



广义塑性力学

岩土塑性力学原理

YANTU SUOXING LIXUE YUANLI

郑颖人 沈珠江 龚晓南 著

中国建筑工业出版社

国家科学技术学术著作出版基金资助出版

广义塑性力学

岩土塑性力学原理

郑颖人 沈珠江 龚晓南 著

图书在版编目 (CIP) 数据

岩土塑性力学原理/郑颖人等著. —北京: 中国建筑
工业出版社, 2002
(广义塑性力学)
ISBN 7-112-05274-2

I. 岩... II. 郑... III. 岩土力学: 塑性力学
IV. TU4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 060867 号

本书是一本系统论述岩土塑性力学基础理论的学术专著。内容包括概论、应力-应变及其基本方程、屈服条件与破坏条件、塑性位势理论、加载条件与硬化规律、弹塑性本构关系、加卸载准则、应变空间中表述的弹塑性理论、考虑应力主轴旋转的广义塑性力学、岩土非线性弹性模型、岩土弹塑性静力模型、土的动力模型等。全书有相当的学术深度和广度, 反映了国内外最新的研究水平。

本书可作为岩土力学研究生用的教材, 也可供岩土力学与工程领域的科研、教学与工程设计技术人员参考。

责任编辑: 石振华

国家科学技术学术著作出版基金资助出版

广义塑性力学

岩土塑性力学原理

郑颖人 沈珠江 龚晓南 著

*

中国建筑工业出版社出版、发行 (北京西郊百万庄)

新华书店经销

北京蓝海印刷有限公司印刷

*

开本: 850×1168 毫米 1/16 印张: 15½ 字数: 437 千字

2002 年 11 月第一版 2003 年 4 月第二次印刷

印数: 1001—2000 册 定价: 46.00 元

ISBN 7-112-05274-2
TU·4924(10888)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

本社网址: <http://www.china-abp.com.cn>

网上书店: <http://www.china-building.com.cn>

**NATIONAL SCIENTIFIC AND TECHNOLOGICAL WORKS
PUBLICATION FOUNDATION**

Generalized Plastic Mechanics

**The Principles of Geotechnical
Plastic Mechanics**

Zheng Yingren Shen Zhujiang Gong Xiaonan

China Architecture and Building Press

序

本书是一本系统论述岩土塑性力学基础理论的学术专著。作为研究生用教材，本书已经大连理工大学等多所院校二年的试用和在清华大学等许多院校讲述、介绍，在几经修改、补充以后，现在正式付梓问世。

本书在搜集国内外众多有影响并具发展前景的岩土力学模型与算法的基础上，许多问题都是作者们多年来积累的研究成果，已经形成了广义塑性力学的体系框架，并在一些方面修正了当前多重屈服面理论和非关联流动法则等问题上已经沿袭多年的错误认识。全书内容有相当的学术深度和广度，特别在岩土本构模型演引上取材新颖，反映了国内外最新的研究水平。

众所周知，经典塑性力学是以理想匀质材料为研究对象而论作的，它难以确切表述真实岩土材料的力学机制，与岩土工程的实际受力和变形状态有一定出入，有的更会导致带本质性的偏误，这已被大量的实验所证实，但始终未有理论上的严格论证，也缺乏经修正完善的正确描述。本书在许多问题上重新设定了理论假设，经严密推导把传统的塑性力学原理扩大到广义塑性力学范畴，使之既适用于金属，又能为岩土类材料所用，它深富学术内涵，又有重要的工程实用价值。

本书对以下若干重要问题更有相当的拓展，包括：对德鲁克公设的评价；由真三轴试验得出能考虑压缩与剪胀的体积屈服面与洛德角方向的剪切屈服面；由土工试验得出土的广义塑性系列模型；对不同类土体采用不同屈服条件等等，不一而足。这些都是本书有创新特色的内容，在现有论作中似属少见，这是十分难能可贵的。

为了便于教学，书中还包含了一些传统的教学内容，但多数内容出于作者与国内同仁的研究成果，显示了我国专家们的研究水平，这是与一般教科书不同的特色。

本人在对全书粗读一过以后，深感本书的出版将是岩土力学教学与科研园地里的一株新葩，相信我国岩土力学与工程界的广大科研、教学和工程技术人员将从中深受教益，这是可以预期的。为此，谨写述了上面的一点文字，并乐以为之序。

孙钧 谨识
于同济大学

前 言

本书目的是编著一本适用于岩土类材料建模的塑性理论著作，并能当作研究生用的岩土塑性力学教材。因而要求既能提供反映岩土类摩擦材料变形机制的塑性理论，又能较系统、简明地阐明岩土塑性力学的原理。众所周知，经典塑性力学难以反映岩土类材料的变形机制，其计算结果与实际受力、变形状况有一定差异，还会出现定性上的失误。例如一些实际体缩的材料会算出体胀，反之体胀会算出体缩；又如岩土材料塑性应变增量方向与屈服面非正交，而按经典塑性力学算出的必然正交。诸如此类问题，国内外岩土力学界早有发觉，并通过大量试验加以证实。早在 20 世纪 70 年代，就指出岩土类材料不服从关联流动法则，提出了非关联流动法则及具有剪切屈服面与体积屈服面的双屈服模型等来修正计算。然而，长期以来始终没有形成较为严密的理论体系。作者及国内一些岩土力学工作者，在借鉴国外研究成果的基础上，经过潜心研究，注意到经典塑性力学中存在传统塑性势假设、关联流动法则假设与应力主轴不旋转的假设。正是这些假设，使经典塑性力学无法较好地适应岩土材料的变形机制。经作者与国内同仁共同努力，从固体力学原理出发，把经典塑性力学拓展为广义塑性力学，它既适用于岩土类材料，也适用于金属。

实际上国内已经有一些适应广义塑性理论的岩土本构模型，1980 年，沈珠江提出了已经广为应用的双屈服面模型；1988 年，郑颖人、严德俊提出的用主应力构成屈服面的三屈服面模型，近年杨光华提出的多重势面模型也都符合广义塑性理论。在本书中作者依据广义塑性力学，提出了更为完善的岩土本构模型，并采用试验拟合方法客观地确定土体的屈服条件。

