

北京市工农业余学校初中課本

代 数

下 册

北京市教育局工农教研室編





总号	19413
类号	P122/51-2
	61年7月18日

北京市工农业余学校初中课本
代 数
下 册

北京市教育局工农教研室编

北 京 出 版 社 出 版

(北京东单琉璃胡同3号)

北京市书刊出版业营业登记证出字第025号

北京新华印刷厂印刷

北京市新华书店发行

开本787×1092 1/32·印张：5·字数：75,000

1959年11月第1版 1959年9月第4次印刷

印数：55,001-95,000册

统一书号：K7071·275 定价：(2) 0.28元

編者的話

这套課本是根据“教育为无产阶级的政治服务，教育与生产劳动結合”的方针和工农业余教育的特点而編写的。在編写时，我們还遵循了以下的几条原則：

1. 生产劳动中迫切需要的知识，尽可能地提前；生产劳动中广泛需要的知识，要加多加深；进一步学习所必备的基础知识，要特別注意它的反复巩固。

2. 略去不必要的和学员已经具有的知识内容，尽可能减少重复部分；編排时，按照一定的科学系統，使其重点突出，难点分散。

3. 加强复习和练习，要求逐段巩固。例题和习题的配合，程度深浅、分量多少要适当；内容尽可能結合生产劳动中的实际问题。

4. 分課編写。每課的目的要明确，重点要突出，前后联系要紧密，步骤要清楚，結論要簡短明确，分量要适当，留出課堂练习時間，务使学员当堂能够基本上掌握所学知识。

5. 語言力求通俗易懂，形式力求生动活泼。

通过这套課本的教学，要在工农学员已具有业余小学算术的基础上，进一步教給他們代数基础知识，使他們能应用这些知识去解决生产劳动中的实际问题，并为进一步学习数学和其他科学技术打下基础。具体要求是：

1. 理解数的发展和有理数的意义；

2. 正确地、迅速地、合理地作出有理式的恒等变换，能灵活的使用生产劳动中所常见的公式；

3. 正确地、熟练地解一元一次方程、一次方程组和部份的一元二次方程，并能熟练地布列方程解应用题，以满足生产劳动中的需要；

4. 正确地、熟练地进行数的开平方的计算，并能掌握查表求平方根的方法。

这套课本共分上下两册。上册有代数式，有理数，整式，一元一次方程，一次方程组等五章；下册有乘法公式，多项式的因式分解，公式、分式方程，开平方，二次方程等四章。全部教学时间约需180—220课时。为了贯彻精讲多练，边讲边巩固的精神，课本里共编了1500个以上的习题，这些习题应在课堂内完成 $\frac{1}{2}$ ，其余的习题在课外完成，因此，新课的讲解时间一般只占每节课的 $\frac{1}{2}$ — $\frac{2}{3}$ 。

本书在编写中，曾得到不少有关专业部门和业余学校教师的协助，仅在此表示衷心的感谢。但由于编写时间较短及编者水平所限，课本中不可避免地还存在着某些缺点，希望教师和学生同志们在教学实践中不断提出意见，以便将来修订。

目 录

第六章 乘法公式、因式分解 1

一、乘法公式 1

60. 平方差公式 1

61. 二项式平方公式 4

62. 二项式立方公式 9

63. 立方和与立方差公式 13

64. 列出方程解应用题 16

二、因式分解 19

65. 因式分解 19

66. 提取公因式法 20

67. 应用平方差公式进行因式分解 23

68. 应用二项式平方公式进行因式分解 28

69. 应用十字交乘法进行因式分解 32

70. 应用立方和与立方差公式进行因式
分解 39

71. 应用二项式立方公式进行因式分解 40

72. 分组分解法 42

73. 因式分解的一般步骤 47

复习提要六

第七章 分式、分式方程 54

一、分式 54

74. 分式 54

75. 分式的基本性質 54

76. 約分 60

77. 通分 64

78. 分式的加減法 70

79. 分式的乘法 76

80. 分式的除法 78

二、分式方程 85

81. 分式方程 85

82. 分式方程的解法 86

83. 列出方程解應用題 91

84. 分式方程組 94

85. 列出方程組解應用題 97

复习提要七

第八章 数的开平方 104

一、平方根 104

86. 平方根 104

87. 平方根的性質 104

二、正数开平方的一般方法 106

88. 整数的开平方 106

89. 开平方的一般方法 109

90. 分数的开平方	115
91. 小数的开平方	116
92. 平方根的近似值	118
三、利用平方根表求一个数的平方根	122
93. 平方根表的用法	122
94. 前后移动被开方数的小数点时平方根的变化	124

