

普通高等教育规划教材

# 材料力学

聂毓琴 孟广伟 主编



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS

TB301-43  
N346

普通高等教育规划教材

# 材 料 力 学

主编 聂毓琴 孟广伟  
参编 董 心 朱伟民 魏 媛  
主审 朱兴华

机械工业出版社

本书是根据高等工业学校《材料力学课程教学基本要求》，结合“高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划”，依据材料力学课程教学大纲的内容和要求编写的。

本书共 15 章，内容包括：绪论、轴向拉伸和压缩、扭转和剪切、弯曲内力、弯曲强度、弯曲变形、应力及应变分析、强度理论、组合变形构件的强度计算、实验应力分析、能量法、静不定结构、动载荷、交变应力、压杆稳定、杆件的塑性变形，平面图形的几何性质等作为附录列于书后。

本书可作为高等工科院校各专业材料力学课程教材，也可供有关工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

材料力学/聂毓琴，孟广伟主编. —北京：机械工业出版社，  
2004. 2

普通高等教育规划教材

ISBN 7-111-13760-4

I. 材 … II. ①聂 … ②孟 … III. 材料力学—高等学校—教材  
IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 123696 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑：郑丹 版式设计：霍永明 责任校对：刘志文

封面设计：姚毅 责任印制：施红

北京铭成印刷有限公司印刷·新华书店北京发行所发行

2004 年 2 月第 1 版第 1 次印刷

1000mm×1400mm B5·14 印张·544 千字

定价：30.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

本社购书热线电话(010)68993821、88379646

封面无防伪标均为盗版

# 前　　言

本书是为高等工科院校各类专业编写的材料力学课程教材。

本书认真贯彻了高等工业学校《材料力学课程教学基本要求》，结合“高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划”，依据材料力学课程教学大纲的内容和要求编写的。

材料力学课程是工科院校一门重要的技术基础课，是变形体力学的入门，是构筑工程技术根基的基础知识。通过揭示杆件强度、刚度、稳定性等知识发生过程，培养学生解决问题的能力，以理论分析为基础，培养学生的实验动手能力，发挥其他课程不可代替的综合素质教育作用。

随着现代知识结构的迅速发展，新材料、新结构、新技术、新方法的不断涌现，对教师和学生的素质、能力和知识结构都提出了更新、更高的要求。为适应现代化教学手段，我们总结多年来教学实践的经验，编写了本书，力求做到吸取当今国内、外材料力学的精华，从教学实际出发，既注重理论教学，又紧密联系工程实际；对基本理论、基本概念阐述得简洁明了；例题、习题绝大部分取自工程实际，还特别结合工程实际和基本理论、基本概念设置了分析思考题。全书结构严谨，结合当今科技发展的新成果，着重于工程应用，强化工程意识，实用性强。

全书采用了最新国家标准规定的物理量的名称和符号，常用金属材料的牌号也采用了最新标准，全部插图用计算机绘制。

本书具有较大的专业覆盖面，全书共包括 15 章内容及附录，配有 127 道例题、155 道分析思考题、329 道习题，书末附有习题答案。教师可根据不同教学时数、不同专业适当地选取讲授内容。打 \* 的内容可供个别专业的学生选用，也可作为其他专业学生进一步拓宽知识的参考。

本书由聂毓琴、孟广伟主编，其中第一章至第四章由孟广伟编写，第五章至第八章、第十章至第十二章、第十四章、第十五章由聂毓琴编写，第九章由董心编写，第十三章由朱伟民编写，附录由魏缓编写。插图由关丹阳、孙瑜、姜昊、佗佳佳绘制。朱兴华教授审阅了全书。

本书在编写过程中得到了张理苏、初日德、卢衍榕、侯淑文以及吉林大学力学系全体同仁的帮助和支持，在此一并表示感谢。在教材编写过程中分别参考了刘鸿文、苏翼林、于缓章等主编的《材料力学》，同时得到了许多兄弟院校老师的关心和支持，编者在此一并致谢。本书还得到了吉林大学教材科和机械科学与工

程学院领导的关怀和支持，在此表示衷心的感谢。

编者希望工科院校的广大师生能够喜欢这本教材，但编者的学识、水平与良好的愿望并不完全相符，错误不妥之处在所难免，恳望教者、学者不吝赐教，以利于本书质量的进一步提高和完善。