本书力求反映我国岩土塑性力学水平与建立较为完善的力学体系。希望本书能对我国岩土力学的教学、科研与设计工作有所帮助，这是我们的最大愿望。鉴于广义塑性力学刚提出不久，以及我们的水平和经验有限，书中难免有错误和不当之处，恳请国内外专家和读者批评指正。

本书在郑颖人、龚晓南编著的《岩土塑性力学基础》一书前 6 章内容基础上作了新的发展，删去了原书中一些比较陈旧和不大实用的内容。扩展了应变空间中的弹塑性理论、考虑应力主轴旋转的广义塑性力学等新篇章。本书编写中得到了国内岩土力学界同仁的积极支持与帮助。书中引用了杨光华、俞茂宏、熊祝华、殷宗泽、李广信、张学言等研究成果。徐干成提供了第 12 章内容素材，刘元雪提供了第 9 章内容素材，并付出了辛勤劳动。著者在此一并表示衷心的感谢。

目 录

序	
前言	
第一章 概论	1
1.1 岩土塑性力学的发展史与研究方向	1
1.2 金属和岩土材料的试验结果	3
1.3 岩土塑性力学的基本假设及其特点	8
第二章 应力-应变及其基本方程	12
2.1 一点的应力状态	12
2.2 应力张量分解及其不变量	13
2.3 八面体应力、广义剪应力与纯剪应力	15
2.4 应力空间与 π 平面上的应力分量	17
2.5 洛德 (Lode) 参数与洛德角	19
2.6 各剪应力与最大主剪应力的比较	23
2.7 孔隙应力、有效应力与总应力	24
2.8 应力路径	25
2.9 一点的应变状态	28
2.10 应变空间与应变 π 平面	31
2.11 各种剪应变间的关系	31
2.12 应变路径	33
2.13 应变率、应变增量与应力增量	35
2.14 有限变形	36
2.15 应力和应变的基本方程	38
第三章 屈服条件与破坏条件	41
3.1 屈服条件与屈服面, 破坏条件与破坏面	41
3.2 金属材料的屈服条件	45
3.3 岩土材料的临界状态线	49
3.4 岩土材料的破坏条件	51
3.5 偏平面上破坏条件的形状函数	62
3.6 层状弱面体屈服条件与破坏条件	64
3.7 各向异性的屈服条件	70
第四章 塑性位势理论	72
4.1 德鲁克塑性公设	72
4.2 伊留辛塑性公设	76
4.3 传统塑性位势理论	78
4.4 传统塑性位势理论剖析	81
4.5 不计应力主轴旋转的广义塑性位势理论	83
4.6 广义塑性力学的基本特征	86
4.7 考虑弹塑性耦合的正交流动法则	87

第五章 加载条件与硬化规律	89
5.1 加载条件概述	89
5.2 硬化模型	91
5.3 岩土材料的加载条件	93
5.4 硬化定律的一般形式	102
5.5 硬化定律	103
5.6 广义塑性力学中的硬化规律	106
5.7 用试验拟合确定加载函数的方法	107
第六章 弹塑性本构关系	112
6.1 广义虎克定律	112
6.2 各向异性弹性应力-应变关系	115
6.3 无静水压力影响的理想塑性材料的本构关系	117
6.4 与广义米赛斯条件相关联流动法则	122
6.5 传统塑性力学中的一般应力-应变关系	124
6.6 理想塑性条件下几种屈服条件的增量本构关系	128
6.7 广义塑性力学中弹塑性应力-应变关系	134
6.8 弹塑性耦合的应力-应变关系	139
6.9 平面情况下层状材料的本构关系	142
第七章 加卸载准则	144
7.1 传统塑性力学中基于屈服面的加卸载准则	144
7.2 广义塑性力学中基于屈服面的加卸载准则	146
7.3 基于加卸载定义的加卸载准则	147
7.4 考虑土体压缩剪胀的综合型加卸载准则	149
第八章 应变空间中表述的弹塑性理论	150
8.1 应变表述的屈服条件和破坏条件	150
8.2 应变空间中的硬化定律	154
8.3 应变空间中的塑性位势理论与流动法则	155
8.4 应变空间中表述的应力-应变关系	156
第九章 考虑应力主轴旋转的广义塑性力学	161
9.1 应力增量的分解	161
9.2 考虑应力主轴旋转的广义塑性位势理论	163
9.3 岩土塑性应力-应变关系中的完全应力增量表述	164
9.4 旋转应力增量引起的塑性变形	166
9.5 考虑应力主轴旋转时的弹塑性应力-应变关系	169
9.6 算例	171
第十章 岩土非线性弹性模型	174
10.1 非线性弹性模型的三种类型	174
10.2 全量理论	175
10.3 Duncan-Chang 模型	180
10.4 Domaschuk-Valliappan 模型	183
10.5 南京水利科学研究院非线性模型	186
第十一章 岩土弹塑性静力模型	190
11.1 概述	190
11.2 剑桥模型	190

11.3	Lade 弹塑性模型	194
11.4	Desai 系列模型	200
11.5	南京水利科学研究所弹塑性模型	202
11.6	基于广义塑性力学的后勤工程学院弹塑性模型	205
第十二章	土的动力模型	209
12.1	土动应力-应变关系特点	209
12.2	等价粘弹性模型	210
12.3	边界面模型	213
12.4	饱和砂土实用弹塑性动本构模型	216
参考文献	223
附录	229
A	广义塑性势公式的数力学基础	229
B	应力主轴旋转时应力增量的分解	233
C	广义塑性力学的应用范围	234
名词索引	235
外国作者中译名	240

