

# 铸造中非电量电测技术

徐 林 编著

中国科学技术出版社

# 铸造中非电量电测技术

徐 林 编著

中国科学技术出版社

(京)新登字 175 号  
图书在版编目(CIP)数据  
ISBN 7-5046-1228-6

I. 铸…  
I. 徐…  
I. ①铸造—应用—电测法,非电量 ②电测法,非电量—应用  
—铸造  
N. TG2

## 内容提要

本书主要介绍非电量电测技术的基本知识,各种常用传感器的基本原理和应用,常用的测量、显示、记录仪表非电量测试系统,以及微型计算机在测试中的应用。

本书可供工程技术人员,高校及中专师生使用。

### 铸造中非电量电测技术

徐林 编著

责任编辑:赵兰慧

封面设计:周广森

正文设计:王立新

※

中国科学技术出版社出版

北京海淀区白石桥路 32 号 邮编编码:100081

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

北京林业大学印刷厂印刷

※

开本:787×1092 毫米 印张:12 插页: 字数:280 千字

1993 年 10 月第一版 1993 年 10 月第 1 次印刷

印刷:1—1000 册 定价:12.00 元

ISBN 7-5046-1228-6/TM·6

## 前　　言

随着科学技术的进步，以及生产发展的实际需要，人们对于实验研究的结果和产品质量的要求越来越高。这就需要对实验和产品生产过程进行严格的控制，对实验和生产所用的原材料进行严格的检验；这就需要采用满足实验和生产要求的先进检测技术。非电量电测技术正是根据这种需要逐步建立和发展起来的新的检测技术。它和其他一些传统的检测技术比较起来，具有更多的优点，如快速、动态、远距离测量、测试结果能及时的显示和记录，必要时还可送入计算机进行数据处理等等。正因如此，非电量电测作为一项新的检测技术，被日益广泛地应用在科学实验和工程技术中。

本书着重介绍了有关非电量电测的基本知识，以及它们在铸造实践中（科研、生产、教学等方面）的应用。通过阅读使读者对其有一个基本的了解，也为今后在实际工作中应用这一检测技术打下一个初步的基础。

本书主要内容包括：信号分析、常用传感器的基本工作原理和应用，常用测量、显示和记录仪表、电测系统以及微机在检测技术中的应用。

该书在编写中得到刘颐广、宋伟等同志的帮助，在此一并表示衷心感谢！

限于编者的学识水平，加之时间仓促，书中的错误和不妥之处难免，敬请读者批评指正。

编著者：徐林

1993年3月

# 目 录

概 述 .....	( 1 )
<b>第一章 信号分析 .....</b>	<b>( 3 )</b>
§ 1.1 信号的描述与分类 .....	( 3 )
1. 1. 1 信号的描述 .....	( 3 )
1. 1. 2 信号的分类 .....	( 3 )
1. 1. 3 典型信号的数学表达式和波形 .....	( 5 )
§ 1.2 周期信号的傅里叶级数和离散频谱 .....	( 7 )
1. 2. 1 周期信号的傅里叶级数 .....	( 7 )
1. 2. 2 周期信号的离散频谱 .....	( 8 )
§ 1.3 非周期信号的傅里叶级数和连续频谱 .....	( 10 )
§ 1.4 随机信号 .....	( 10 )
1. 4. 1 随机过程的一般关系 .....	( 10 )
1. 4. 2 随机信号的特性 .....	( 11 )
<b>第二章 常用传感器的基本原理和应用 .....</b>	<b>( 17 )</b>
§ 2.1 电阻式传感器 .....	( 17 )
2. 1. 1 电阻应变式传感器的组成及工作原理 .....	( 17 )
2. 1. 2 电阻应变片 .....	( 19 )
2. 1. 3 弹性元件 .....	( 26 )
2. 1. 4 应变片的粘合剂及粘贴技术 .....	( 28 )
2. 1. 5 电阻应变式传感器的测量电路 .....	( 30 )
2. 1. 6 电阻应变式传感器的特点 .....	( 31 )
2. 1. 7 电阻应变式传感器的应用实例 .....	( 31 )
§ 2.2 电感式传感器 .....	( 35 )
2. 2. 1 电感(自感)传感器 .....	( 35 )
2. 2. 2 互感传感器 .....	( 42 )
2. 2. 3 电感传感器和差动互感传感器的特点 .....	( 45 )
2. 2. 4 铸造生产中的应用实例——电感式铸造线收缩测量仪 .....	( 45 )
§ 2.3 电容式传感器 .....	( 47 )
2. 3. 1 电容式传感器的工作原理 .....	( 47 )
2. 3. 2 容式传感器的类型及特性 .....	( 48 )
2. 3. 3 电容式传感器的测量电路 .....	( 52 )
2. 3. 4 电容式传感器的特点 .....	( 54 )
2. 3. 5 铸造生产中的应用实例——电容法快速测定型砂水分 .....	( 54 )