复习提要八

第九章 一元二次方程	130
------------------	-----

95. 二次方程	130
96. 不完全二次方程的解法	131
97. 用因式分解法解完全二次方程	134
98. 一般二次方程的根的公式	136
99. 二次方程根的判别式	138
100. 列出方程解应用题	141

复习提要九

附录 平方根表

第六章 乘法公式、因式分解

一 乘法公式

下面所講的几个常用的乘法公式,是應該熟記的。因为应用这些公式,就可以簡化运算过程,直接得出結果来。

60. 平方差公式 如果要把两个数的和 $a+b$ 与这两个数的差 $a-b$ 相乘,那末它們的积是:

$$(a+b)(a-b) = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2,$$

$$\text{所以 } (a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

这就是說: 两个数的和与这两个数的差的积等于这两个数的平方差。

例 1 求 $(x+2)(x-2)$ 的积。

$$\text{解 } (x+2)(x-2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4.$$

例 2 求 $(3a-2b)(3a+2b)$ 的积。

$$\text{解 } (3a-2b)(3a+2b) = (3a)^2 - (2b)^2 = 9a^2 - 4b^2.$$

例 3 求 $(1+2m^2)(2m^2-1)$ 的积。

解 把第一个乘式中的两个数交换位置,就可应用公式:

$$\begin{aligned}(1+2m^2)(2m^2-1) &= (2m^2+1)(2m^2-1) \\ &= (2m^2)^2 - 1^2 = 4m^4 - 1.\end{aligned}$$

例4 求 $\left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y^3\right)\left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y^3\right)$ 的积.

$$\begin{aligned}\text{解 } \left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y^3\right)\left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y^3\right) &= \left(\frac{2}{3}x\right)^2 - \left(\frac{1}{2}y^3\right)^2 \\ &= \frac{4}{9}x^2 - \frac{1}{4}y^6.\end{aligned}$$

試算 求下列各式的結果:

(1) $(a+3)(a-3)$; (2) $(3y+x)(x-3y)$.

習題九七

求下列各式的結果:

1. 口答:

(1) $(m+n)(m-n)$; (2) $(x-y)(x+y)$;

(3) $(c+d)(d-c)$; (4) $(a-c)(c+a)$;

(5) $(x+1)(x-1)$; (6) $(1-a)(1+a)$;

(7) $(2a+b)(2a-b)$; (8) $(a+3b)(a-3b)$.

2. (1) $(2m+3)(2m-3)$; (2) $(2a-3b)(2a+3b)$;

(3) $(5x-4y)(4y+5x)$; (4) $(a+x^2)(a-x^2)$;

(5) $(a^2+b^2)(a^2-b^2)$; (6) $\left(2d-\frac{1}{2}\right)\left(2d+\frac{1}{2}\right)$;

(7) $\left(\frac{2}{3}a + \frac{3}{4}b\right)\left(\frac{2}{3}a - \frac{3}{4}b\right)$.

例5 求 $(-x-y)(x-y)$ 的积:

解 把两个乘式里符号相同的数 $(-y)$ 看成第一个数,符号不同的数 (x) 看成第二个数,就是把第一个乘式写成 $(-y)-x$;第二个乘式写成 $(-y)+x$.

$$\begin{aligned}(-x-y)(x-y) &= [(-y)-x][(-y)+x] \\ &= (-y)^2 - x^2 = y^2 - x^2.\end{aligned}$$

例 6 利用公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$, 计算

$$(1) 55 \times 45; (2) 89 \times 91; (3) 328^2 - 172^2.$$

解 (1) 如果把 55 写成 $50+5$; 45 写成 $50-5$,
那末 55×45 就可写成 $(50+5)(50-5)$.
利用平方差公式, 得

$$\begin{aligned}55 \times 45 &= (50+5)(50-5) = 50^2 - 5^2 \\ &= 2500 - 25 = 2475.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) 89 \times 91 &= (90-1)(90+1) = 90^2 - 1^2 \\ &= 8100 - 1 = 8099.\end{aligned}$$

(3) 因为平方差公式可以写成

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b),$$

$$\begin{aligned}\text{所以 } 328^2 - 172^2 &= (328+172)(328-172) \\ &= 500 \times 156 = 78000.\end{aligned}$$

试算 利用平方差公式计算 29×31 .