编 者  
于吉林大学

# 目 录

前言	第二章 轴向拉伸和压缩	第四章 弯曲内力	第五章 弯曲强度	
<b>第一章 绪论</b>				
第一节 材料力学的任务 ..... 1	第一节 轴向拉伸和压缩的概念和实例 ..... 12	第一节 平面弯曲的概念和实例 ..... 92	第一节 纯弯曲及其变形 ..... 113	
第二节 可变形固体的性质及其基本假设 ..... 2	第二节 轴向拉伸(或压缩)时横截面上的内力和应力 ..... 13	第二节 梁的支座及载荷的简化 ..... 93	第二节 纯弯曲时梁横截面上的正应力 ..... 114	
第三节 内力、截面法和应力的概念 ..... 3	第三节 直杆轴向拉伸(或压缩)时斜截面上的应力 ..... 17	第三节 平面弯曲时梁横截面上的内力——剪力和弯矩 ..... 95		
第四节 变形与应变的概念 ..... 6	第四节 材料在轴向拉伸和压缩时的力学性质 ..... 19	第四节 剪力方程和弯矩方程 剪力图和弯矩图 ..... 97		
第五节 构件的分类 杆件变形的基本形式 ..... 7	第五节 许用应力 安全系数 强度条件 ..... 25	第五节 分布载荷集度、剪力和弯矩间的关系及其应用 ..... 101		
分析思考题 ..... 9	第六节 轴向拉伸(或压缩)时的变形 ..... 28	第六节 用叠加法作弯矩图 ..... 106		
习题 ..... 9	第七节 弹性变形能 ..... 31	第七节 平面曲杆的弯曲内力 ..... 107		
<b>第二章 轴向拉伸和压缩</b>				
第一节 轴向拉伸和压缩的概念和实例 ..... 12	第八节 拉伸、压缩静不定问题 ..... 34	分析思考题 ..... 108		
第二节 轴向拉伸(或压缩)时横截面上的内力和应力 ..... 13	第九节 应力集中的概念 ..... 41	习题 ..... 108		
第三节 直杆轴向拉伸(或压缩)时斜截面上的应力 ..... 17	分析思考题 ..... 42	<b>第三章 扭转和剪切</b>		
第四节 材料在轴向拉伸和压缩时的力学性质 ..... 19	习题 ..... 45	第一节 扭矩图 ..... 53		
第五节 许用应力 安全系数 强度条件 ..... 25	<b>第四章 弯曲内力</b>			
第六节 轴向拉伸(或压缩)时的变形 ..... 28	第一节 平面弯曲的概念和实例 ..... 92	第二节 梁的支座及载荷的简化 ..... 93	第一节 纯弯曲及其变形 ..... 113	
第七节 轴向拉伸(或压缩)时的弹性变形能 ..... 31	第二节 平面弯曲时梁横截面上的内力 ——剪力和弯矩 ..... 95	第二节 纯弯曲时梁横截面上的正应力 ..... 114		
第八节 拉伸、压缩静不定问题 ..... 34	第三节 剪力方程和弯矩方程 剪力图和弯矩图 ..... 97			
第九节 应力集中的概念 ..... 41	第四节 分布载荷集度、剪力和弯矩间 的关系及其应用 ..... 101			
分析思考题 ..... 42	第五节 用叠加法作弯矩图 ..... 106			
习题 ..... 45	第六节 平面曲杆的弯曲内力 ..... 107			
<b>第五章 弯曲强度</b>				
第一节 扭矩图 ..... 53	第七节 分析思考题 ..... 108			
第二节 纯弯曲时梁横截面上的正应力 ..... 114	习题 ..... 108			