§ 2.4 热电式传感器	(57)
2. 4. 1 热电偶传感器的物理基础	(57)
2. 4. 2 热电偶的类型	(60)
2. 4. 3 热电偶参考端温度为波动值的补正法	(64)
2. 4. 4 热电偶实用测温线路	(67)
§ 2.5 压电式传感器	(68)
2. 5. 1 压电效应	(69)
2. 5. 2 压电材料	(71)
2. 5. 3 压电传感器	(71)
2. 5. 4 压电传感器的辅助电路	(73)
§ 2.6 光电传感器	(74)
2. 6. 1 光电效应	(74)
2. 6. 2 光电元件	(74)
2. 6. 3 光电传感器的应用实例	(76)
§ 2.7 激光传感器	(78)
2. 7. 1 激光的特性及形成	(78)
2. 7. 2 激光器	(79)
2. 7. 3 激光传感器的应用实例——激光自动浇铸系统	(80)
§ 2.8 电涡流式传感器	(81)
2. 8. 1 高频反射式电涡流传感器	(81)
2. 8. 2 低频透射式电涡流传感器	(82)
<b>第三章 测量、显示和记录仪表</b>	(84)
§ 3.1 磁电动圈式仪表	(84)
3. 1. 1 磁电动圈式仪表的结构和工作原理	(84)
3. 1. 2 动圈测量机构	(85)
3. 1. 3 测量电路	(87)
3. 1. 4 电子调节电路	(89)
3. 1. 5 磁电动圈式指示调节仪表的特点	(90)
§ 3.2 电位差计	(90)
3. 2. 1 手动电位差计	(91)
3. 2. 2 电子电位差计	(94)
§ 3.3 函数记录仪	(99)
3. 3. 1 函数记录仪(自动平衡式记录仪)工作原理	(99)
3. 3. 2 函数记录仪的主要组成	(100)
3. 3. 3 函数记录仪特性	(103)
§ 3.4 光线示波器	(105)
3. 4. 1 光线示波器的组成及工作原理	(105)
3. 4. 2 光线示波器的光学系统和磁系统	(106)
3. 4. 3 振动子	(107)

3. 4. 4 光线示波器的特点 .....	(114)
§ 3.5 磁带记录仪 .....	(117)
3. 5. 1 磁带记录仪的结构 .....	(117)
3. 5. 2 模拟式磁带记录仪的工作原理 .....	(117)
3. 5. 3 磁带记录仪的特点 .....	(119)
§ 3.6 应变仪 .....	(120)
3. 6. 1 应变仪的结构和工作原理 .....	(121)
3. 6. 2 对应变仪各主要组成部分的基本要求 .....	(122)
3. 6. 3 应变仪组成电测的特点 .....	(125)
§ 3.7 数字式仪表 .....	(126)
3. 7. 1 数模和模数转换原理及转换器 .....	(126)
3. 7. 2 数字式仪表的工作原理及应用 .....	(131)
3. 7. 3 数字电压表的组成及工作原理 .....	(131)
3. 7. 4 数字式仪表的特点和发展趋势 .....	(133)
<b>第四章 非电量电测系统.....</b>	<b>(135)</b>
§ 4.1 测试系统的基本组成与要求 .....	(135)
4. 1. 1 测试系统的组成 .....	(135)
4. 1. 2 测试系统的基本要求 .....	(136)
§ 4.2 信号调节器 .....	(136)
4. 2. 1 信号调节器的作用及类型 .....	(136)
4. 2. 2 信号调节器的基本要求 .....	(137)
§ 4.3 信号记录器 .....	(138)
4. 3. 1 信号记录器的类型 .....	(138)
4. 3. 2 信号记录器的选择 .....	(138)
§ 4.4 数据处理器及外围设备 .....	(140)
4. 4. 1 数据处理器 .....	(140)
4. 4. 2 数据处理的外围设备 .....	(140)
§ 4.5 校准器 .....	(140)
4. 5. 1 标准电压源 .....	(141)
4. 5. 2 标准电流源 .....	(141)
4. 5. 3 标准电阻 .....	(141)
4. 5. 4 标准电容 .....	(141)
4. 5. 5 标准电感 .....	(141)
4. 5. 6 标准电荷源 .....	(141)
§ 4.6 抗干扰技术 .....	(142)
4. 6. 1 干扰的种类 .....	(142)
4. 6. 2 耦合方式 .....	(142)
4. 6. 3 干扰方式 .....	(144)
4. 6. 4 干扰抑制 .....	(145)