习 题 九 八

1. 利用乘法公式求下列各题的结果:

$$(1) (1+3ab)(1-3ab);$$

$$(2) (0.1m^2-0.7n)(0.1m^2+0.7n);$$

$$(3) (3a^2+4b^3c)(3a^2-4b^3c);$$

$$(4) \left(\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{2}y^2\right)\left(\frac{2}{3}x^3-\frac{1}{2}y^2\right);$$

$$(5) (-a-2b)(a-2b);$$

$$(6) -(3n^2-0.3m)(-3n^2-0.3m);$$

$$(7) (x+y)(x-y)(x^2+y^2).$$

2. 应用 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 的公式计算下列各题.

$$(1) 72 \times 68;$$

$$(2) 103 \times 97;$$

$$(3) \left(4\frac{1}{8}\right)^2 - \left(1\frac{1}{6}\right)^2.$$

61. 二项式平方公式

(1) 两个数的和的平方公式 如果要求两个数的和 $(a+b)$ 的平方, 依照乘法得

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2.\end{aligned}$$

所以
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

这就是说: 两个数的和的平方, 等于第一个数的平方, 加上这两个数乘积的 2 倍, 再加上第二个数的平方.

(2) 两个数的差的平方公式 同样, 两个数的差

$a-b$ 的平方是：

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2.\end{aligned}$$

所以 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

这就是說：两个数的差的平方，等于第一个数的平方，减去这两个数乘积的 2 倍，再加上第二个数的平方。

应用上面的两个公式，就可以很快地求得二項式平方的結果。

例 1 求 $(3x+4y)^2$ 的結果。

解 把 $3x$ 看成是一个数， $4y$ 看成是另一个数，应用两个数的和的平方公式，得

$$\begin{aligned}(3x+4y)^2 &= (3x)^2 + 2(3x)(4y) + (4y)^2 \\ &= 9x^2 + 24xy + 16y^2.\end{aligned}$$

例 2 求 $(m^2-2n)^2$ 的結果。

解 把 m^2 看成是一个数， $2n$ 看成是另一个数，应用两个数的差的平方公式，得

$$\begin{aligned}(m^2-2n)^2 &= (m^2)^2 - 2(m^2)(2n) + (2n)^2 \\ &= m^4 - 4m^2n + 4n^2.\end{aligned}$$

例 3 求 $\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{3}\right)^2$ 的結果。

$$\begin{aligned}\text{解 } \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{3}\right)^2 &= \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^2 \\ &= \frac{x^2}{4} + \frac{x}{3} + \frac{1}{9}.\end{aligned}$$

試算 求下列各式的結果：

(1) $(5x+y)^2$;

(2) $(3x-5y)^2$;

(3) $(a+b)^2$ 与 a^2+b^2 ; $(a-b)^2$ 与 a^2-b^2 是不是一样? 为什么?

习 題 九 九

1. 口答下列各題的結果：

(1) $(m+n)^2$; (2) $(x-y)^2$; (3) $(a+1)^2$;

(4) $(a-2)^2$; (5) $(1-c)^2$; (6) $(5x-y)^2$;

(7) $(3+a^2)^2$; (8) $(x^2+y^2)^2$.

2. 求下列各題的結果：

(1) $(6m-7n)^2$; (2) $(6m+7n)^2$;

(3) $(5+3x^2)^2$; (4) $\left(8a-\frac{1}{2}\right)^2$;

(5) $\left(\frac{x}{2}-\frac{y}{3}\right)^2$; (6) $\left(\frac{7}{3}m+\frac{3}{2}n\right)^2$;

(7) $(0.5x-0.4y)^2$.

例 4 求 $(-2m^2-3n^3)^2$ 的結果。

解 把 $(-2m^2)$ 看成一個數, $3n^3$ 看成是另一個數, 應用兩個數的差的平方公式, 得

$$(-2m^2-3n^3)^2 = (-2m^2)^2 - 2(-2m^2)(3n^3) + (3n^3)^2 = 4m^4 + 12m^2n^3 + 9n^6.$$

例 5 利用公式求 (1) 53^2 (2) 98^2 的結果.

解 (1) 把 53 看成 $50+3$, 那末 53 的平方就是 50 与 3 两个数的和的平方, 应用公式, 得

$$\begin{aligned} 53^2 &= (50+3)^2 = 50^2 + 2 \times 50 \times 3 + 3^2 \\ &= 2500 + 300 + 9 = 2809. \end{aligned}$$

(2) 把 98 看成 $(100-2)$, 那末 98 的平方, 就是 100 与 2 两个数的差的平方, 应用公式, 得

$$\begin{aligned} 98^2 &= (100-2)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 2 + \\ &\quad + 2^2 = 10000 - 400 + 4 = 9604. \end{aligned}$$

例 6 求 $(a+b+c)^2$ 的結果.