第三节 横力弯曲时梁横截面上的正应力 弯曲正应力强度条件 ..... 117	第二节 斜弯曲(两向弯曲) ..... 211
第四节 横力弯曲时梁横截面上的切应力 弯曲切应力强度条件 ..... 121	第三节 拉伸(压缩)与弯曲的组合 偏心拉伸(压缩) ..... 217
第五节 纯弯曲理论对某些 问题的扩充 ..... 128	第四节 扭转与其他变形的组合 ..... 221
第六节 弯曲中心 ..... 131	分析思考题 ..... 230
第七节 提高梁弯曲强度的主要措施 ..... 133	习题 ..... 231
分析思考题 ..... 138	
习题 ..... 139	
<b>第六章 弯曲变形</b>	
第一节 概述 ..... 147	<b>第九章 实验应力分析</b>
第二节 挠曲线的微分方程 刚度条件 ..... 149	第一节 概述 ..... 237
第三节 用积分法求弯曲变形 ..... 150	第二节 电测应力分析的基本原理 ..... 237
第四节 用叠加法求弯曲变形 ..... 157	第三节 测量电桥的接法及其应用 ..... 242
第五节 提高梁弯曲刚度的主要措施 ..... 160	第四节 二向应力状态主方向已知时的 应力测定 ..... 244
分析思考题 ..... 161	第五节 二向应力状态主方向未知时的 应力测定 ..... 246
习题 ..... 162	分析思考题 ..... 248
<b>第七章 应力及应变分析 强度理论</b>	
第一节 概述 ..... 166	习题 ..... 248
第二节 应力状态的概念 ..... 167	<b>第十章 能量法</b>
第三节 二向应力状态分析 ..... 169	第一节 概述 ..... 251
第四节 三向应力状态分析 ..... 178	第二节 杆件变形能的计算 ..... 252
第五节 平面应力状态下的应变分析 ..... 181	第三节 单位载荷法 莫尔积分 ..... 258
第六节 广义胡克定律 ..... 186	第四节 计算莫尔积分的图形互乘法 ..... 262
第七节 复杂应力状态的变形比能 ..... 192	第五节 卡氏(Castigliano)定理 ..... 268
第八节 强度理论概述 ..... 193	第六节 互等定理 ..... 272
第九节 四种常用强度理论 ..... 194	* 第七节 虚功原理 ..... 276
第十节 莫尔强度理论和双切应力强度 理论简介 ..... 200	分析思考题 ..... 281
分析思考题 ..... 203	习题 ..... 282
习题 ..... 205	
<b>第八章 组合变形构件的强度计算</b>	
第一节 概述 ..... 210	<b>第十一章 静不定结构</b>
	第一节 概述 ..... 287
	第二节 力法解静不定的基本步骤 ..... 288
	第三节 变形比较法 ..... 295
	第四节 力法正则方程 ..... 297
	第五节 对称性在分析静不定问题中的 应用 ..... 307
	* 第六节 多跨连续梁及三弯矩方程 ..... 315
	分析思考题 ..... 320

习题 .....	321	第二节 细长压杆的临界力 .....	373	
<b>第十二章 动载荷</b>		<b>第三节 欧拉公式的适用范围 经验公式 .....</b>		<b>380</b>
第一节 概述 .....	329	第四节 压杆的稳定校核 .....	385	
第二节 构件有加速度时的动应力计算 .....	329	第五节 提高压杆稳定性的措施 .....	390	
第三节 构件受冲击时的动应力计算 .....	333	分析思考题 .....	393	
第四节 冲击韧度 .....	341	习题 .....	394	
分析思考题 .....	342	<b>* 第十五章 杆件的塑性变形</b>		
习题 .....	342	第一节 概述 .....	400	
<b>第十三章 交变应力</b>		第二节 拉伸和压缩杆系的塑性分析 .....	401	
第一节 概述 .....	346	第三节 圆轴的塑性扭转 .....	402	
第二节 交变应力的有关参数 .....	349	第四节 梁在塑性弯曲下的强度 .....	404	
第三节 材料的持久极限 .....	351	分析思考题 .....	409	
第四节 构件的持久极限 .....	353	习题 .....	409	
第五节 对称循环下构件的疲劳强度计算 .....	357	<b>附录 A 平面图形的几何性质</b>		
第六节 持久极限曲线及其简化 .....	358	第一节 静矩和形心 .....	412	
第七节 非对称循环下构件的疲劳强度计算 .....	360	第二节 惯性矩 惯性半径 惯性积 .....	413	
第八节 弯扭组合交变应力下构件的疲劳强度计算 .....	362	第三节 平行移轴公式 .....	416	
第九节 提高构件疲劳强度的主要措施 .....	366	第四节 转轴公式 主惯性矩 .....	417	
分析思考题 .....	367	分析思考题 .....	418	
习题 .....	367	习题 .....	418	
<b>第十四章 压杆稳定</b>		<b>附录 B 型钢表</b>		
第一节 稳定的概念 .....	370	习题答案 .....	429	
参考文献 .....	439	参考文献 .....	439	

# 第一章 絮 论

## 第一节 材料力学的任务

机械或工程结构都是由构件或零件组成的。当机械或工程结构工作时，任一构件都将受到外载荷的作用。在外载荷作用下构件的尺寸和形状将发生变化，称为变形。当外载荷超过一定限度时，构件将发生破坏。为了保证机械或工程结构能正常工作，构件应有足够的能力负担起应当承受的载荷，构件的这种承载能力主要由以下三方面来衡量：

(1) 构件应有足够的强度。例如：冲床的曲轴在工作冲压力作用下不应折断；储气罐或氧气瓶在规定压力下不应爆破。可见，所谓强度是指构件在载荷作用下抵抗破坏的能力。

(2) 构件应有足够的刚度。例如：变速箱齿轮轴不应产生过大的变形，以免造成齿轮和轴承的不均匀磨损和产生噪音；对于机床的主轴，即使它有足够的强度，若变形过大，仍会影响工件的加工精度。因而，所谓刚度是指构件在载荷作用下抵抗变形的能力。