§ 4.7 几种典型的测试系统 .....	(149)
4.7.1 瞬态测量的测试系统 .....	(149)
4.7.2 多路称重测试系统 .....	(149)
4.7.3 多种模拟信号的测试系统 .....	(151)
<b>第五章 微机在测试中的应用.....</b>	<b>(152)</b>
§ 5.1 概述 .....	(152)
5.1.1 智能仪表 .....	(152)
5.1.2 形成控调系统 .....	(152)
5.1.3 进行数据处理 .....	(153)
§ 5.2 测试的微机化 .....	(153)
5.2.1 仪器微机化后的特点 .....	(153)
5.2.2 测试中常用的微机 .....	(155)
5.2.3 微机选用原则 .....	(156)
§ 5.3 测试的微机化技术 .....	(158)
5.3.1 数字滤波 .....	(158)
5.3.2 标度变换 .....	(160)
5.3.3 线性化处理 .....	(160)
§ 5.4 WH-11 红外微机测温仪 .....	(162)
5.4.1 红外微机测温仪的工作原理 .....	(162)
5.4.2 红外微机测温仪的工作过程 .....	(163)
§ 5.5 胶带配料秤 .....	(167)
5.5.1 胶带配料秤的工作原理 .....	(167)
5.5.2 胶带配料秤硬件结构 .....	(167)
5.5.3 配料秤的控制和测量原理 .....	(169)
§ 5.6 合金流动性微机测试仪 .....	(170)
5.6.1 合金流动性测试仪的基本原理 .....	(170)
5.6.2 测试仪的硬件结构 .....	(171)
5.6.3 流动性测试仪的软件编程 .....	(172)
5.6.4 小结 .....	(173)
§ 5.7 微机在热分析法中的应用 .....	(173)
5.7.1 热分析法的工作原理 .....	(173)
5.7.2 微机热分析仪 .....	(174)
<b>主要参考文献 .....</b>	<b>(177)</b>
<b>附录 1 铂铑—铂热电偶分度表 .....</b>	<b>(178)</b>
<b>附录 2 镍铬—镍硅(铝)热电偶分度表 .....</b>	<b>(181)</b>

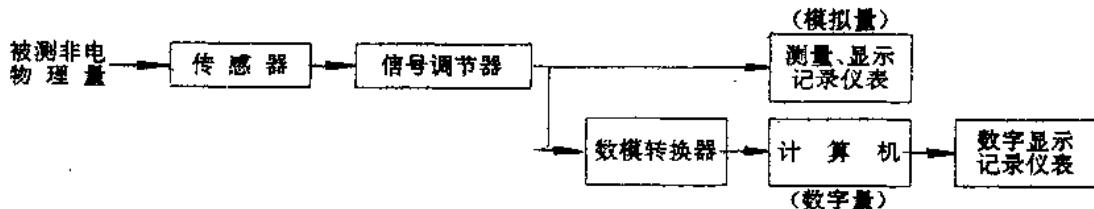
## 概 述

在科学实验和工程技术中，我们所遇到大量的待测参数，它们大多是一些非电物理量，如温度、压力、浓度、位移、速度、振动等等。这些参数常常是难于做到对它进行全过程、动态、快速的测量和记录的，而电子仪器及装置却具备上述的功能和特点，为此，我们可以将一些待测的非电物理量转换成电压、电流等电量，以便我们利用电子仪器对其进行测量和记录，这就是本书将要介绍的非电量电测的内容。

和其它测量方法相比较，非电量电测方法具有以下几个特点：

1. 可以将不同的非电物理量转换成相应的电量，这就使得我们有可能采用相应的电子仪器对不同的非电物理量进行测量和记录。
2. 作为电信号的电流、电压等电量，可以远距离传输，这将有利于远距离检测与控制。
3. 可以对各种参数变化进行动态测量，这就使得我们能够对参数变化的全过程或某一瞬时值进行测量和记录。
4. 必要时，可以和数据处理装置（计算机等）联用，以处理各种复杂的测量结果。

作为一个完整的非电量电测系统，它主要由以下几个部分组成，即传感器（变换器）、调节器、测量和记录仪表，需要时，可以将所得到的模拟信号经模数转换器（A/D 转换器）转换成数字信号，进行数字显示和记录。也可以送入计算机进行必要的数据处理。下面用一个简单的方框图表示其工作原理。



非电量电测系统的各主要组成部分的作用是：

〈1〉 传感器 其主要作用是将被测的非电物理量的变化转换成相对应的电量（电信号）的变化。传感器能否正确、准确地实现这一转换，对整个非电量电测系统是至关重要的。为提高整个测试水平、测试精度，国内外众多专业研究人员在这方面作了大量研究、开发工作。

〈2〉 信号调节器 它的作用是将传感器输出的电信号进行必要的调节，以使二次仪表（显示记录仪表）能够正确地测量、显示、记录下各种变化的信号。如对所接受的信号进行

必要的调制、解调、衰减、放大、波形变换等等。

〈3〉二次仪表（测量、显示、记录仪表） 二次仪表的作用是将经过变换、调节的电信号及时地进行测量、显示和记录下来，以便对其结果进行分析研究。特别要指出的是，记录仪表在对一次性动态测量中是重要和不可缺少的，它能把变化的全过程记录下来，供我们反复的分析研究。