第一章 概 论

1.1 岩土塑性力学的发展史与研究方向

任何物体从受力到破坏一般要经历三个阶段：弹性、塑性与破坏。研究弹性阶段的受力与变形应采用弹性力学，在这一阶段内力与变形存在着完全对应的关系，当力消除后变形就完全恢复。塑性力学用来研究材料在塑性阶段内的受力与变形，这一阶段内的应力应变关系要受到加载状态、应力水平、应力历史与应力路径的影响。连续介质力学中，应力平衡方程和应变、位移的几何关系都是与材料性质与应力状态无关的，因而弹性力学与塑性力学的差别在于应力与应变之间的物理关系不同，即本构关系不同。弹性力学中，材料的本构关系服从广义虎克定律，应力-应变关系是线性的。而塑性力学中，应力-应变关系是非线性的。然而，应力-应变关系的非线性并不是弹、塑性的最本质差别。有些弹性材料也具有非线性性质。例如有一种非线性弹簧，它的力与位移之间的关系是非线性的，但是这种弹簧卸载后仍能恢复原状，因此它具有非线性弹性性质，而不具备塑性性质。塑性与弹性的本质差别在于材料是否存在不可逆的塑性变形，还在于塑性变形中加载和卸载时的变形规律不同，以及塑性应力-应变关系与应力历史和应力路径有关。

弹性力学中，应力与应变之间的关系是一一对应的，知道了应力立即可求出应变。这种应力和应变之间能建立一一对应关系的称全量关系。塑性力学中，由于塑性变形中加卸载规律不一样，当应力 σ 一定时，由于加载路径不同，可以对应不同的应变 ϵ 值如图 1-1 (a) 所示。反之，当给定 ϵ 值时，也可以对应于不同的 σ 值如图 1-1 (b) 所示。这说明在进入塑性状态后，如不给定加载路径是无法建立应力-应变之间的全量关系的。因而，通常在塑性理论中建立应力增量与应变增量的增量关系，而只有一些简单加载情况下（例如不卸载）才可能建立全量关系。在岩土塑性力学中一般只采用增量关系，只有在研究极限承载力问题时采用全量关系。

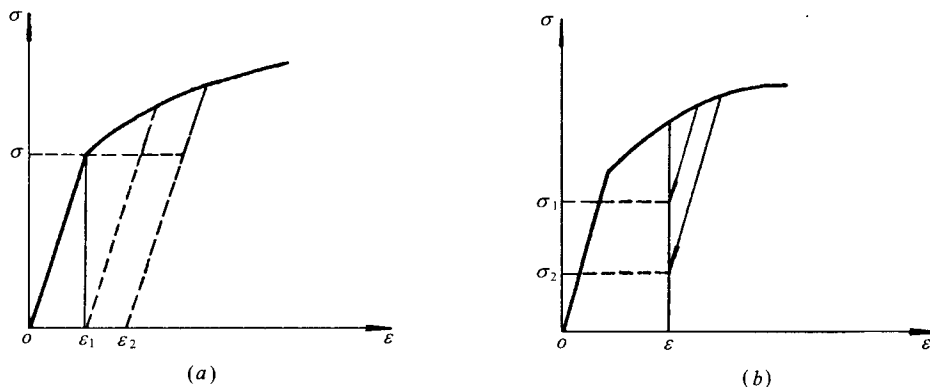


图 1-1 塑性状态下应力应变不对应关系

(a) 同一应力对应不同应变；(b) 同一应变对应不同应力

基于金属材料变形机制的传统塑性力学，作为一门独立学科距今已有百余年历史，一般认为它是在 1864 年屈瑞斯卡 (Tresca) 公布了最大剪应力屈服准则开始的。随后 1870 年圣维南 (Saint-Venant) 提出了平面情况下联系应力和应变的方程组。他认识到应力和塑性总应变之间没有一一对应关系，因而假设应变增量主轴与应力主轴重合。

适用于岩土类介质材料的塑性力学起源很早，例如土力学中 1773 年库仑 (Coulomb) 提出的土质

破坏条件，其后推广为莫尔——库仑准则。1857年朗肯（Rankine）研究了半无限体的极限平衡，提出了滑移面概念。本世纪初 Kötter（1903）建立了滑移线方法。Fellenius（1929）提出了极限平衡法。其后，索柯洛夫斯基（Sokolovskii）（1965）发展了滑移线法，太沙基（Terzaghi）（1943）等人发展了 Fellenius 的理论，用来求解土力学中的各种稳定问题。德鲁克（Drucker）和普拉格（Prager）等人，在 1952~1955 年间发展了极限分析方法，其后陈惠发（W.F.Chen）等人又在发展土的极限分析方面作过许多工作。可见，岩土材料的塑性解析方法已有了较大的发展。不过，上述方法一般只限于求解岩土极限承载力，而且不考虑材料的应力应变关系，因而有一定的局限性。

岩土塑性力学的最终形成主要在 20 世纪 50 年代末期以后，随着传统塑性力学、近代土力学、岩石力学及有限元法等数值计算方法的发展，岩土塑性力学逐渐形成一门独立的学科。1957 年，德鲁克等人首先指出了平均应力或体应变会导致岩土材料产生体积屈服，因而需在莫尔-库仑（Mohr-Coulomb）的锥形的空间屈服面上再加上一族帽形的屈服面，这是岩土塑性理论的一大进展。1958 年，英国剑桥大学罗斯科（Roscoe）及其同事提出了土的临界状态概念，此后又提出了剑桥粘土的弹塑性本构模型（1963），从理论上阐明了岩土弹塑性变形的特征，开创了土体的实用计算模型。自 20 世纪 70 年代前后到今岩土本构模型的研究十分活跃。迄今，它仍然处于百花齐放，方兴未艾的阶段。归纳起来，这一阶段的工作主要有以下几个方面：

1. 愈来愈发现，传统塑性力学不能充分反映岩土材料的变形机制。除了应考虑岩土材料的体积屈服、破坏准则中内摩擦影响及软化特性等外，还发现岩土材料具有塑性应变增量方向与应力增量的相关性，应用关联流动法则难以反映实际岩土的剪胀与剪缩状况，以及由于主应力轴旋转引起塑性变形等问题。这些都表明，传统塑性力学难以充分反映岩土材料的变形机制，从而导致一些新的模型不断出现：如所谓的不服从塑性势理论的模型、应用非关联流动法则的模型、封闭型屈服面模型、双屈服面模型或部分屈服面模型、多重屈服面模型、考虑应力洛德角影响的三维模型、应变空间表述的弹塑性模型以及基于内时理论的本构模型等。与此同时，它也推动了岩土塑性力学基本理论的发展，导致适应岩土材料变形机制的广义塑性力学的出现。