(3) 构件应有足够的稳定性。有些细长直杆，如内燃机中的挺杆、千斤顶中的螺杆等，在压力作用下有被压弯的可能。为了保持其正常工作，要求这类杆件始终保持直线形式，亦即要求原有的直线平衡状态保持不变。所以，所谓稳定性是指构件保持原有平衡状态的能力。

在设计构件时，若构件的横截面尺寸过小，或截面形状不合理，或材料选用不当，则不能满足上述要求，从而影响机械或工程结构正常工作。反之，如构件的横截面尺寸过大，材料质量太高，虽满足了上述要求，但构件的承载能力难以充分发挥，这样，既浪费了材料，又增加了成本和重量。这里存在着安全与经济之间的矛盾。材料力学的任务就在于力求合理地解决这种矛盾。确切地说：材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性的要求下，以最经济的代价，为构件确定合理的形状和尺寸，选择适宜的材料，为构件设计提供必要的理论基础和计算方法。

在实际工程结构中，一般说来，构件都应有足够的强度、刚度和稳定性，但就某一个具体构件而言，对上述三项要求往往是有所侧重的。强度要求是大多数构件所必须满足的基本要求，刚度要求对于不同类型构件有不同的要求，而稳定

性问题只是在一定的受力状态下才会发生。例如：氧气瓶以强度要求为主，车床主轴以刚度要求为主，而内燃机中的挺杆则以稳定性要求为主。此外，对于某些特殊构件，还往往有相反的要求。例如：为保证机器不致超载，当载荷到达某一极限值时，要求安全销立即破坏；又如车辆中的缓冲弹簧，在保证强度的要求下，力求有较大的变形，以发挥缓冲和减振作用。

研究构件的强度、刚度和稳定性时，应了解材料在外力作用下表现出的变形和破坏等方面的性能，即材料的力学性能，而材料的力学性能要由实验来测定。此外，经过简化得出的理论是否可信，还有一些尚无理论结果的问题，都需要借助实验方法来解决。所以，实验分析和理论研究是材料力学解决问题的基本方法。

## 第二节 可变形固体的性质及其基本假设

各种构件一般均由固体材料制成。在理论力学中，曾把物体抽象为刚体，这对研究其运动和平衡来说是必要的。而在材料力学中，构件在外力作用下的变形是不可忽略的因素，必须将组成构件的材料视为可变形固体。变形固体的性质是多方面的，研究的角度不同，其侧面也不一样。研究构件的强度、刚度和稳定性时，常抓住一些与问题有关的主要因素，忽略次要因素，对变形固体作某些假设，把它抽象成理想模型。材料力学中对变形固体作如下基本假设：

### 1. 连续性假设

认为组成固体的物质毫无空隙地充满了固体的几何空间。从物质结构来说，组成固体的粒子之间实际上并不连续，但它们之间所存在的空隙与构件的尺寸相比，极其微小，可以忽略不计，这样就可以认为固体在其整个几何空间内是连续的。根据这一假设，物体内的一些物理量可以表示为各点坐标的连续函数，从而有利于建立相应的数学模型。

### 2. 均匀性假设

认为固体内各处的力学性质都是完全相同的。就工程上使用最多的金属来说，组成金属的各晶粒的力学性能并不完全相同，而且是无规则地排列，但固体的力学性能是各晶粒力学性能的统计平均值，所以，可以认为各部分的力学性能是均匀的。

### 3. 各向同性假设

认为固体在各个方向上的力学性能完全相同。具备这种属性的材料称为各向同性材料。就金属的单一晶粒来说，在不同方向上，其力学性能并不一样。但金属物体包含着数量极多的晶粒，而且各晶粒又是杂乱无章地排列的，这样在各个方向上的力学性能就接近相同了。各种金属材料、玻璃等都可认为是各向同性材

料。在今后的讨论中，一般都把固体假设为各向同性的。另外，在各个方向上具有不同力学性能的材料，称为各向异性材料，如木材、胶合板等。

根据均匀性和各向同性假设，可以用一个参数描写各点在各个方向上的某种力学性能。

#### 4. 小变形条件

固体因外力作用而引起的变形，按不同情况可能很小也可能相当大，但材料力学所研究的问题一般只限于其变形的大小远小于构件原始尺寸的情况。这样，在研究构件的平衡和运动时，就可忽略构件的变形，而按变形前的原始尺寸分析计算。例如在图 1-1 中，简易吊车的各杆因受力而变形，引起支架几何形状和外力位置的变化。但由于  $\delta_1$  和  $\delta_2$  都远小于吊车构件的尺寸，所以在计算各杆受力时，仍然可用吊车变形前的几何形状和尺寸。今后将经常使用小变形的概念以简化分析计算。至于构件变形过大，超出小变形条件的，一般不在材料力学中讨论。