〈4〉计算机及其外部设备 人们可以利用计算机这一工具，对大量的数据进行快速、精确的处理，并显示或打印出最后处理的结果。它的应用大大地减轻了人的重复性劳动。

如上所述，作为一个完整的系统，它的每一个部分在系统中均起着重要作用。本书将按着顺序分别对信号、传感器、测量记录仪表、非电量电测系统及其应用情况作详细介绍。

# 第一章 信号分析

信号和测试系统分析是拟定测试方案、设计或选择合理的传感器和测试仪器仪表、确定测试数据处理方法和计算测试精度的前提和依据。因此，在全面讨论非电量电测的具体内容之前，对信号与测试系统的分析先作一详细的介绍。

## § 1.1 信号的描述与分类

### 1.1.1 信号的描述

在科学实验和生产实践中，我们常借助仪器与装置对客观世界的某一特定物理现象或物理过程进行观测与记录。通常把待观测的物理量转换成容易测量、记录和处理的物理量（如电压、电流），这些物理量泛称为“信号”。

在工程测量的多数场合里，被检测的信号多是随时间而变化的，是时间的函数。所以我们描述信号时常用信号幅值随时间变化的数学关系式来表达，以此函数绘出的图形称为信号的波形，这就是常用的信号时域描述。这种时域描述简单、直观，但没有能明确信号频率和传输系统的特性，因此还必须对信号进行频谱分析；研究信号的频率结构和对应的幅值大小，这就是信号的频域描述。

### 1.1.2 信号的分类

被检测的信号根据它所反映的物理量性质可以分为：确定性信号与非确定性信号；连续时间信号和离散时间信号。

#### 1. 确定性信号与非确定性信号

(1) 确定性信号。它是可以相当精确地用数学关系式来描述的信号。当给定某一时间值时，信号有确定的数值。而且在相同的试验条件下，经多次试验，它可以在一定精度条件下重复出现。

图 1.1.1 所示的集中质量的单自由度无阻尼自由振动系统中，设弹簧刚度为  $k$ ，质块的质量为  $m$ 。假如我们手拉质块使它偏离平衡位置的距离是  $X_0$ ，松手的时刻记为  $t=0$ ，那么松手以后质块的位移可以用下列关系式描述：

$$X(t) = X_0 \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t \quad (1-1)$$

方程式 (1-1) 确定了质块在任何瞬时的精确位置，而

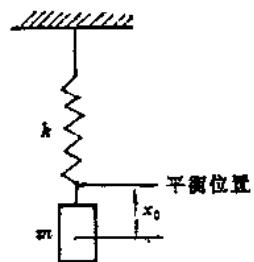


图 1.1.1 无阻尼自由振动系统

且重复试验时，运动规律也是不变的。我们称质块的位移信号  $x(t)$  是一个确定性信号。

确定性信号可根据其时间历程是否有规律又可分为周期信号和非周期信号两类。若每隔一定的周期重复出现的确定性信号，称为“周期性信号”，如正弦信号是典型的周期性信号。对不能每隔一定周期而出现的确定性信号，称为“非周期性信号”，如冲击信号等。

①周期信号。它是依一定时间间隔周期而重复地出现，而且是无始无终的。我们可以用周期性时变函数表示：

$$X(t) = x(t+nT), n=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1-2)$$

对于正弦信号则是最简单、最典型的周期信号，其表达式为：

$$X(t) = x_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (1-3)$$

式中：  
 $x_0$ ——振幅；

$\varphi_0$ ——始相角；

$\omega_0$ ——角频率；  $\omega_0 = 2\pi f_0$

$f_0$ ——频率；  $f_0 = \frac{1}{T_0}$

$T_0$ ——周期。

②非周期信号。凡能用明确数学关系式描述，但又不属周期信号的均称为非周期信号，它包括准周期信号和瞬变信号。

准周期信号是由两个或两个以上频率比为非有理数的正弦信号叠加而成。下式即是一准周期信号的数学表达式。

$$X(t) = \sin(t + \varphi_1) + 1.5 \sin(\sqrt{2}t + \varphi_2) + \sin(2t + \varphi_3)$$

瞬变信号：除准周期信号以外的非周期信号均称为瞬变信号。产生瞬变信号的物理现象很多，例如：热源消除后物体温度变化、末端受拉力的钢丝绳在  $t=0$  断裂时绳中的应力等都是瞬变信号。图 1.1.2 和图 1.1.3 分别为准周期信号和瞬变信号的波形。

