版社出版

(北京市安定门外和平里)

北京市书刊出版业营业许可证出字第 006 号

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

人民交通出版社印刷一厂印

开本：850×1168 $\frac{1}{32}$ 印张:3.5 插页:26字数：87千

1 9 7 4 年11月　第 1 版

1 9 7 4 年11月　第 1 版第 1 次印刷

印数：0001—6,200册 定价(科三)：0.85元

毛主席语录

洋为中用。

一切外国的东西，如同我们对于食物一样，必须经过自己的口腔咀嚼和胃肠运动，送进唾液胃液肠液，把它分解为精华和糟粕两部分，然后排泄其糟粕，吸收其精华，才能对我们的身体有益，决不能生吞活剥地毫无批判地吸收。

出版者的话

遵照伟大领袖毛主席关于“**洋为中用**”的教导，结合当前生产、设计、科研的需要，我们翻译出版了“轨道电路计算法”这本书，供有关方面的同志参考。

轨道电路计算是从事轨道电路维护、设计、科研等工程技术人员必须掌握的课题。本书就是解决上述需要的一本专著。內容包括轨道电路的计算方法，考虑到实际工作的需要列出各种计算图表，以简化读者许多烦琐的计算工作，同时为使读者便于理解，各计算方法都列举了一个以上的具体的计算例题和证明。

遵照毛主席关于“**一切外国的东西，……决不能生吞活剥地毫无批判地吸收**”的教导，翻译时对原书中个别不妥之处做了改正。当然我们今后在实践中会总结出关于我国的轨道电路参数及计算方法。因此希望读者应以辩证的观点来参阅本书。

序

关于轨道电路的书籍，目前只有少数的二、三本，其它适宜读物尚未见到。因此，各方面都希望有这种书籍出版，作者也深感很有必要。本书为满足读者的一部分希望，首先提出轨道电路的计算方法加以叙述。

轨道电路的计算方法是从事轨道电路研究、设计、维护等工作人员首先必须解决的关键。可是有关双曲线函数的计算，特别是在交流轨道电路时还要作复数运算，问题比较复杂。作者每当着手轨道电路的研究工作时，最感到困难的就是烦琐的计算工作。为了简化这一工作，以提高工作效率，作者曾考虑了各种计算方法并作出了各种图表。

本书将作者的这些方法和过去既有的方法加以综合整理，以计算方法及图表的使用方法做为重点介绍，并对各计算方法至少举出了一个以上有具体数值的计算例题。因此，读者可根据计算方法的说明和例题，将各方法应用于实际。而且并不需要较难的数学知识。

考虑到有些读者会想知道各计算方法的证明，因此书中也附有这部分内容。如果读者认为读其证明麻烦，则越过这些部分去读，也无关紧要。

本书所提出的计算方法，大部分是图表计算法。为了便于实用，书中特附上许多图表。为提高计算的精确度，尽可能用较大的和细格的图表。

本书所提出的计算方法，虽然不能说已满足需要，但有关计算轨道电路所必需的方法都已一一作了介绍。如果读者依此能多少从烦琐的计算中得到解脱，能使工作效率得到提高，则作者感到莫大欣慰。

另外本书中必有很多缺点，有待在今后进一步研究改正，希望读者给予协助。

1958年5月

作 者

目　录

第一章　双曲线函数的计算法

第二章　轨间电压及钢轨电流的计算法

第三章　轨道电路参数测试时的计算法

第四章 最大分路电阻的计算法

第五章 直流轨道电路的计算法

第六章 千周轨道电路的计算法

附图（32图，26张）

第一章　双曲线函数的计算法

§1·1　双曲线函数的计算公式

由轨道电路送电端与受电端之间平行设置的两轨条所构成的电路，与输电线路及通信线路同样是双导线的传输电路，因此可以看做是一种四端网路。这电路的参数（钢轨阻抗、道碴漏泄电导），假设是沿着钢轨均匀分布时（即假设是均匀分布参数电路），则两端的轨间电压及钢轨电流的关系，可用双曲线函数表示出来。因此，双曲线函数的计算是轨道电路计算的重要部分。由于双曲线函数的计算复杂，所以也使轨道电路的计算复杂起来。本章对双曲线函数的计算方法予以说明，并首先列出一般常用的双曲线函数的计算公式。