固体受力后将产生变形，当外力不超过某一限度时，外力解除后变形可完全消失，这种变形称为弹性变形。若力与变形之间服从线性规律，且产生的变形为弹性变形，则称之为线弹性变形。当外力超过一定限度时，外力解除后仅有部分变形消失，其余部分变形不能消失而残留下来，称此残留变形为塑性变形，也称为永久变形或残余变形。材料力学主要是研究构件在线弹性范围内的内力、应力和变形问题。

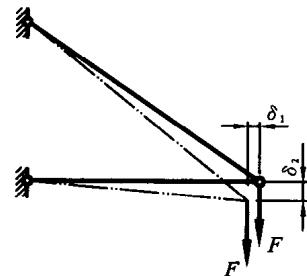


图 1-1

### 第三节 内力、截面法和应力的概念

#### 一、内力的概念 截面法

物体因受力而变形，其内部各部分之间因相对位置改变而引起的相互作用就是内力。我们知道，即使不受外力，物体的各质点之间，依然存在着相互作用的力。材料力学中的内力，是指在外力作用下，上述相互作用力的变化量，所以是物体内部各部分之间因外力而引起的附加相互作用力，即“附加内力”。这样的内力随外力的增加而加大，到达某一限度时就会引起构件破坏，因而它与构件的强度是密切相关的。

在材料力学中，求内力的方法称为截面法。具体求法如下：为了显示出构件在外力作用下  $m-m$  截面上的内力，用平面假想地把构件分成 I、II 两部分（图 1-2a）。任取其中的一部分，例如 II，作为研究对象。在部分 II 上作用的外力有  $F_3$

和  $F_4$ ，欲使 II 保持平衡，则 I 必然有力作用于 II 的  $m-m$  截面上，以与 II 所受外力平衡，如图 1-2b 所示。根据作用与反作用定律可知，II 必然也以大小相等、方向相反的力作用于 I 上。上述 I 与 II 之间相互作用的力就是构件在  $m-m$  截面上的内力。按照连续性假设，在  $m-m$  截面上各处都有内力作用，所以内力是分布于截面上的一个分布力系。今后把这个分布内力系向截面上某一点简化后得到的主矢和主矩，称为截面上的内力。

对所研究的部分 II 来说，外力  $F_3$ 、 $F_4$  和  $m-m$  截面上的内力保持平衡，根据平衡条件就可以确定  $m-m$  截面上的内力。

上述求内力的截面法，可归纳为截、取、代、平四个步骤：

- (1) **截**：欲求构件某截面上的内力，就沿该截面假想地把构件截成两部分。
- (2) **取**：任取其中一部分为研究对象，并弃去另一部分。
- (3) **代**：以作用于该截面上的未知内力代替弃去部分对保留部分的作用。
- (4) **平**：建立保留部分的平衡方程，并根据平衡方程确定未知内力的大小和方向。

**例 1-1** 钻床如图 1-3a 所示，试确定在  $F$  力作用下的  $m-m$  截面上的内力。

**解** (1) **截**：沿  $m-m$  截面假想地截成两部分。

(2) **取**：取上半部分为研究对象，如图 1-3b 所示，并以截面形心  $O$  为原点选取图示坐标系。

(3) **代**：由于外力将使上半部分沿  $y$  轴方向移动并绕  $O$  点转动，为使其保持平衡，在截面  $m-m$  上代之以过  $O$  点的内力  $F_N$  和对  $z$  轴的力偶矩  $M_z$ 。