2. 建立了一些深层次岩土本构模型。除了各向同性等向硬化模型外，出现了考虑初始各向异性和后继各向异性的非等向硬化模型，复杂应力路径下的本构模型，动力本构模型以及粘弹塑性模型等。这类模型正在日趋完善，开始进入实用阶段。

3. 探索了一些新的本构模型，如岩土损伤模型、细观力学模型、应变软化模型、特殊土模型、结构性土模型和非饱和土模型等。最近还提出利用神经网络、遗传算法等智能化建模方法。

在此期间，国内外相继出版了一些岩土塑性力学方面的专著。1969 年，罗斯科等人出版了《临界状态土力学》专著，这是世界上第一本关于岩土塑性理论的专著，详细研究了土的实用模型。1982 年，W.F.Chen 出版了《工程材料本构关系》一书；1984 年，Desai 等人也出版了一本《工程材料本构定律》专著，进一步阐明了岩土材料变形机制，形成了较系统的岩土塑性力学。1982 年，Zienkiewicz 提出了广义塑性力学的概念，指出岩土塑性力学是传统塑性力学的推广。但他没有说明广义塑性力学的实质性含义。在国内，20 世纪 80 年代，清华模型、“南水”模型及其他双屈服面模型和多重屈服面模型相继出现。本书的前身《岩土塑性力学基础》（1983，1989）专著问世，该书收集和发展了新的岩土塑性力学内容，如不服从传统塑性位势理论的部分屈服面理论、考虑应力洛德角影响的三维空间模型，应变空间表述的塑性理论与多重屈服面塑性理论及岩土耦合理论等。然而，当前的岩土塑性理论远未发展完备，有些基本概念还不清晰和没有得到一致的理解；有些理论和模型缺乏科学的实验验证，因而岩土塑性理论当前正处于发展阶段，尚有待不断发展和深化。下面提出几点岩土塑性力学及其本构模型的发展方向：

- 1) 当前发展的岩土模型种类繁多，但有些不能反映岩土变形机制，有些又缺乏严密的理论依据。因而当务之急，是明确广义塑性力学的含义与概念，建立和发展适应岩土类材料变形机制的广义塑性力学体系，形成系统、严密的理论体系。这正是本书的目的，力求系统阐明广义塑性力学概念、内容与方法，建立基于广义塑性力学的本构模型。

2) 力学计算的准确性, 既取决科学严密的理论, 又取决于符合实际的力学参数。因而, 必须在岩土力学发展中, 坚持理论、试验及工程实践相结合的研究方法, 完善测试仪器与方法。本书把如何通过试验确定屈服条件及其参数作为一项重要研究内容, 以提供客观与符合实际的力学参数。

3) 进一步发展深层次的岩土塑性理论与模型, 建立复杂加荷条件下、各向异性情况下、动力加荷以及非饱和土情况下的各类实用模型。

4) 探索新理论和新模型, 在岩土塑性力学中引入损伤力学、不连续介质力学以及智能算法等新理论; 宏微观结合, 开创土的新一代结构性本构模型。

5) 研究岩土材料的稳定性、应变软化、损伤、应变局部化(应变集中)与剪切带等问题。这是描述岩土介质真实破坏过程的理论, 虽然这项研究起步不久, 但对判断岩土工程的失稳与破坏起着重大的作用, 因而必将成为岩土塑性力学中的重要组成部分。

1.2 金属和岩土材料的试验结果

1.2.1 金属材料的基本试验

在传统塑性力学中, 有两个基本试验, 一个是金属材料的单向拉伸试验; 另一个是材料在静水压力作用下, 物体体积变形的试验, 这两个试验是建立传统塑性理论的基础。

1. 金属材料简单拉压试验

图 1-2 示钢材圆柱形试件在常温静载下的一条典型应力-应变曲线。其中 A 点是材料的比例极限 σ_p , B 点是材料的弹性极限 σ_e , 对某些金属材料如低碳钢, 这时出现一段应力不变而应变可以增长的屈服阶段, 因此又称屈服应力 σ_s 。在比例极限以前, 应力与应变成线性关系, 可以严格用虎克定律表示, 在 A 点以后应力与应变进入非线性阶段。在超过弹性极限以后, 如果在任一点 C 处卸载, 应力与应变之间, 将不再沿原有曲线退回原点, 而是沿一条接近平行于 OA 线的 CFG 线(图 1-3 (a)) 变化, 直到应力下降为零, 这时应变并不退回到零。OG 是保留下来的永久应变, 称为塑性应变, 以 ϵ^p 表示。如果从 G 点重新开始拉伸, 应力与应变将沿一条很接近于 CFG 的线 GF'C' 变化, 直至应力超过 C 点的应力以后才又发生新的塑性变形。表明经过前次塑性变形以后弹性极限提高了, 新