为进行直角座标的计算，使用下列公式比较方便。

$$\sinh(x+jy)=\sinh x\cos y+j\cosh x\sin y \qquad (1\cdot1\cdot1)$$

$$\cosh(x+jy)=\cosh x\cos y+j\sinh x\sin y \qquad (1\cdot1\cdot2)$$

$$\tanh(x+jy)=\frac{\sinh 2x}{\cosh 2x+\cos 2y}+j\frac{\sin 2y}{\cosh 2x+\cos 2y} \qquad (1\cdot1\cdot3)$$

为进行极座标的计算，则使用下列公式较为方便。

$$\sinh(x+jy)=\sqrt{\sinh^2 x+\sin^2 y}\ \angle\tan^{-1}(\tan y/\tanh x) \qquad (1\cdot1\cdot4)$$

$$\cosh(x+jy)=\sqrt{\cosh^2 x-\sin^2 y}\ \angle\tan^{-1}(\tan y\cdot\tanh x) \qquad (1\cdot1\cdot5)$$

$$\tanh(x+jy)=\sqrt{\frac{\sinh^2 x+\sin^2 y}{\cosh^2 x-\sin^2 y}}\angle \tan^{-1}(\sin 2y/\sinh 2x)$$

$$(1\cdot1\cdot6)$$

另外，还可利用下列公式：

$$\sinh(x+jy)=\sqrt{\cosh 2x}\cdot\sin z\ \angle \tan^{-1}(\tan y/\tanh x)\tag{1·1·7}$$

$$\cosh(x+jy)=\sqrt{\cosh 2x}\cdot\cos z\ \angle \tan^{-1}(\tan y\cdot\tanh x)\tag{1·1·8}$$

$$\tanh(x+jy)=\tan z\angle \tan^{-1}(\sin 2y/\sinh 2x)\tag{1·1·9}$$

而
$$\cos 2z=\frac{\cos 2y}{\cosh 2x}\tag{1·1·10}$$

以上是一般基本公式，下面再列出各种近似公式。当$x>1.6$时，可使用下列近似公式：

$$\sinh(x+jy)=\frac{e^x}{2}(1-e^{-2x}\cos 2y)\angle y+e^{-2x}\sin 2y\tag{1·1·11}$$

$$\cosh(x+jy)=\frac{e^x}{2}(1+e^{-2x}\cos 2y)\angle y-e^{-2x}\sin 2y\tag{1·1·12}$$

$$\tanh(x+jy)=(1-2e^{-2x}\cos 2y)\angle 2e^{-2x}\sin 2y\tag{1·1·13}$$

这时的误差在0.1%以下（$\tanh$在0.4%以下）。

当$x>3$时，可使用下列近似公式：

$$\sinh(x+jy)=\frac{e^x}{2}\angle y\tag{1·1·14}$$

$$\cosh(x+jy)=\frac{e^x}{2}\angle y\tag{1·1·15}$$

$$\tanh(x+jy)=1\angle 0\tag{1·1·16}$$

这时的误差在0.3%以下（对于$\tanh$在0.6%以下）。

对于$\sinh$当$\theta<0.6$时，对于$\cosh$及$\tanh$当$\theta<0.33$时，使用下列公式：

$$\sinh(\theta\angle\phi_\theta)=\theta\left(1+\frac{\theta^2}{6}\cos 2\phi_\theta\right)\angle\phi_\theta+\frac{\theta^2}{6}\sin 2\phi_\theta \tag{1·1·17}$$

$$\cosh(\theta\angle\phi_\theta)=\left(1+\frac{\theta^2}{2}\cos 2\phi_\theta\right)\angle 0+\frac{\theta^2}{2}\sin 2\phi_\theta \tag{1·1·18}$$

$$\tanh(\theta\angle\phi_\theta)=\theta\left(1-\frac{\theta^2}{3}\cos 2\phi_\theta\right)\angle\phi_\theta-\frac{\theta^2}{3}\sin 2\phi_\theta \tag{1·1·19}$$