解 把 $a+b+c$ 看成 $(a+b)+c$, 那末 $(a+b+c)^2$ 就是 $(a+b)$ 与 c 两个数的和的平方, 应用公式, 得

$$\begin{aligned} (a+b+c)^2 &= [(a+b)+c]^2 = (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2. \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc. \end{aligned}$$

試算 利用公式計算 19^2 和 18^2 的結果.

习题一〇〇

1. 求下列各式的結果.

- (1) $(a^2+b^2)^2$; (2) $(a^2-b^2)^2$;
 (3) $(2.4x^2-1.5y)^2$; (4) $\left(\frac{2}{3}c^2-0.6d^2\right)^2$;
 (5) $\left(\frac{3}{4}x^3y^2+\frac{4}{3}x^2y^3\right)^2$; (6) $(-2.5m^2n^2-0.2)^2$.

2. 利用二項式平方公式計算下列各題:

- (1) 108^2 ; (2) 999^2 ; (3) 5.1^2 .

3. 求 $[a+(b+c)]^2$ 的結果。

例 7 求 $(x+y+z)(x-y-z)$ 的結果。

解 把两个乘式里符号相同的数 x , 看成第一个数, 符号不同的数 y 与 z , 分別用括号括起来, 括号前面分別加上“+”号和“-”号, 看成是第二个数, 就是把第一个乘式写成 $[x+(y+z)]$, 第二个乘式写成 $[x-(y+z)]$, 就可以应用平方差公式計算。

$$\begin{aligned} & (x+y+z)(x-y-z) \\ &= [x+(y+z)][x-(y+z)] \\ &= x^2 - (y+z)^2 \\ &= x^2 - (y^2 + 2yz + z^2) \\ &= x^2 - y^2 - 2yz - z^2. \end{aligned}$$

試算 求 $(a+b+c)(a+b-c)$ 的結果。

习题一〇一

求下列各題的結果,

1. $(x-y+z)^2$; 2. $(x-y-z)^2$;

$$3. (2a+3b-c)^2;$$

$$4. (x-y+z)(x-y-z);$$

$$5. (x+y-z)(x-y+z).$$

練習題 1 求下列各題的結果:

$$(1) (2x^2y+1)(1-2x^2y);$$

$$(2) \left(\frac{1}{3}x-3y^2\right)^2;$$

$$(3) \left(a+b+\frac{1}{2}\right)^2;$$

$$(4) (x+3)(x-3)(x-3)(x+3).$$

練習題 2 $(a-b)^2$ 和 $(b-a)^2$ 是不是相等的? 為什麼? $(-a-b)^2$ 和 $(a+b)^2$ 呢?

練習題 3 解方程: $(x+3)(x-3)-(x-2)^2=11$.

習題一〇二

1. 求下列各題的結果:

$$(1) (0.1m^3+n^2)(0.1m^3-n^2);$$

$$(2) (2x^3-3y^2z)^2;$$

$$(3) (a+2)^2(a-2)^2;$$

$$(4) (x^2+y^2+xy)(x^2+y^2-xy);$$

$$(5) (3x-2y+4z)^2.$$

2. 解方程: $(a+1)^2-3(a+1)(a-1)+2(a-1)^2=12$.

62. 二項式立方公式

(1) 两个数的和的立方公式 如果要求两个数的和 $(a+b)$ 的立方,依照乘法得

$$\begin{aligned}(a+b)^3 &= (a+b)^2(a+b) \\ &= (a^2+2ab+b^2)(a+b) \\ &= a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3 \\ &= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3.\end{aligned}$$

$$\text{所以 } (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

这就是说: 两个数的和的立方, 等于第一个数的立方, 加上第一个数的平方与第二个数乘积的三倍, 再加上第一个数与第二个数的平方乘积的3倍, 最后加上第二个数的立方.

(2) 两个数的差的立方公式 同样, 两个数的差 $(a-b)$ 的立方是:

$$\begin{aligned}(a-b)^3 &= (a-b)^2(a-b) \\ &= (a^2-2ab+b^2)(a-b) \\ &= a^3-2a^2b+ab^2-a^2b+2ab^2-b^3 \\ &= a^3-3a^2b+3ab^2-b^3.\end{aligned}$$

$$\text{所以 } (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

这就是说: 两个数的差的立方, 等于第一个数的立方, 减去第一个数的平方与第二个数乘积的3倍, 加上第一个数与第二个数的平方乘积的3倍, 再减去第二个数的立方.