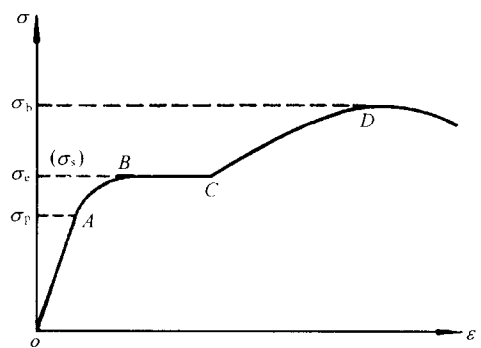


图 1-2 金属的应力-应变曲线

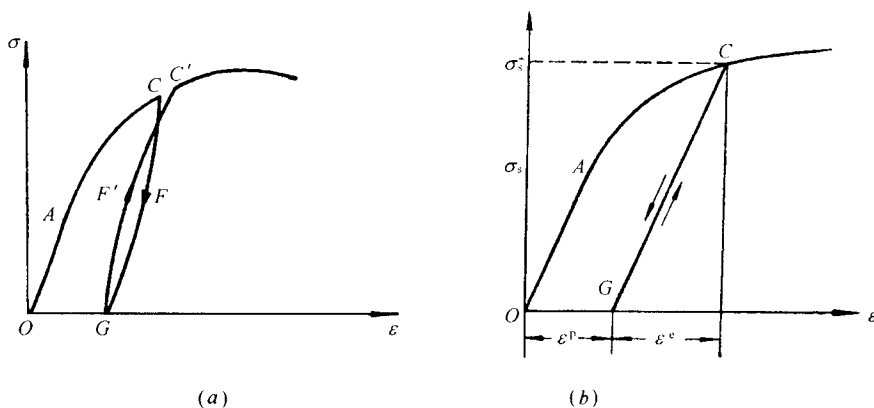


图 1-3 加卸载过程的应力-应变曲线
(a) 实际状况; (b) 理想化状况

的弹性极限以 σ_s^+ 代表, 为了与初始屈服应力相区别, 称为加载应力 ($\sigma_s^+ > \sigma_s$), 这种现象称为加工硬化或应变硬化。对于低碳钢材料, 在屈服阶段中, 卸载后重新加载并没有上述强化现象, 被称为理想塑性或塑性流动阶段。

线段 CFG 和 $GF'C'$ 组成一个滞后回线, 对于一般金属来说, 其平均斜率和初始弹性阶段的弹性模量 E 相近, 从而可将加卸载的过程理想化为图 1-3 (b) 的形式, 并取 CG 的斜率 $= E$ 。在 CG 段中变形处于弹性阶段, 它和 OA 段的区别只是多了一个初始应变 ϵ^p , 总的应变是: $\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^p$, $\epsilon^p = \epsilon - \frac{\sigma}{E}$ 。在 CG 段中 ϵ^p 不变, 在 BCD 曲线上 (图 1-2) ϵ^p 随应力而改变 $\epsilon^p = \epsilon^p(\sigma)$ 。

D 点是载荷达到最高时的应力, 称为强度极限 σ_b 。在 D 点以后应力开始下降。

以上描述的是简单拉伸过程, 单向压缩时一般也有类似情况, 压缩时的弹性极限与拉伸时的弹性极限相近 (图 1-4 (a) 中 B 与 B' 两点)。

如果试验中, 在卸去全部拉伸荷载之后, 继续在相反方向加上压缩荷载, 则从 σ - ϵ 图中可以看到 (图 1-4 (a)) 在 σ 轴的负方向, 继续有一直线 GH , 以对应于 H 点的应力为 σ_s^- , 当压应力增长时, 将出现压缩的塑性变形。如果 $|\sigma_s^-| < \sigma_s$, 表明经过拉伸塑性变形后改变了材料内部的微观结构, 使得压缩的屈服应力有所降低, 同样在压缩时经过压缩塑性变形提高压缩的屈服应力后, 拉伸的屈服应力也会有所降低, 这种现象叫做包辛格 (Bauschinger) 效应, 或简称包氏效应, 这时 $\sigma_s^+ + |\sigma_s^-| = 2\sigma_s$ 。有些材料并没有包氏效应, 相反, 由于拉伸而提高其加载应力时, 在压缩时的加载应力也同样得到提高, 如图 1-4 (b) 所示, 这时 $\sigma_s^+ = |\sigma_s^-| > \sigma_s$ 。

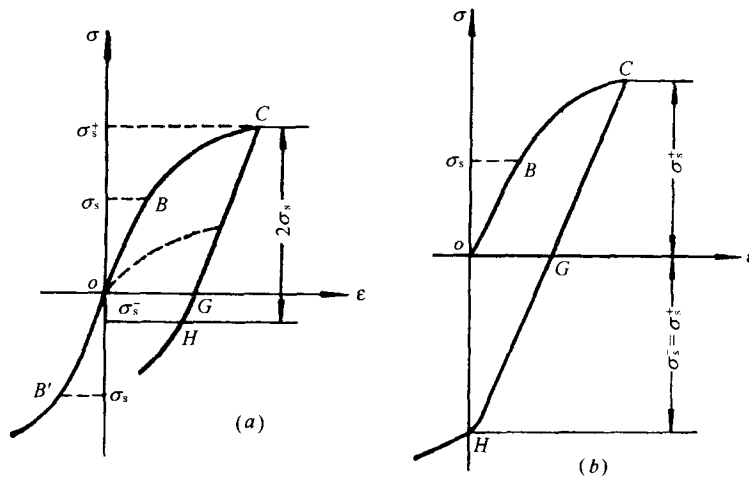


图 1-4 屈服应力的变化
(a) 有包辛格效应; (b) 无包辛格效应

2. 静水压力 (各向均匀受压) 试验结果

勃里奇曼 (Bridgman) 通过试验曾对静水压力对变形过程影响作了比较全面的研究。

试验表明, 在压力不太大的情况下, 体积应变实际上与静水压力成线性关系。对于一般金属材料, 可以认为体积变化基本上是弹性的, 除去静水压力后体积变形可以完全恢复, 没有残余的体积变形。因此, 在传统塑性理论中常假定不产生塑性体积变形, 而且在塑性变形过程中, 体积变形与塑性变形相比, 往往是可以忽略的, 因此在塑性变形较小时, 忽略体积变化, 认为材料是不可压缩的假设是有实验基础的。

Bridgman 和其他研究人员的实验结果确认, 在静水压力不大条件下, 静水压力对材料屈服极限的影响完全可以忽略。因此在传统塑性力学中, 完全不考虑体积变形对塑性变形的影响。但也有一些金属例外, 如铸造金属等, 则不能忽略静水压力的影响。