这时的误差在0.1%以下。

当$\theta<0.1$时，可使用下列公式：

$$\sinh(\theta\angle\phi_\theta)=\theta\angle\phi_\theta \tag{1·1·20}$$

$$\cosh(\theta\angle\phi_\theta)=1\angle 0 \tag{1·1·21}$$

$$\tanh(\theta\angle\phi_\theta)=\theta\angle\phi_\theta \tag{1·1·22}$$

这时，对于$\sinh$的误差在0.2%以下，对于$\cosh$的误差在0.5%以下，对于$\tanh$的误差在0.3%以下。

最后给出$\sinh$及$\cosh$的级数展开式如下：

$$\sinh(\theta\angle\phi_\theta)=\theta\angle\phi_\theta+\frac{(\theta\angle\phi_\theta)^3}{3!}+\frac{(\theta\angle\phi_\theta)^5}{5!}+\cdots \tag{1·1·23}$$

$$\cosh(\theta\angle\phi_\theta)=1+\frac{(\theta\angle\phi_\theta)^2}{2!}+\frac{(\theta\angle\phi_\theta)^4}{4!}+\cdots \tag{1·1·24}$$

例题

（1） $\dot{\theta} = 1.255\angle 25.80° = 1.130 + j0.5460$，试计算

$\sinh\dot{\theta}$，$\cosh\dot{\theta}$，$\tanh\dot{\theta}$，$\dfrac{\sinh\dot{\theta}}{\dot{\theta}}$ 及 $\dfrac{\dot{\theta}}{\tanh\dot{\theta}}$。

应用公式（1·1·4）～（1·1·6）得：

$$\sinh(1.130 + j0.5460)$$

$$= \sqrt{\sinh^2 1.130 + \sin^2 0.5460}\angle \tan^{-1}(\tan 0.5460/\tanh 1.130)$$

$$= \sqrt{1.386^2 + 0.5195^2}\angle \tan^{-1}(0.6080/0.8115)$$

$$= 1.4800\angle 36.83°$$

$$\cosh(1.130 + j0.5460)$$

$$= \sqrt{\cosh^2 1.130 - \sin^2 0.5460}\angle \tan^{-1}(\tan 0.5460 \cdot \tanh 1.130)$$

$$= \sqrt{1.708^2 - 0.5195^2}\angle \tan^{-1}(0.6080 \times 0.8115)$$

$$= 1.6272\angle 26.25°$$

$$\tanh(1.130 + j0.5460) = \frac{1.4800}{1.6272}\angle 36.83° - 26.25°$$

$$= 0.9095\angle 10.58°$$

$$\frac{\sinh(1.255\angle 25.80°)}{1.255\angle 25.80°} = \frac{1.4800}{1.255}\angle 36.83° - 25.80°$$

$$= 1.180\angle 11.03°$$

$$\frac{1.255\angle 25.80°}{\tanh(1.255\angle 25.80°)} = \frac{1.255}{0.9095}\angle 25.80° - 10.58°$$

$$= 1.380\angle 15.22°$$

（2） $\dot{\theta} = 1.769 + j1.619$，试计算$\sinh\dot{\theta}$。

这是$y = 1.619 > \dfrac{\pi}{2}$的情况，应用公式（1·1·4）得：

$\sinh(1.769+j1.619)$

$$=\sqrt{\sinh^2 1.769+\sin^2 1.619}\,\underline{/\tan^{-1}(\tan 1.619/\tanh 1.769)}$$

$$=\sqrt{\sinh^2 1.769+\sin^2(1.619-3.142)}$$

$$\underline{/\tan^{-1}\left\{\frac{\tan(1.619-3.142)}{\tan 1.769}\right\}+180^\circ}$$

$$=\sqrt{2.845^2+0.999^2}\,\underline{/\tan^{-1}\frac{(-20.54)}{0.9435}+180^\circ}$$