(2) 非确定性信号。它是一个不能用明确数学关系式来表述的信号。有时又称其为“不规则信号”或“随机信号”。在相同的实验条件下，重复多次试验所得结果各不相同。常常用统计的方法来描述它。

## 2. 连续时间信号和离散时间信号

(1) 连续时间信号。它是指在一个连续时间范围内，对应任何一个时刻都有一个确定的函数值。这种信号就称为“连续时间信号（连续信号）”。

(2) 离散时间信号。它是在离散时间范围内，其离散的一些瞬间给出其函数值，其他时间则没有信号所对应的函数值。

图 1.1.4 和图 1.1.5 为分别表示连续时间信号和离散时间信号的图形。

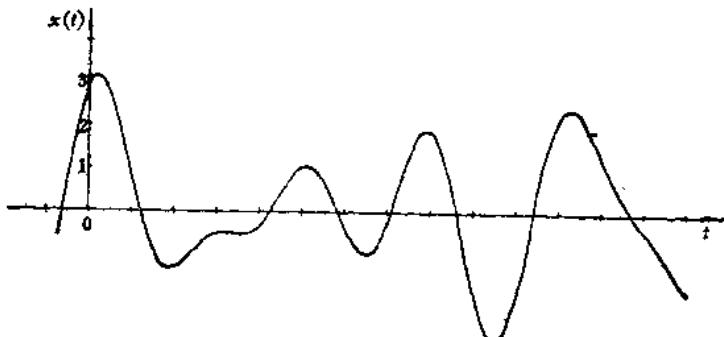


图 1.1.2 准周期信号

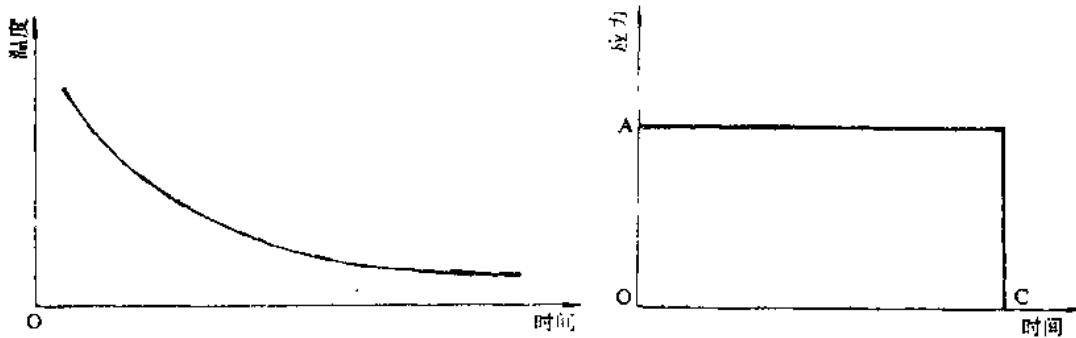


图 1.1.3 瞬变信号

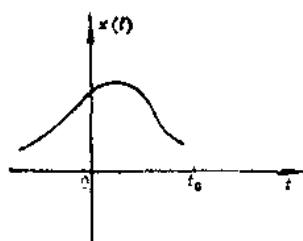


图 1.1.4 连续时间信号

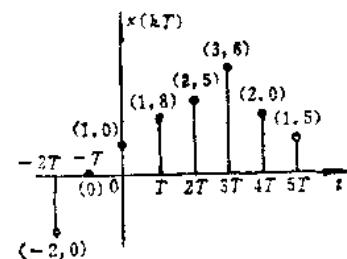


图 1.1.5 离散时间信号

### 1.1.3 典型信号的数学表达式和波形

#### 1. 指数信号 指数信号的表示式为：

$$X(t) = X_0 e^{at} \quad (1-4)$$

式中  $a$  是实数。若  $a > 0$ , 信号将随时间而增长；若  $a < 0$  信号将随时间衰减；在  $a = 0$  的情况下，信号将不随时间而变化，成为直流信号。指数  $a$  的绝对值大小  $|a|$ ，反映了信号增长或衰减的速率。其波形如图 1.1.6 所示。

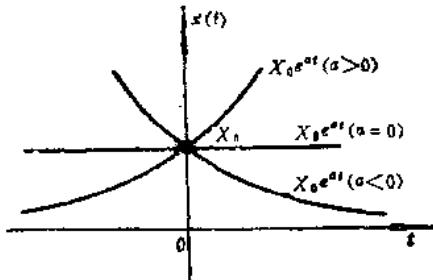


图 1.1.6 指数信号

#### 2. 正弦信号 正弦信号与余弦信号二者仅在相位上相差 $\frac{\pi}{2}$ ，经常将它们统称为正弦信号，其表示式为：

$$X(t) = X_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (1-5)$$

其波形如图 1.1.7 所示。

衰减的正弦信号，其波形如图 1.1.8 所示。其表达式为：

$$X(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ X_0 e^{-at} \sin(\omega t) & (t \geq 0, a > 0) \end{cases} \quad (1-6)$$