1.2.2 岩石类介质的压缩试验结果

岩石类介质在一般材料试验机上不能获得全应力-应变曲线，它仅能获得破坏前期的应力-应变曲线，因为岩石在猛烈的破坏之后便失去了承载力。这是由于一般材料试验机的刚度小于岩石试块刚度的缘故。因此，在试验中，试验机的变形量大于试件的变形量，试验机贮存的弹性变形能大于试件贮存的弹性变形能。这样，当试件产生破坏时，试验机储存的大量弹性能也立即释放，并对试件产生冲击作用，使试件产生剧烈破坏，实际上，多数岩石从开始破坏到完全失去承载力，是一个渐变过程。采用刚性试验机和伺服控制系统，控制加载速度以适应试件变形速度，就可以得到岩石全程应力-应变曲线。

岩石和混凝土等材料的典型全应力-应变曲线，如图 1-5 所示。

图 1-5 中 OA 段曲线缓慢增大，反映岩石试件内裂缝逐渐压密，体积缩小。进入 AB 段曲线斜率为常数或接近常数，可视为弹性阶段，此时体积仍有所压缩， B 点称为屈服强度。 BC 段随着荷载继续增大，变形和荷载呈非线性关系，这种非弹性变形是由于岩石内微裂隙的发生与发展，以及结晶颗粒界面的滑动等塑性变形两者共同产生。对于脆性非均质的岩石，前者往往是主要的，这是破坏的先行阶段。从 B 点开始，岩石就出现剪胀现象（即在剪应力作用下出现体积膨胀）的趋势，通常体应变速率在峰值 C 点左右达到最大，并在 C 点附近总体积变形已从收缩转化为膨胀。 CD 段曲线下降，岩石开始解体，岩石强度从峰值强度下降至残余强度，这种情况叫做应变软化或加工软化，这是岩土类材料区别于金属材料的一个特点。在软化阶段内，岩土材料成为不稳定材料，传统塑性力学中的一些结论不适用于这种材料。从上述试验还可以看出，岩土材料还具有剪胀（缩）性，亦即在纯剪应力的作用下岩土材料也会产生塑性的体积应变（膨胀或收缩），这也是岩土不同于金属材料的一个特点。

当反复加载时，实际上应力应变曲线形成一定的滞环（图 1-5），但通常仍可近似按图中 EF 代替，且认为 OA 段可忽略，卸载是弹性的，卸载模量与初始阶段弹性模量相等，这叫做弹塑性不耦合。不过实验表明，在较大变形时，岩石的卸载弹性模量将要变化，即卸载模量不等于初始弹性模量，这种情况叫做弹塑性耦合。这又是岩土类介质材料不同于金属材料的又一个特点。

对于岩石应用更广的是岩石的三轴压缩试验。三轴压缩试验有两种方式：一种是主应力 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ，称三向不等压试验，要采用真三轴压力机进行试验。另一种是 $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ ，这是常用的三轴压缩试验，为获得全应力-应变曲线还应采用刚性三轴压力机。

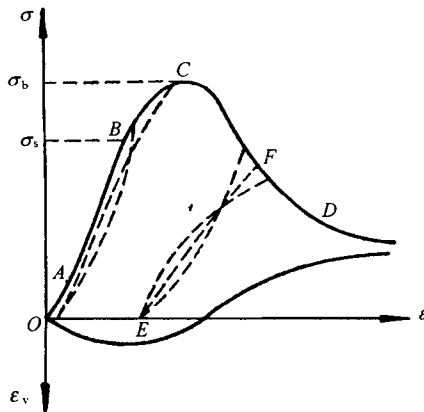


图 1-5 岩石的应力-应变曲线

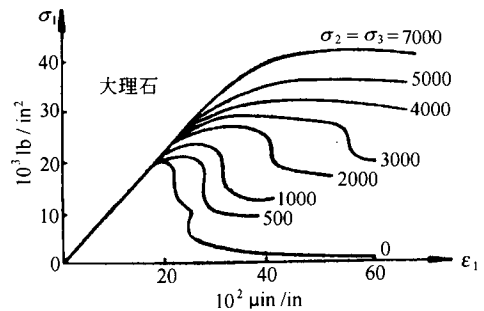


图 1-6 岩石的三轴试验应力-应变曲线

岩石的典型的三轴试验应力-应变曲线，如图 1-6 所示。由图可见，围压 $\sigma_2 = \sigma_3$ 对应力应变曲线和岩体塑性性质有明显影响。当围压低时，屈服强度低，软化现象明显。随着围压增大，岩石的峰值强度和屈服强度都增高，塑性性质明显增加。

1.2.3 土的压缩试验结果

1. 土的单向固结压缩试验与三向固结压缩试验

从单向固结试验或三向固结试验可得出，在固结应力条件下孔隙比 e 与固结应力 p 的关系曲线，或在静水压力条件下体应变 ϵ_v 与静水压力 p 的关系曲线，如图 1-7 (a) 所示。无论是正常固结土或松砂，还是超固结土或密砂，图 1-7 的曲线形状都适用。但超固结的应力不同，得出的 ϵ_v-p 或 $e-p$ 曲线的位置也不同，超固结应力小，曲线位置高，超固结应力大，曲线位置低。

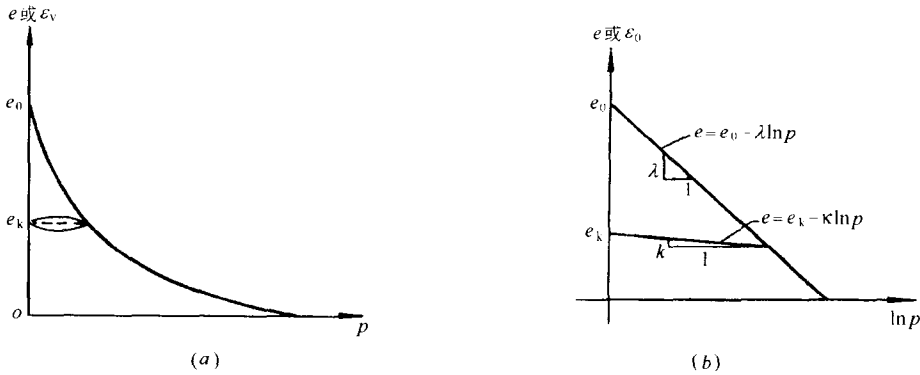


图 1-7 固结应力下土的应力应变曲线

静水压力或固结条件下的 ϵ_v-p 或 $e-p$ 关系曲线显然是非线性的，但对于初始加载时的正常固结土或松砂 $\epsilon_v-\ln p$ 或 $e-\ln p$ 关系曲线常接近于一条直线，如图 1-7 (b) 所示，因此可用下列方程表示：