(4) **平**：由平衡方程

$$\sum F_y = 0, \quad F - F_N = 0$$

$$\sum M_z = 0, \quad F \cdot a - M_z = 0$$

求得内力  $F_N$  和  $M_z$  分别为

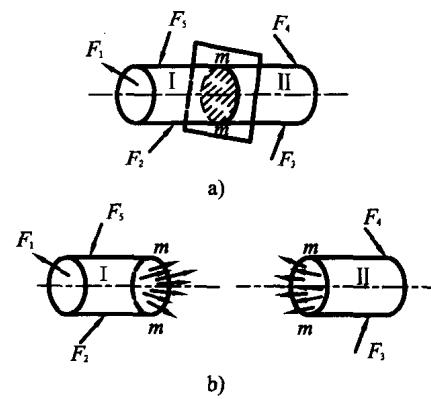


图 1-2

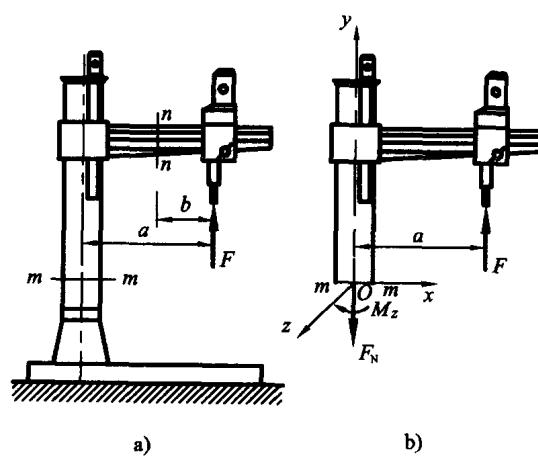


图 1-3

$$F_N = F$$

$$M_z = Fa$$

所得  $F_N$ 、 $M_z$  均为正值，说明假设的内力方向正确。

完全同理，可求得  $n-n$  截面上的内力为

$$F_{Qy} = F(\text{向下})$$

$$M_z = Fb(\text{顺时针})$$

应该注意的是，在使用截面法求内力之前，不可对外力使用力和力偶的可移性原理。即理论力学中的力和力偶的可移性原理，在材料力学中研究杆件变形时，是不能无条件应用的，其具体分析将在以后各章中讨论。

## 二、应力的概念

前面研究的内力是截面上分布内力系向形心及坐标轴简化的结果，它只能说明所研究部分的截面上内力和外力的平衡关系，但不能说明分布内力系在截面内某一点处的强弱程度。为此，我们引入内力集度的概念。设

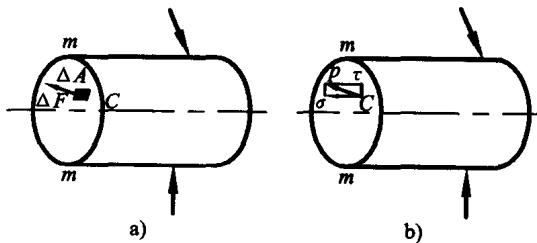


图 1-4

在图 1-2 所示受力构件的  $m-m$  截面上，围绕  $C$  点取微小面积  $\Delta A$ （图 1-4a）， $\Delta A$  上分布内力的合力为  $\Delta F$ 。 $\Delta F$  的大小和方向与  $C$  点的位置和  $\Delta A$  的大小有关， $\Delta F$  与  $\Delta A$  的比值为

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

$p_m$  是一个矢量，代表在  $\Delta A$  范围内，单位面积上内力的平均集度，称为平均应力，随着  $\Delta A$  的逐渐缩小， $p_m$  的大小和方向都将逐渐变化。当  $\Delta A$  无限趋于零时， $p_m$  的极限为

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} p_m = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA}$$

称  $p$  为  $m-m$  截面上  $C$  点的应力，它是分布内力系在  $C$  点的集度，反映内力系在  $C$  点处的强弱程度， $p$  是一个矢量，一般说既不与截面垂直，也不与截面相切。通常把应力  $p$  分解成垂直于截面的分量  $\sigma$  和相切于截面的分量  $\tau$ （图 1-4b），并把  $\sigma$  称为正应力， $\tau$  称为切应力。

在国际单位制中，应力的单位是牛/米<sup>2</sup> ( $N/m^2$ )，称为帕斯卡 (Pascal) 或简称为帕 (Pa)。由于这个单位太小，使用不便，通常使用兆牛/米<sup>2</sup> =  $10^6$  牛/米<sup>2</sup>，记为 MN/m<sup>2</sup> 或 MPa，吉牛/米<sup>2</sup> =  $10^9$  牛/米<sup>2</sup>，记为 GN/m<sup>2</sup> 或 GPa。

## 第四节 变形与应变的概念

构件在外力作用下尺寸和形状都将发生改变，称为变形。构件在变形的同时，其上的点、面相对于初始位置也要发生变化，这种位置的变化称为位移。

为了研究构件截面上内力分布规律，就必须对构件内任一点处的变形作深入研究。为此，设想把构件分割成无数微小的正六面体（图 1-5a），此微小正六面体在各边缩小为无穷小时，称为单元体。构件变形后，其任一单元体棱边的长度及两