正弦信号对时间微分与积分仍为同频率的正弦信号。

#### 3. $s_n(t)$ 信号(抽样信号)

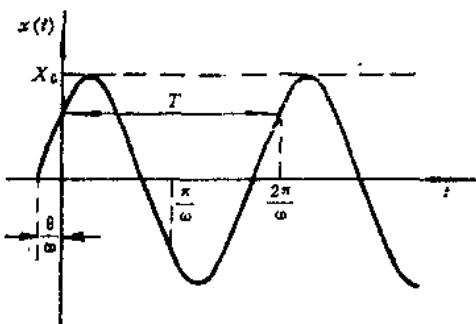


图 1.1.7 正弦信号

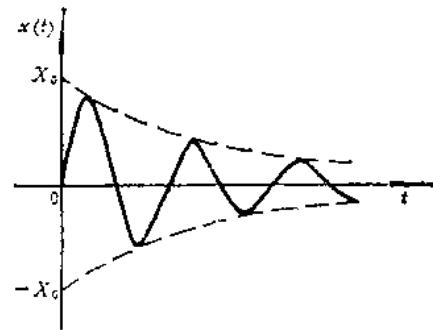


图 1.1.8 指数衰减正弦信号

$s_a(t)$  信号表达式为：

$$s_a(t) = \frac{\sin t}{t} \quad (1-7)$$

其波形如图 1.1.9 所示，它是一个偶函数，在  $t$  的正、负两方向振幅都逐渐衰减，当  $t = \pm \pi, \pm 2\pi, \dots, \pm n\pi$  时

$$s_a(t) = 0$$

#### 4. 钟形脉冲信号（高斯函数）

钟形脉冲信号表达式为：

$$X(t) = X_0 e^{-(\frac{t}{\tau})^2} \quad (1-8)$$

其波形如图 1.1.10 所示。

5. 单位斜坡信号 它是指从某一时刻开始随时间成正比增长的信号，若增长率是 1，就称为“单位斜坡信号”。其波形如图 1.1.11 所示

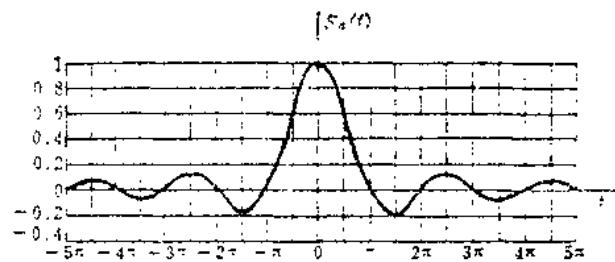


图 1.1.9  $\text{Sa}(t)$  信号

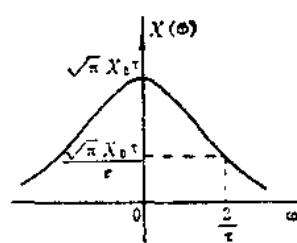
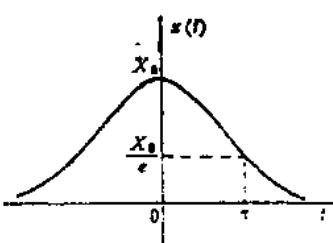
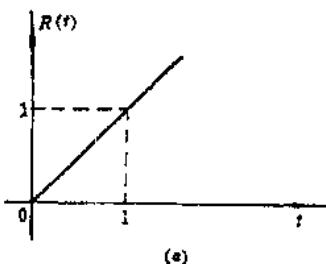
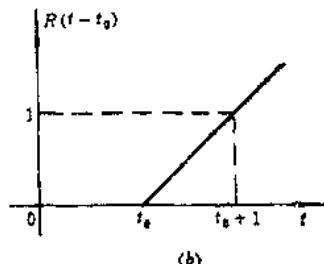


图 1.1.10 钟形脉冲信号及频谱



(a)



(b)

图 1.1.11 单位斜坡信号

示。

6. 单位阶跃信号 单位阶跃信号的波形如图 1.1.12 所示。

其表达式为：

$$U(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 1 & (t \geq 0) \end{cases} \quad (1-9)$$

7. 单位冲激信号 单位冲激信号其表达式为：

$$\delta(t) = \begin{cases} +\infty & (t=0) \\ 0 & (t \neq 0) \end{cases} \quad (1-10)$$