$$e = e_0 - \lambda \ln p \quad (1.2.1)$$

上述公式中，按岩土力学中的一般规定， p 以压为正。 e_0 为 $p = 1.04\text{kN/m}^2$ 时的孔隙比， λ 为压缩指数。卸载与再加载时 $e-p$ 关系曲线为

$$e = e_k - \kappa \ln p \quad (1.2.2)$$

其中 e_k 为卸载时， $p = 1.04\text{kN/m}^2$ 时的孔隙比， κ 为膨胀指数。

由上可见，土与岩石一样，其体应变不是纯弹性的，这是与金属材料不同的。

2. 土的三轴剪切试验结果

(1) 常规三轴试验

应用三轴不等压压缩试验（即三轴剪切试验），可测得土的应力-应变曲线。试验的具体方法一般有如下两种。一是 σ_r 不变的三向压缩固结试验，即试验时径向压力 $\sigma_r = \sigma_2 = \sigma_3$ 不变，增加轴向压力 $\sigma_z (= \sigma_1)$ 直到破坏。然后再另取一土样，采用一新的 σ_r 值，再作同样试验，如此可得一组应力-应变曲线。另一是试验时减小 σ_r 值，加大 σ_z 值，但 $3p = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sigma_z + 2\sigma_r$ 维持不变的一组试验。排水条件下的试验曲线，按岩土材料的不同基本上有如下几种情况。

对于正常固结粘土与松砂，其应力-应变曲线为双曲线（图 1-8 (a)、(b)），其曲线方程为：

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\epsilon_1}{a + b\epsilon_1} \quad (1.2.3)$$

式中 a 、 b ——实验常数；

ϵ_1 ——轴向应变。

从图 1-8 (a) 表明，从 O 至 A 土是线弹性的， A 点以上变形可以部分恢复，即出现塑性。 C 点处应变是弹性部分 $C'C'$ 与塑性部分 $C'C$ 之和。如 C 点处卸载，则自 CDE 进行卸载与再加载，一般 DC 段斜率也近似等于 OC' 的斜率。 AC 段是应变硬化段，体积应变 ϵ_v 为压缩变形。

对于超固结粘土或密实砂，其应力-应变曲线见图 1-8 (c)，方程可写成

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\epsilon_1(a + c\epsilon_3)}{(a + b\epsilon_1)^2} \quad (1.2.4)$$

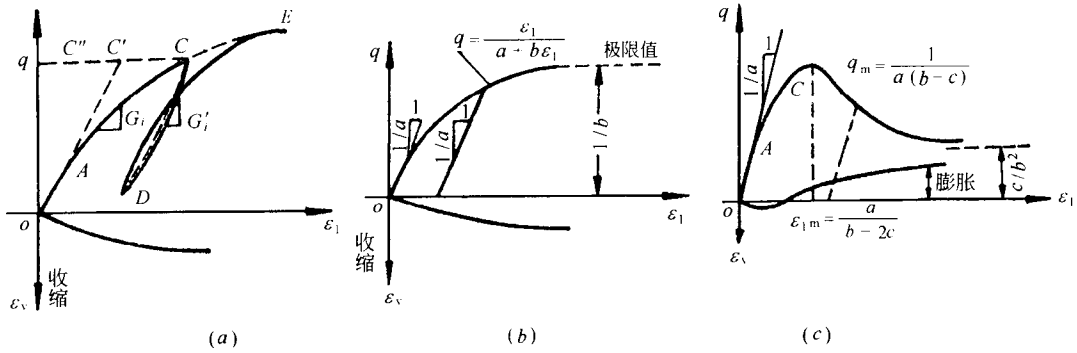


图 1-8 土的三轴应力-应变曲线

其中 a 、 b 为实验常量。当加载时，开始时土体体积稍有收缩，此后随即膨胀，曲线有两个阶段，应变硬化阶段与软化阶段。实际上，当应变具有硬化与软化两个阶段时，常在硬化阶段后期就开始出现体积膨胀。一些中密砂、弱超固结土等即使不发生应变软化，也会出现体积膨胀（图 1-10a）。此外，在软化段，弹塑性耦合现象也较为明显，即随着软化现象的增大，土的变形模量逐渐减小。

介于硬化与软化之间的应力-应变曲线，就是理想塑性材料的应力-应变曲线（图 1-9）。这种应力-应变曲线在传统塑性理论中应用很广，但在岩土中所遇不多。尽管这种曲线与岩土性质有较大差别，但由于简单，所以实际上仍被应用。图中 OY 代表弹性阶段应力-应变关系， Y 点就是屈服点，过 Y 点后，应力-应变关系是一条水平线 YN ，这条水平线代表塑性阶段。在这阶段应力不能增大，而变形却逐渐增大，自 Y 点起所产生变形都是不可逆变形。卸荷时卸荷曲线坡度与 OY 线坡度相等，重复加荷时亦将沿这条曲线回到原处。在塑性阶段，材料的体积将保持不变，亦即泊松比