$$=3.015\,\underline{/-87.37^\circ+180^\circ}=3.015\,\underline{/92.63^\circ}$$

（3） $\dot{\theta}=1.769+j1.619$，试用（1·1·11）式的近似公式计算$\sinh\dot{\theta}$。

$\sinh(1.769+j1.619)$

$$=\frac{e^{1.769}}{2}\left\{1-e^{-2\times1.769}\cos(2\times1.619)\right\}$$

$$\underline{/1.619+e^{-2\times1.769}\sin(2\times1.619)}$$

$$=\frac{5.860}{2}(1-0.02911\cos 3.238)$$

$$\underline{/1.619+0.02911\sin 3.238}$$

$$=2.930(1+0.02911\times0.9953)$$

$$\underline{/1.619-0.02911\times0.097}$$

$$=3.013\,\underline{/1.616}=3.013\,\underline{/92.58^\circ}$$

例题（3）的近似结果与例题（2）的结果相差很小。

§1·2 反双曲线函数的计算公式

下面列出反双曲线函数的计算公式。

在双曲线函数以直角座标的形式表示时，使用下列公式比较方便：

$$\sinh^{-1}(u+jv)=\cosh^{-1}\frac{\sqrt{(1+v)^2+u^2}+\sqrt{(1-v)^2+u^2}}{2}$$

$$+j\sin^{-1}\frac{\sqrt{(1+v)^2+u^2}-\sqrt{(1-v)^2+u^2}}{2} \tag{1·2·1}$$

$$\cosh^{-1}(u+jv)=\cosh^{-1}\frac{\sqrt{(1+u)^2+v^2}+\sqrt{(1-u)^2+v^2}}{2}$$

$$+j\cos^{-1}\frac{\sqrt{(1+u)^2+v^2}-\sqrt{(1-u)^2+v^2}}{2} \tag{1·2·2}$$

$$\tanh^{-1}(u+jv)=\frac{1}{2}\ \ln\sqrt{\frac{(1+u)^2+v^2}{(1-u)^2+v^2}}$$

$$+j\frac{\pi-\tan^{-1}\left(\frac{u+1}{v}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{u-1}{v}\right)}{2} \tag{1·2·3}$$

这最后的式子还可用下式代替：

$$\tanh^{-1}(u+jv)=1.1513\ \lg\sqrt{\frac{(1+u)^2+v^2}{(1-u)^2+v^2}}$$

$$+j\frac{\tan^{-1}\left(\frac{v}{1+u}\right)+\tan^{-1}\left(\frac{v}{1-u}\right)}{2} \tag{1·2·4}$$

在双曲线函数以极座标的形式表示时，则使用下列公式较为方便：

$$\sinh^{-1}(P\underline{/\phi_P})$$

$$=\frac{1}{2}\cosh^{-1}\left\{\sqrt{(P^2-1)^2+(2P\cos\phi_P)^2}+P^2\right\}$$

$$+j\frac{1}{2}\cos^{-1}\left\{\sqrt{(P^2-1)^2+(2P\cos\phi_P)^2}-P^2\right\} \tag{1·2·5}$$

$$\cosh^{-1}(A\underline{/\phi_A})=\frac{1}{2}\cosh^{-1}$$

$$+j\frac{1}{2}\cos^{-1}\left\{\frac{A^2+\sqrt{(A^2-1)^2+(2A\sin\phi_A)^2}}{A^2-\sqrt{(A^2-1)^2+(2A\sin\phi_A)^2}}\right\}$$

(1·2·6)

$$\tanh^{-1}(Q\underline{/\phi_Q})=\frac{1}{2}\tanh^{-1}\frac{2Q\cos\phi_Q}{1+Q^2}$$

$$+j\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{2Q\sin\phi_Q}{1-Q^2} \qquad (1·2·7)$$

关于轨道电路中反双曲线函数的计算，如后述主要是在参数测试时$\tanh^{-1}$的计算。最后列出$\tanh^{-1}$的级数展开式如下：

当$Q<1$时，

$$\tanh^{-1}Q\underline{/\phi_Q}=Q\underline{/\phi_Q}$$

$$+\frac{(Q\underline{/\phi_Q})^3}{3}+\frac{(Q\underline{/\phi_Q})^5}{5}+\cdots \qquad (1·2·8)$$

当$Q>1$时，

$$\tanh^{-1}Q\underline{/\phi_Q}=\frac{1}{Q\underline{/\phi_Q}}+\frac{1}{3(Q\underline{/\phi_Q})^3}$$

$$+\frac{1}{5(Q\underline{/\phi_Q})^5}+\cdots\pm\frac{\pi}{2}\underline{/90^\circ} \qquad (1·2·9)$$

以上二式，特别是当$Q\ll 1$及$Q\gg 1$时，只需取前两项即可。这样虽然简便，但从下面的例题中可以看出，收敛一般是较慢的。

例题

（1）试用公式（1·2·4）计算$Q\underline{/\phi_Q}=0.910\underline{/10.60^\circ}$ $=0.8945+j0.1674$的$\tanh^{-1}$。

$$\tanh^{-1}(0.8945+j0.1674)$$

$$=1.1513\lg\sqrt{\frac{(1+0.8945)^2+0.1674^2}{(1-0.8945)^2+0.1674^2}}$$

$$+j\frac{\tan^{-1}\frac{0.1674}{1+0.8945}+\tan^{-1}\frac{0.1674}{1-0.8945}}{2}$$