其波形如图 1.1.13 所示：

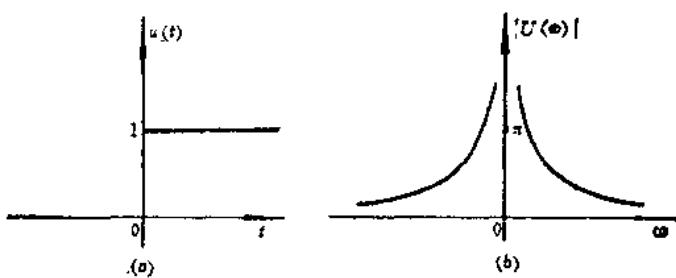


图 1.1.12 单位阶跃信号及频谱

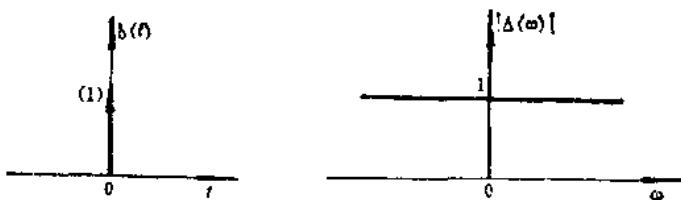


图 1.1.13 单位冲激信号及频谱

## § 1.2 周期信号的傅里叶级数和离散频谱

### 1.2.1 周期信号的傅里叶级数

对满足狄里赫利条件的任意周期信号  $X(t)$  都可以分解为三角级数。设周期信号  $X(t)$  的周期是  $T$ , 角频率是  $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ , 它可以分解为

$$X(t) = \frac{A_0}{2} + A_1 \cos(\omega t - \varphi_1) + A_2 \cos(2\omega t - \varphi_2) + \dots = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega t - \varphi_n) \quad (1-11)$$

该级数称为“傅里叶级数”。式中  $\frac{A_0}{2}$  是常数项，它是周期信号中所包含的直流分量。式中第二项  $A_1 \cos(\omega t - \varphi_1)$  称为“基波”或“一次谐波”，它的角频率与原周期信号的角频率相同， $A_1$  是基波振幅， $\varphi_1$  是基波的初始相角。式中第三项  $A_2 \cos(2\omega t - \varphi_2)$  称为“二次谐波”，它的频率是基波频率的 2 倍， $A_2$  是二次谐波的振幅， $\varphi_2$  是其初相角。依此类推，三次、四次……等谐波，直至第  $n$  项  $A_n \cos(n\omega t - \varphi_n)$  称为  $n$  次谐波。 $A_n$  是  $n$  次谐波的振幅， $\varphi_n$  是其初相角。

从式 (1-11) 可以看出，周期信号可看作是各次谐波的叠加。

现以对称方波为例，将这一周期信号以傅里叶级数展开，其展开式为：

$$X(t) = \frac{4}{\pi} \left[ \cos \omega t - \frac{1}{3} \cos 3\omega t + \frac{1}{5} \cos 5\omega t - \frac{1}{7} \cos 7\omega t + \dots + (-1)^{\frac{n-1}{2}} \cdot \frac{1}{n} \cos n\omega t + \dots \right]$$

图 1.2.1 (a) 为对称方形波的波形图, 图 1.2.1 (b) 是以频率(或角频率  $\omega$ )为横坐标, 以谐波振幅  $A_n$  为纵坐标的振幅频谱图。从频谱图中可以清楚看出各谐波分量的振幅分布。

图 1.2.2 展示了对称方波是如何由正弦信号迭加形成的。

从图中看出, 当其所包含的谐波分量愈多, 其波形将愈接近理想的对称方波, 波形的边缘也愈陡峭。

为求得各次谐波的振幅和初始相角, 可将周期信号改写为傅里叶级数的三角函数形式。

$$X(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega t - \varphi_n) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t \quad (1-12)$$

$$\text{式中: } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\left. \begin{array}{l} a_0 = A_0 \\ a_n = A_n \cos \varphi_n \\ b_n = A_n \sin \varphi_n \end{array} \right\} \quad (1-13)$$

$a_0$ ,  $a_n$ ,  $b_n$  称为“傅里叶系数”。它们可以用下式求得:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} X(t) \cos n\omega t dt \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (1-14)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} X(t) \sin n\omega t dt \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (1-15)$$

根据式 (1-14), (1-15), (1-13) 可以求得各次谐波的振幅和初相角, 即:

$$\left. \begin{array}{l} A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \\ \varphi_n = \arctg \frac{b_n}{a_n} \end{array} \right\} \quad (1-16)$$

## 1.2.2 周期信号的离散频谱

若以周期信号的谐波频率  $n\omega$  为自变量, 并分别表示周期信号各谐波的幅值  $A_n$  和相角  $\varphi_n$ , 这就构成周期信号的频谱。

为计算方便, 周期信号的傅里叶级数可改写为指数形式的傅里叶级数, 即:

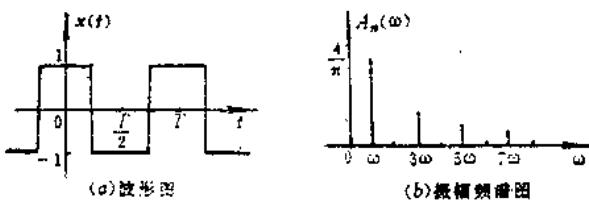


图 1.2.1 对称方波的频谱

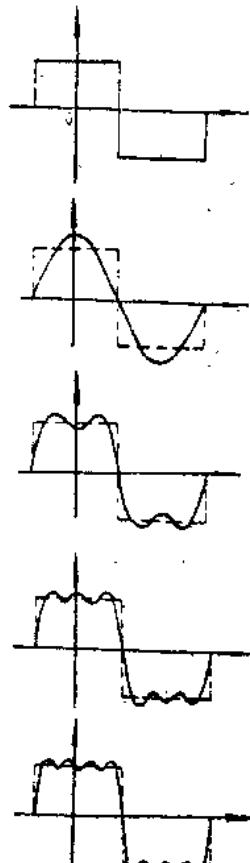


图 1.2.2 对称方波的形成

$$X(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega t - \varphi_n) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{2} e^{-jn\omega t} e^{jn\omega t} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{2} e^{jn\omega t} e^{-jn\omega t} \quad (1-17)$$

图 1.2.3 为周期相同，脉冲宽度不同时的频谱。从图中可以看出，脉冲宽度愈窄，其频谱包络零点的频率( $\omega = \frac{2K\pi}{\tau}$ )越高，两相邻零值间所包含的谐波分量愈大，其所占的频带（从零频到所需要考虑最高次谐波频率间的频段）也愈宽。

图 1.2.4 为脉冲宽度相同而周期不同时信号的频谱图。从图中可以看出，频谱包络线的零值( $\omega = \frac{2K\pi}{\tau}$ )所在位置不变，当周期增长时，相邻谱线的间隔( $\omega = \frac{2\pi}{\tau}$ )减少，即频谱变密。如果周期无限增长（即为非周期性信号

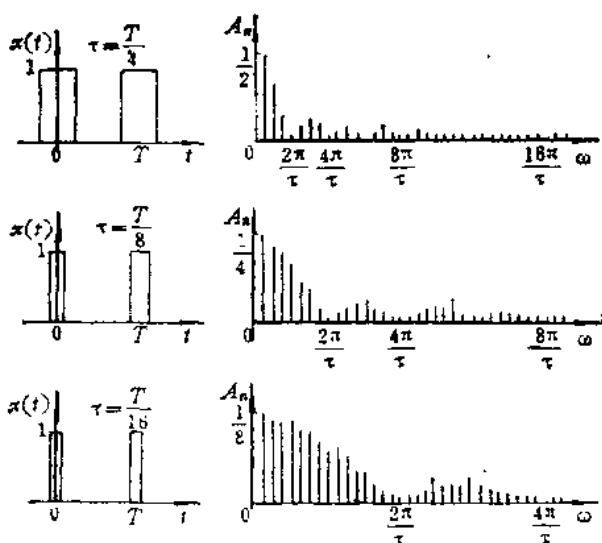


图 1.2.3 脉冲宽度与频谱的关系

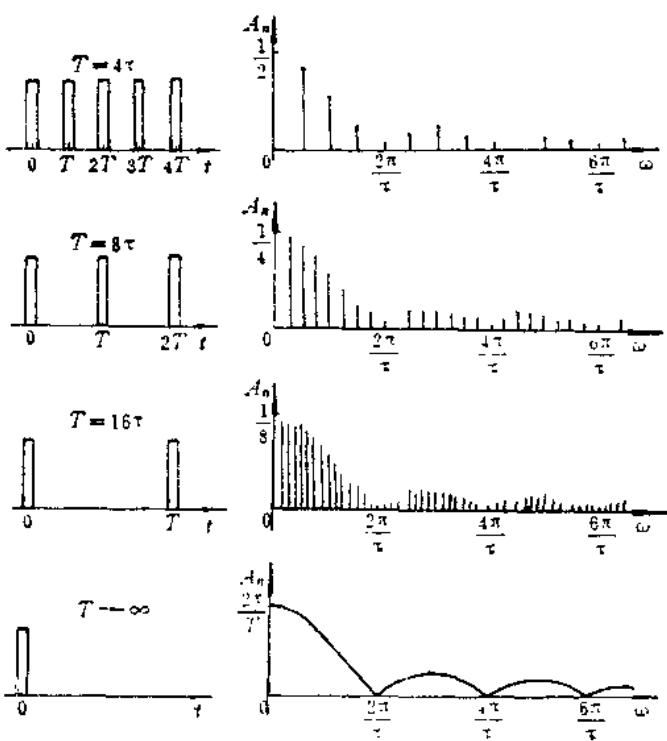


图 1.2.4 周期与频谱的关系

时），相邻谱线的间隔趋于零，从而使周期信号的离散频谱逐步过渡到非周期信号的连续频