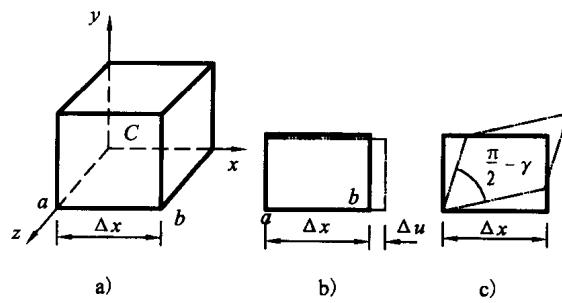


图 1-5

棱边间夹角都将发生变化，把这些变形后的单元体组合起来，就形成变形后的构件形状，反映出构件的整体变形。

图 1-5a 表示从受力构件的某一点 C 的周围取出的单元体，与 x 轴平行的棱边 ab 的长度变化  $\Delta u$ ，称为  $\Delta x$  的绝对变形。其比值  $\epsilon_{x,m}$  为

$$\epsilon_{x,m} = \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

表示 ab 上每单位长度的平均伸长(或缩短)，称为平均线应变或相对变形。当  $\Delta x$  趋近于零时，则  $\epsilon_{x,m}$  的极限为

$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \frac{du}{dx}$$

$\epsilon_x$  即为 C 点处沿 x 方向的线应变，它表示一点处沿某一方向长度改变的程度。用完全相似的方法，可以定义该点处沿 y 方向和 z 方向的线应变  $\epsilon_y$  和  $\epsilon_z$ 。线应变的符号规定为：伸长的线应变为正，反之为负。

物体变形后，其任一单元体不但棱边的长度改变，而且原来相互垂直的两条棱边的夹角也将发生变化（图 1-5c），其改变量  $\gamma$  称为 C 点在 xy 平面内的切应变。切应变的符号规定为：原来是直角的角度增大时的切应变为正，反之为负。

线应变  $\epsilon$  和切应变  $\gamma$  是度量构件内一点处变形程度的两个基本量，它们都是没有量纲的量。

## 第五节 构件的分类 杆件变形的基本形式

实际构件有各种不同的形状，通常把构件的形状进行某些简化，然后按构件的几何形状分类研究。构件大致上可以归纳为四类，即板、壳、块体和杆（见图1-6）。

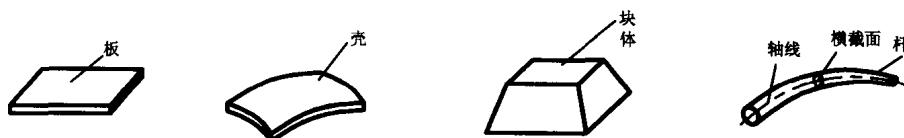


图 1-6

如果构件一个方向的尺度（厚度）远小于其他两个方向的尺度，就把平分这种构件厚度的面称为中面。中面为平面的这种构件称为板（或平板），中面为曲面的构件则称为壳。板和壳在石油与化工容器、船舶、飞机及现代建筑中用得很多。如果三个方向的尺度相差不多（属同量级），则称为块体。一些机械上的铸件就是块体。板、壳和块体这类构件的受力分析一般在弹性力学中讨论。

凡是一个方向的尺度远大于其他两个方向尺度的构件称为杆。垂直于杆件长度方向的截面，称为横截面，横截面中心的连线为轴线。如果杆的轴线是直线时，此杆称为直杆；轴线为曲线时，则称曲杆。各横截面尺寸不变的杆，叫等截面杆，否则称为变截面杆。工程上比较常见的是等截面直杆，简称等直杆。材料力学研究的主要对象就是等直杆。工程上常见的很多构件都可以简化为杆件，如连杆、传动轴、立柱、丝杆、吊钩等。某些实际构件，如齿轮的轮齿、曲轴的轴颈等，并不是典型的杆件，但在近似计算或定性分析中也可简化为杆，所以杆件是工程中最基本的构件。

杆件在各种外力作用下，可能发生各种各样的变形。但如果对杆件的变形仔细分析，就可以把杆件的变形归纳为四种基本变形中的一种，或者某几种基本变形的组合。这四种基本变形形式是：

### 1. 轴向拉伸或压缩

在一对大小相等、方向相反、作用线与杆件轴线重合的外力  $F$  作用下，杆件沿轴线方向发生伸长或缩短，这种变形形式称为轴向拉伸或压缩。例如图 1-7a 表示一简易吊车。在载荷  $F$  作用下，AC 杆受到拉伸（图 1-7b），而 BC 杆受到压缩（图 1-7c）。起吊重物的钢索、桁架中的杆件、液压缸的活塞杆等，它们的变形都属于轴向拉伸（或压缩）变形。