$\nu = \frac{1}{2}$ 。显然，这种材料与应变硬化和软化的材料有很大的不同。

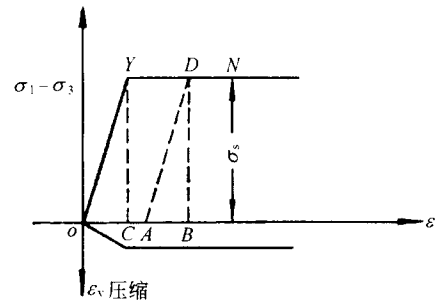


图 1-9 理想塑性材料应力-应变曲线

(2) 真三轴试验

土体在真三轴试验条件下，其应力-应变曲线的形态是会变化的。例如图 1-10 中，当 $\sigma_2 = \sigma_3$ 时，即常规三轴试验条件下，应力-应变曲线是应变硬化的（图 1-10 (a)），而真三轴试验条件下为一驼峰形曲线，既有应变硬化段，又有应变软化段（图 1-10 (b)、(c)）。令

$$b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad (1.2.5)$$

随着 b 的增大，加、卸载曲线变陡； $(\sigma_1 - \sigma_3)$ 的峰值点提前；材料的破坏更接近于脆性破坏；卸载时体积有些回弹、剪胀量减小。由图 1-10 (a) 可见，并非所有应变硬化曲线都出现剪缩，而是一般在低应力下出现剪缩现象，因而在应变硬化情况下，也应视土性考虑剪胀。试验表明，岩石和土具有同样的性质，随着试验条件的不同，应力-应变曲线都会发生变化。

综上所述，土在三轴情况下，随土性和应力路径不同，应力-应变曲线有两种形式：一是硬化型，一般为双曲线；另一为软化型，一般为驼峰曲线。而体变曲线，对应变硬化型应力-应变曲线：一种是压缩型（图 1-8 (b)），不出现体胀；另一种是压缩剪胀型（图 1-10 (a)），先缩后胀。对应软化型应力-应变曲线，体变曲线总是先缩后胀（图 1-8 (c)）。基于上述，可把岩土材料分为三类：压缩型，如松砂、正常固结土；硬化剪胀型，如中密砂、弱超固结土；软化剪胀型，如岩石、密砂与超固结土。

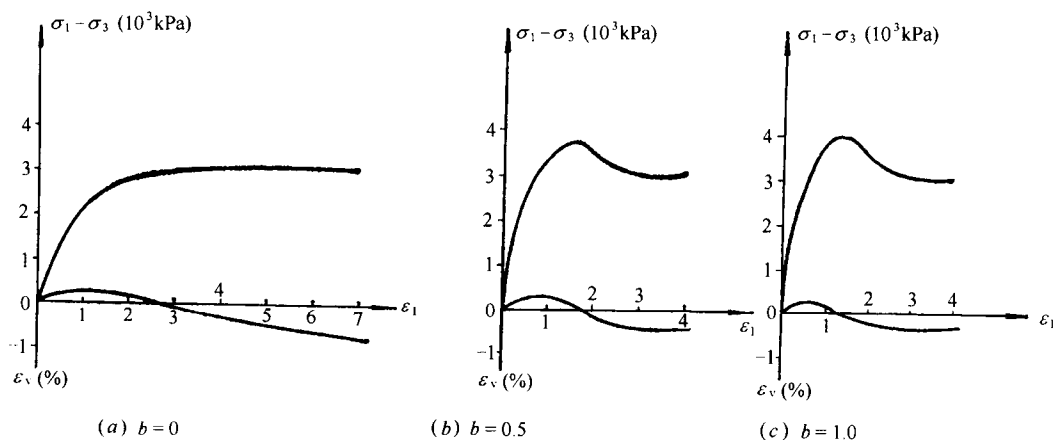


图 1-10 承德中密砂的真三轴试验 ($\sigma_3 = 100\text{kPa}$)

(引自清华大学李广信博士论文)

1.3 岩土塑性力学的基本假设及其特点

1.3.1 岩土类材料的基本力学特点

岩土塑性力学与传统塑性力学的区别，在于岩土类材料与金属材料具有不同的力学特征。金属是晶体材料，而岩土类是由颗粒材料组成的多相体，也称为多相体的摩擦型材料。正是由于岩土类材料具有与金属材料不同的材料特性，决定了岩土类材料有许多不同于金属的力学特征。岩土类材料最基本的力学特性，大致可归纳为以下几点：

1. 在一定范围内，岩土抗剪强度和刚度随压应力的增大而增大，这种特性可称为岩土的压硬性。大家知道，岩土的抗剪强度不仅由粘结力产生，而且由内摩擦角产生。这是因为岩土由颗粒材料堆积或胶结而成，属于摩擦型材料，因而它的抗剪强度与内摩擦角及压应力有关，而金属材料不具这种特性，抗剪强度与压应力无关。

2. 岩土为多相材料，岩土颗粒中含有孔隙，因而在各向等压作用下，岩土颗粒中的水、气排出，就能产生塑性体变，出现屈服，而金属材料在等压作用下是不会产生体变的。这种特性可称为岩土的等压屈服特性。

3. 与金属材料不同，岩土的体应变还与剪应力有关，即剪应力作用下，岩土材料会产生塑性体应变（膨胀或收缩），一般称为岩土的剪胀性（包含剪缩性）。反之，岩土的剪应变也与平均应力有关，在平均压应力作用下引起负剪切变形，导致刚度增大，这也是压硬性的一种表现。

上述这种应力球张量与偏张量的交叉作用，对纯粹的连续体，在弹性力学、传统塑性力学中都是不存在的。严格来说，违背了传统连续介质力学的概念。然而岩土是多相颗粒体有剪胀或剪缩。

我们考察颗粒摩擦材料与一般连续介质材料的两个微单元。图 1-11 (a) 是一般连续介质材料，球应力只产生球应变，偏应力只产生偏应变；而图 1-11 (b) 表示颗粒摩擦材料微元，球张量与偏张量存在交叉影响。显然，这在传统连续介质力学概念上是不合情理的。因而严格来说，颗粒摩擦材料微元不宜采用连续材料微元，采用能反映颗粒成分及颗粒相互影响的细观力学模型更为合理。

4. 土体塑性变形依赖于应力路径已经逐步为人们所公认。亦即土的本构模型，计算参数的选用都应与应力路径相关。例如，应力路径的突然转折会引起塑性应变增量方向的改变，也就是说，塑性应变增量的方向与应力增量的方向有关，而不像传统塑性位势理论中规定的塑性应变增量方向只与应力状态有关，而与应力增量无关。还有，当主应力值不变，主应力轴方向发生改变时土体也会产生塑性变形，而基于传统塑性力学的本构模型不可能算出这种塑性变形。目前，塑性变形对应力路径的依赖