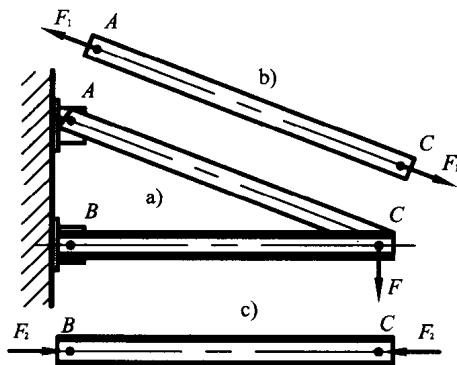


图 1-7

## 2. 剪切

在一对相距很近的大小相等、方向相反的横向外力  $F$  作用下，横截面沿外力作用方向发生相对错动，这种变形形式称为剪切(图 1-8)。例如机械中常用的联接件——键、销钉、螺栓等都能够产生剪切变形。

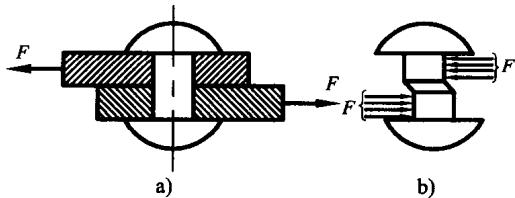


图 1-8

## 3. 扭转

在一对大小相等、转向相反、作用面垂直于杆轴线的外力偶矩作用下，任意两个横截面绕轴线相对转动，这种变形形式称为扭转。例如图 1-9 所示的汽车转向轴 AB，在工作时发生扭转变形。汽车的传动轴、电动机和水轮机的主轴等，都是受扭杆件。

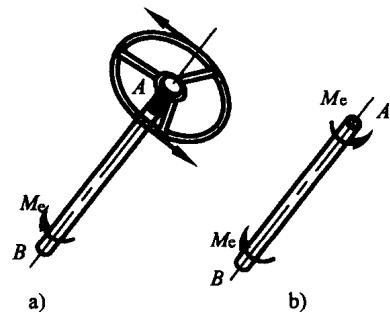


图 1-9

在一对大小相等、转向相反、作用面与杆的纵向平面重合的外力偶矩作用下，任意两横截面绕垂直杆轴线的轴发生相对转动，这种变形形式称为纯弯曲(图 1-10a)。而图 1-10b、c 所示为火车轮轴的变形，称为横力弯曲，这是工程中常见的弯曲变形。桥式起重机的大梁、各种心轴以及车刀等的变形，都属于弯曲变形。

在工程实际中，还有一些杆件同时发生几种基本变形。例如车床主轴工作时发生弯曲、扭转和压缩三种基本变形；钻床立柱同时发生拉伸和弯曲两种基本变形。这种情况称为组合变形。在本书中，首先讨论四种基本变形的强度及刚度计算，然后再讨论组合变形。

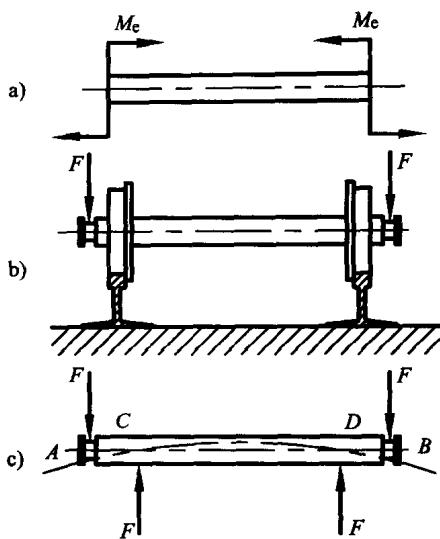


图 1-10

### 分析思考题

- 1-1 什么是构件的强度、刚度和稳定性？
- 1-2 材料力学的基本任务是什么？
- 1-3 材料力学中有哪些基本假设？为什么作这些基本假设？
- 1-4 什么是弹性变形、塑性变形和线弹性变形？
- 1-5 举例说明小变形原理及其在材料力学中的应用。
- 1-6 材料力学中内力的概念是什么？确定内力的方法是什么？简述截面法求内力的步骤。
- 1-7 一点处的应力是如何定义的？在什么特殊条件下才能把应力理解为单位面积上的内力？
- 1-8 什么是线应变？什么是切应变？在什么条件下才能把线应变理解为单位长度的伸长或缩短？
- 1-9 材料力学主要研究的对象是哪类构件？杆件的基本变形形式有哪几种？

### 习 题

- 1-1 指出图 a、b、c 几种情况下的切应变  $\gamma$ 。
- 1-2 求图示结构  $m-m$  和  $n-n$  两截面上的内力。
- 1-3 在图示简易吊车的横梁上， $F$  力可以左右移动。求截面 1-1 和 2-2 上的内力及其最大值。